

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik

1. Standardmodell um 1940 (± 10 a)

1. Elementarteilchen: n, p, e^-, ν
2. Wechselwirkungen: Kernkraft, Elektromagnetismus, schwache Wechselwirkung

Eigenschaften der Elementarteilchen: 2 Hadronen, 2 Leptonen

$$\sum_{h,l} Q = 0$$

aber:

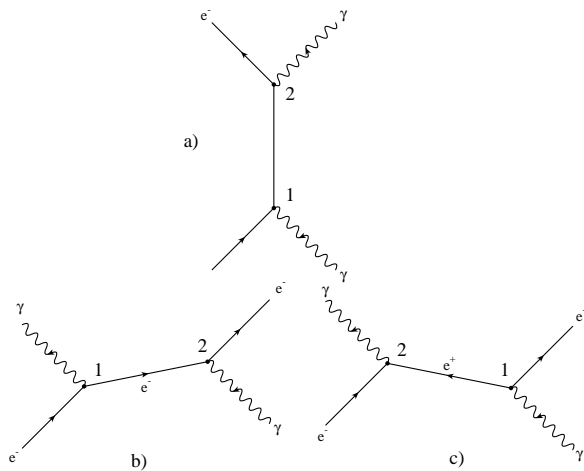
$$R_{\text{Hadron}} = 10^{-13} \text{cm}$$

$$R_{\text{Lepton}} \ll R_{\text{Hadron}}$$

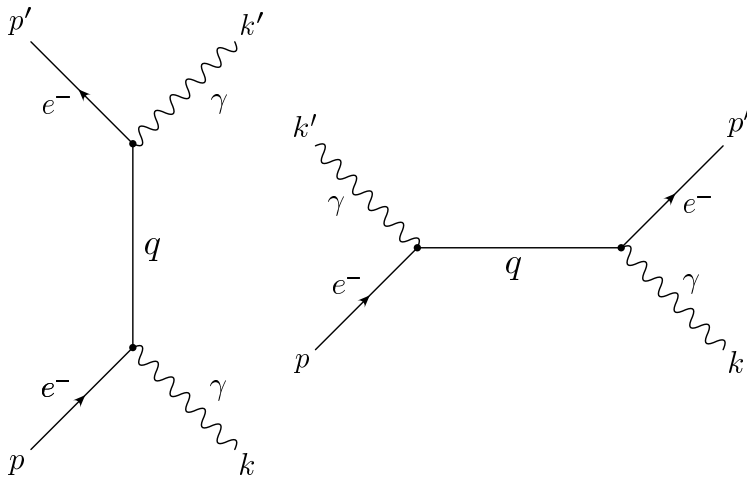
und es gibt ein wirklich exotisches Teilchen, das μ^- .

2. Elektromagnetische Wechselwirkung

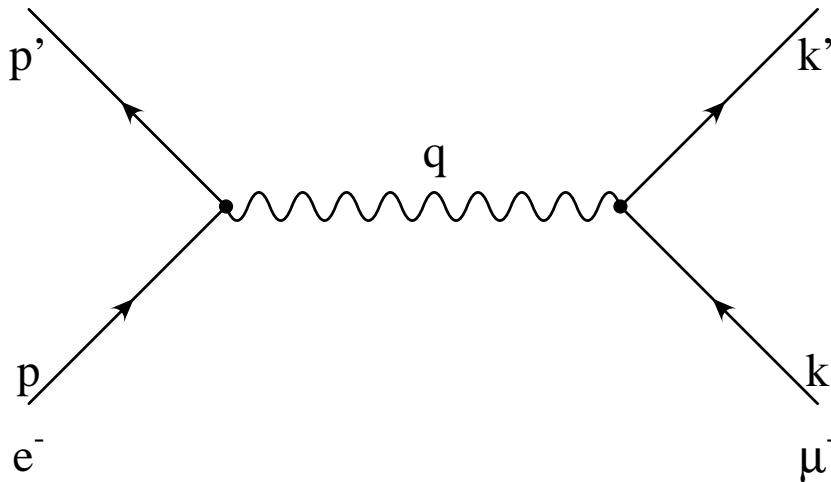
Quantenelektrodynamik (QED) ist Quantenfeldtheorie von Elektronen und Photonen. Erweitert auf andere geladene Leptonen und Quarks. Zusammengefaßt in den Feynman-Regeln. Die Feynmanregeln enthalten die Grundsätze der Quantenmechanik (Unschärferelation) und der Quantenfeldtheorie (Erzeugung und Vernichtung von Teilchen. Beispiel $\gamma e \rightarrow \gamma e$.



Die beiden unteren Graphen werden zusammengefaßt.

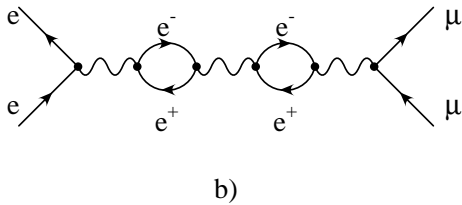
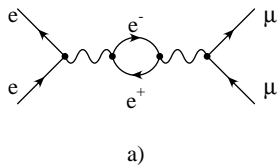


Weiteres Beispiel: $e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$ Niedrigste Ordnung der Störungstheorie:



Beachte: Doppelnatur der Ladung: Erhaltungsgröße und Quelle eines Feldes. (Gruppe $U(1)$)

Beispiel für Graphen höherer Ordnung:



Der erste Graph modifiziert die Amplitude nach Renormierung von e gemäß

$$T_{fi} = e^2(1 + e^2 f(q^2))C,$$

wobei q^2 das Quadrat des Vierimpulübertrags ist. Dies läßt sich auch so interpretieren, daß die Ladung eine Funktion von q^2 , dh. $1/r^2$ wird. Mit $\alpha = e^2/4\pi$ folgt unter Mitnahme der Graphen höherer Ordnung

$$\alpha(q^2) = \frac{\alpha(m^2)}{1 - \frac{\alpha(m^2)}{3\pi} \ln \left(\frac{|q^2|}{m^2} \right)} .$$

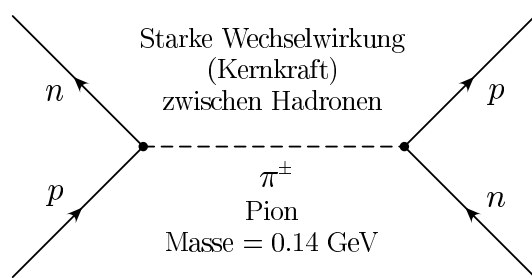
3. Die Kernkraft

Kernkraft ist kurzreichweitig und stark, $R \approx 1$ fm (Yukawa-Potential). Ladungsunabhängig? i.e. $V_{pp} = V_{pn} = V_{nn}$? Nein, aber isoinvariant: p, n formen Dublett des Isospins mit $I = 1/2$.

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}, Q = I_3 + \frac{1}{2}B$$

Ergebnis: $M_p = M_n$, $V_{pp} = V_{pn} = V_{nn}$ für $I = 1$, Potential für $I = 0$ davon verschieden. Feldtheorie durch Austausch massiver Teilchen. (Gruppe $SU(2)$) Isoinvarianz gilt auch mikroskopisch: Am Vertex Kopplung an Isotriplett. ¹

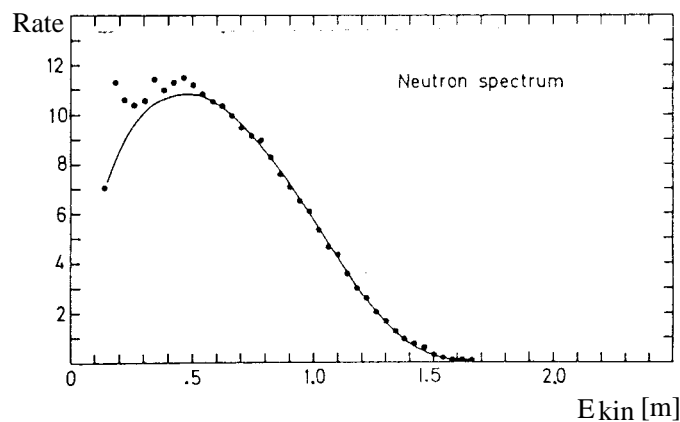
$$V = \frac{g_\pi^2}{4\pi r} e^{-\frac{m_\pi cr}{\hbar}}, H_W \sim \bar{N} I N \pi$$



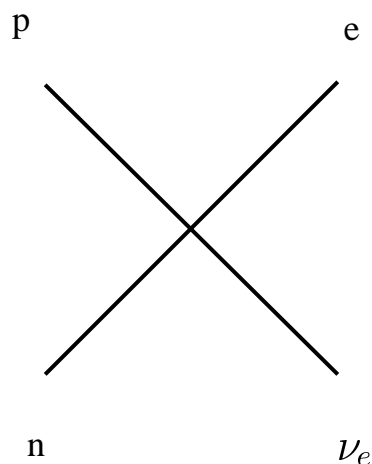
¹Caveat: Die Pionen sind nicht wirklich identisch mit den sog. Yukawa-Teilchen

4. Die schwache Wechselwirkung

Fermi formulierte eine erfolgreiche Theorie der schwachen Wechselwirkung, d.h. der Kernzerfälle wie $n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e$.



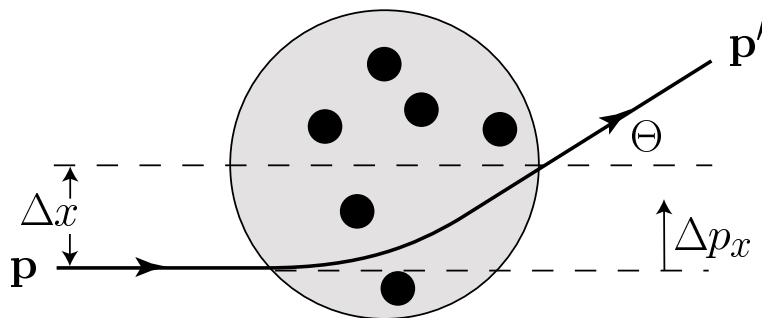
Der zugehörige Feynmangraph zeigt aber, daß die Theorie „exotisch“ ist. Die Kopplungskonstante wird dimensionsbehaftet, $G_F = 1.166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^2$.



Ingredienzien des Standardmodells

1. Quarks und QCD

Entdeckung des Femto-Universums durch Nachweis der Elektron-Quark-Streuung.



QCD: $R > 1$ fm: Konstituentenmodell der Hadronen

$R < 1$ fm: Quasifreie Quarks in den Hadronen

Quarks sind punktförmige Fermionen wie die Leptonen, einfachstes Konstituentenmodell wird also durch

$$|N\rangle = |qqq\rangle, |\pi\rangle = |q\bar{q}\rangle$$

realisiert. Folge $B_q = 1/3$ Um die Isospin-Symmetrie der Kernphysik zu realisieren bilden jetzt u, d Quarks

ein Isodoublett.

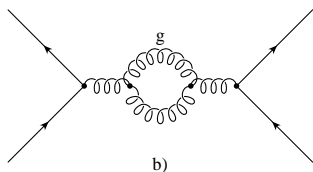
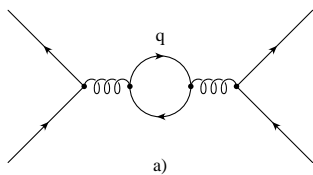
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, Q_u = \frac{2}{3}, Q_d = \frac{-1}{3}$$

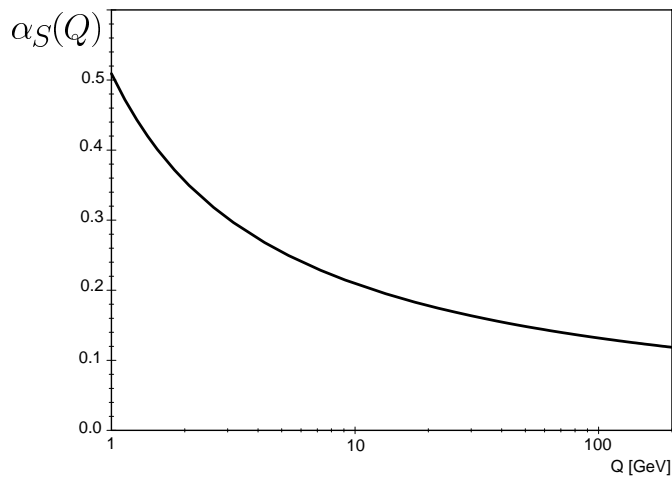
Aber:

$$\sum_{q,l} Q = 0$$

gilt **nur**, falls jede *quarkflavor* in drei Farben (*color*) auftritt. Die Idee, daß diese erhaltenen Farbladungen wieder Quelle eines (Gluon)-Feldes sind, führt zu Feynmanregeln der QCD. (**Gruppe SU(3)**)

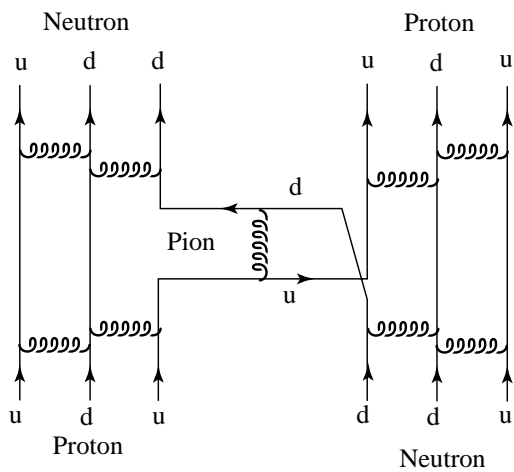
Diese garantieren das *quark confinement* und *asymptotic freedom*.



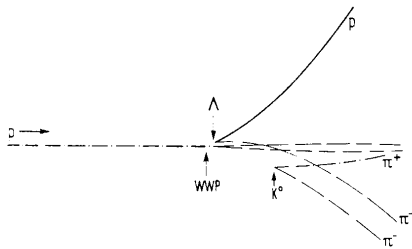


$$\alpha_S = \frac{12\pi}{23 \ln(|q^2|/\Lambda^2)}$$

$Q = \sqrt{|q^2|}$, $\Lambda = 200$ MeV. Einbau der Kernphysik (Kernkraft) über komplizierte Quark-Gluon-Diagramme möglich.



2. Quark- und Leptonfamilien



Die Entdeckung der *strange particle* in der Reaktion



läßt sich durch Annahme eines zusätzlichen *s*-Quarks verstehen. Es wurden insgesamt 4 neue Hadron bzw. Quark *flavor* gefunden. *u, d*-Schema wird erweitert zum 3-Familien-Schema

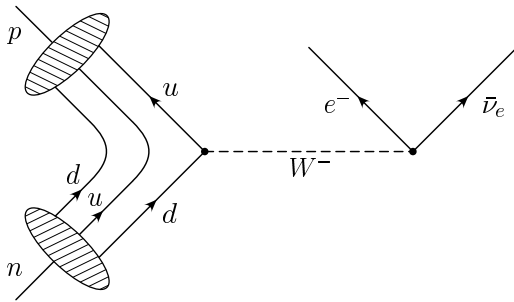
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

Allerdings sind dies keine Dubletts des starken Isospins, sondern des *schwachen* Isospins. Die Lepton-Hadron Symmetrie ($\sum_{q,l} Q = 0$) bleibt gewahrt!!

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$$

3. Feldtheorie der schwachen Wechselwirkung

Es fällt auf, daß beim β -Zerfall immer eine Ladungsänderung bei den Hadronen und Leptonen stattfindet. (Reaktionen geladener Ströme) Analogie zur np -Streuung unter Austausch von π^\pm durch Austausch von W^\pm mit einer dimensionslosen Kopplung g .



Einbau der Quarks und Leptonen in Isodoublets des schwachen Isospins. Dabei muß die Paritätsverletzung berücksichtigt werden. Es gibt nur **linkshändige** Neutrinos. An der schwachen Wechselwirkung nehmen nur linkschirale Teilchen teil. Für $m = 0$ ist Helizität

$$h = \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$$

physikalisch äquivalent zur Chiralität.

Beispiele von Isodoublets für Quarks und Leptonen:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, Q = I_3 + \frac{1}{2}Y, Y = \frac{1}{3}$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, Q = I_3 + \frac{1}{2}Y, Y = -1$$

Y ist die schwache Hyperladung. Mit

$$d' = \cos \theta_C d + \sin \theta_C s$$

werden auch die Zerfälle der K -Mesonen in Pionen durch Übergänge $s \leftrightarrow u$ eingebaut. Isoinvariante Formulierung (wie in Kernphysik) verlangt Reaktionen ohne Ladungsänderung (Neutrale Ströme) und Existenz einer Tripletts W^\pm, W^0 . Elektroschwache Vereinheitlichung (?):

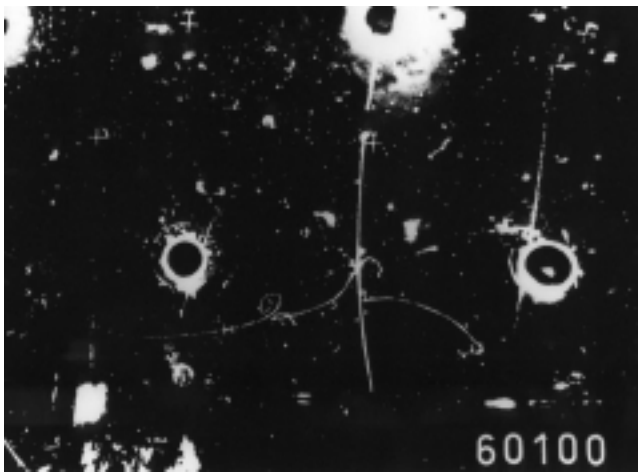
$$g = e \rightarrow \frac{g^2}{M_W^2} = \frac{8G_F}{\sqrt{2}},$$

also $M_W = 37.3 \text{ GeV}$

4. Das GSW Modell

Die W^\pm -Bosonen wurden gefunden. Aber: $M_W = 80.41$ GeV. Es wurden auch Reaktionen neutraler Ströme gefunden.

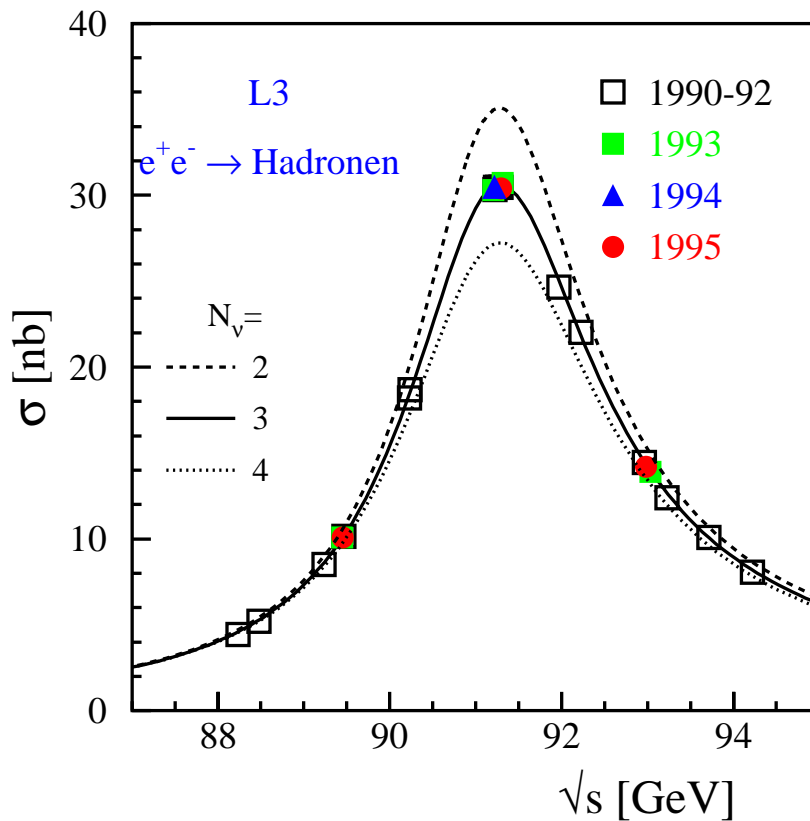
$$\nu_\mu e \rightarrow \nu_\mu e$$



Die am besten untersuchte NC-Reaktion ist

$$e^- e^+ \rightarrow Z^0$$

mit $M_Z = 91.1882 \pm 0.0022$ GeV, also $Z^0 \neq W^0$!



Glashow, Salam und Weinberg fanden die passende Theorie. Einbau links- und rechtshändiger Fermionen in getrennte Darstellungen von $SU(2)_L \otimes U(1)$.
Beispiele:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, Y = \frac{1}{3}$$

$$u_R, Y = \frac{4}{3}, d_R, Y = \frac{-2}{3}$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, Y = -1$$

$$e_R, Y = -2$$

Die rechtshändigen Fermionen haben $I = 0$. Die Austauscheteilchen der GSW-Theorie sind das W -Triplet und ein B -Boson. Im neutralen Sektor sind die beobachteten Bosonen Z^0 und γ mit diesen über eine Drehung verknüpft

$$\begin{aligned} W^0 &= Z^0 \cos \Theta_W + A \sin \Theta_W \\ B &= -Z^0 \sin \Theta_W + A \cos \Theta_W \end{aligned}$$

Folgerung:

$$g \sin \Theta_W = e \quad M_W = 37.3 / \sin \Theta_W$$

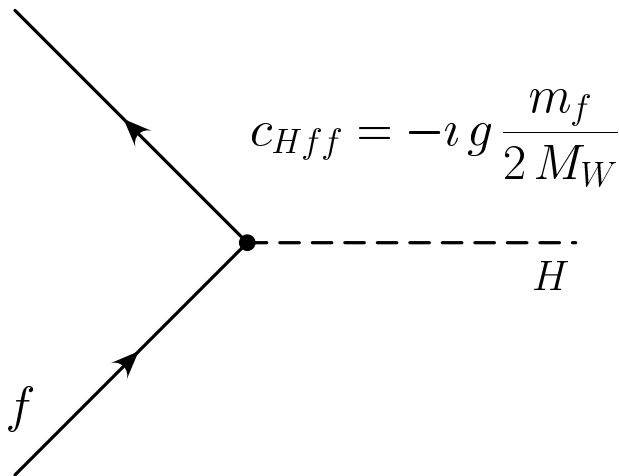
Das Standardmodell besteht in einer Multiplikation der GSW-Theorie mit der QCD, $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)$.

5. Teilchenmassen und das Higgs-Boson

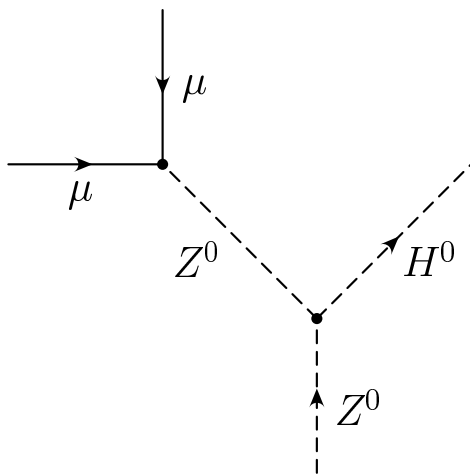
Die gerade skizzierte Theorie beschreibt Wirkungsquerschnitte, Zerfallsraten etc. mit hoher Präzision. Die Feynman-Regeln enthalten auch Teilchenmassen, z.B.

$$\sigma(\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-) = \frac{2\pi\alpha^2}{s} \ln \left(\frac{s}{m^2} + \frac{1}{2} \right)$$

Die $SU(2)_L \otimes U(1)$ Theorie kann aber konsistent nur für $m_i = 0$ formuliert werden. Am einfachsten sieht man das im Fall der Fermionen. Einordnung in getrennte Multipletts ist nur für $m = 0$, also $v = c$ lorentzinvariant. Ein überholender Beobachter würde rechts und links vertauschen. Um die Massen zu berücksichtigen, wählten GSW den sog. Higgs-Mechanismus. Ein zusätzliches Feld, wird so eingebaut, daß die Theorie insgesamt $SU(2)_L \otimes U(1)$ invariant ist, der Grundzustand jedoch nicht. Anschaulich kommt die Masse durch Wechselwirkung mit dem Higgsfeld zustande ([Yukawa-Wechselwirkung](#)).



Die GSW-Theorie bestimmt alle Eigenschaften des Higgs-Bosons (Feynman-Regeln), nur die Masse nicht. Higgs-Sektor ist nicht verifiziert. Massenlimit vom CERN: 115 GeV.



Die Frage nach dem Mechanismus der elektroschwachen Symmetriebrechung ist wohl das zentrale Problem der derzeitigen Teilchenphysik.