

Aufbau und Inbetriebnahme einer Stern-Gerlach-Apparatur

von

Benjamin Glaufß

Bachelorarbeit in Physik

vorgelegt der

Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften der RWTH
Aachen

im Juli 2009

angefertigt im

III. Physikalischen Institut A

bei

Prof. Dr. Thomas Hebbeker

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Aachen, den 17.08.09

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung und Ziel der Bachelorarbeit	1
2. Die Theorie des Stern-Gerlach Versuches	3
2.1. Magnetisches Moment und Kraftwirkung	3
2.2. Magnetisches Zweidrahtfeld	4
2.3. Teilchenbahn	7
2.4. Geschwindigkeitsverteilung im Ofen	8
2.5. Idealfall, Methode A	8
2.6. Realer Strahlquerschnitt	10
2.7. Asymptotisches Verhalten für große Felder, Methode B	12
3. Aufbau des Vakuumsystems	15
3.1. Einführung in Vakuumtechnik	15
3.1.1. Ausdrücke in der Vakuumphysik	15
3.2. Bauteile des Vakuumsystems	16
3.2.1. Anschlüsse/Flansche	16
3.2.2. Ausheizvorrichtung	18
3.2.3. Phywe Drehschieberpumpe 2DSE4	18
3.2.4. Pfeiffer Turbomolekularpumpe TMU064	19
3.2.5. Varian Ionengetterpumpe VacIon 911-5030 Triode	20
3.2.6. Vakuummeter	21
3.2.7. Leckdetektion	22
3.3. Pumpen im Normalbetrieb	23
3.3.1. Einschalten	23
3.3.2. Fluten	24
3.3.3. Erneutes Abpumpen	24
4. Vorversuche	25
4.1. Die Stern-Gerlach-Apparatur	25
4.2. Befüllen des Ofens mit Kalium	25
4.3. Heizen des Ofens	26
4.4. Einfluss verschiedener Temperaturen	28
5. Durchführung	30
5.1. Heizen des Atomstrahlofens	30

5.2. Messungen	30
6. Auswertung	31
6.1. Messungen	31
6.2. Bestimmung des Bohrschen Magnetons	32
6.2.1. Methode A	33
6.2.2. Methode B	34
6.3. Abschlussbetrachtung	36
7. Ausarbeiten einer neuen Versuchsanleitung	38
8. Zusammenfassung	39
Literaturverzeichnis	40
A. Reisebericht	41
B. B-Feld Eichkurve	43
C. Versuchsanleitung	45

1. Einführung und Ziel der Bachelorarbeit

Das von Stern und Gerlach 1922 durchgeführte Experiment ermöglichte zum ersten Mal die Messung des magnetischen Momentes des Elektrons. Aus historischen Gründen wird dieses Moment μ_B als Bohrsches Magneton bezeichnet. Dieses kann in einem externen, inhomogenen Magnetfeld lediglich diskrete Werte annehmen. Dazu werden Silberatome oder Atome ähnlicher Elektronenkonfiguration verdampft und durch ein inhomogenes Magnetfeld geschickt. Die Aufspaltung auf Grund der eingeführten Quantisierungsachse, entlang welcher die Momente nur diskrete Zustände annehmen können, kann detektiert werden und somit das Bohrsche Magneton gemessen werden. Die diskrete Aufspaltung ist eine Folge des Elektronenspins. Das Ziel dieser Bachelorarbeit ist die Inbetriebnahme einer Stern-Gerlach-Apparatur. Dabei wird der Versuchsaufbau¹ und solche Spannungsquellen, welche noch nicht in unserem Besitz sind von der Firma Phywe Systeme GmbH (im Folgenden als Phywe bezeichnet) geliefert. Eine Stern-Gerlach-Apparatur wurde bereits im Fortgeschrittenenpraktikum für Studierende der Physik eingesetzt, aus diesem Grund stehen die restlichen Geräte zur Verfügung, welche nötig sind, um die Apparatur in Betrieb zu nehmen. Diese umfassen unter anderem den Elektromagneten, welcher an den Polschuhen im Strahlrohr angebracht wird und in Kombination mit diesen das stark inhomogene Magnetfeld erzeugt sowie verschiedene Pumpen, um das für den Versuch nötige Hochvakuum zu erzeugen. Dabei sind Aufbau und Inbetriebnahme der Apparatur geeignet, zwei Bachelorarbeiten inhaltlich zu füllen.

Die Schritte dieser Bachelorarbeit gliedern sich in:

- Theorie des Stern-Gerlach-Experimentes
- Überprüfen der Vakuumapparatur auf Einsatzfähigkeit
- Installation der Versuchsaapparatur
- Durchführung des Experimentes und Auswertung der Messdaten
- Ausarbeiten einer neuen Versuchsanleitung für Bachelorstudenten der Physik

Dabei wird vor allem auf die Wiederinbetriebnahme des Vakuumpumpensystems eingegangen. Nach dem Zusammenbau der Apparatur werden die Schritte zur Inbetriebnahme erklärt bevor es zur Durchführung des eigentlichen Experimentes kommt. Anschließend werden die Daten ausgewertet um so zu verifizieren, dass mit der Versuchsaapparatur wie erwartet gearbeitet werden kann und somit gewährleistet werden kann, im Fortgeschrittenenpraktikum zufriedenstellende Ergebnisse zu erzielen. Als weiterer Arbeitsschritt wird zudem eine neue Versuchsanleitung geschrieben, die den Bachelorstudenten im Praktikum als Grundlage dienen und die Ausführung des Versuches ermöglichen soll. Diese ist im Anhang beigefügt.

¹Dieser Teil umfasst den Kaliumofen, in welchem die zu verdampfenden Kaliumatome aufgeheizt werden, das Strahlrohr mit den Polschuhen des Magneten sowie den Detektor.

Zu Beginn der Arbeit wird die Theorie, welche dem Stern-Gerlach-Versuch zu Grunde liegt erarbeitet. Darüber hinaus werden ebenfalls die mathematischen Theorien dargelegt, welche notwendig sind um die Auswertung des Versuches vollständig zu verstehen. Diese Theorieabhandlung ist ebenfalls in der angehängten Versuchsanleitung in abgewandelter Form enthalten, wird dort jedoch anders durchgeführt um den Studenten, welche den Versuch im Praktikum durchführen sollen einen einfacheren Zugang zu den theoretischen Grundlagen zu verschaffen².

²Dies bedeutet genauer, dass in der Versuchsanleitung eine Unterteilung stattgefunden hat, durch welche die mathematisch komplizierteren Rechnungen in einen Anhang verschoben wurden.

2. Die Theorie des Stern-Gerlach Versuches

Zur Ausarbeitung der Theorien wurden als Quellen [2] und [3] benutzt.

2.1. Magnetisches Moment und Kraftwirkung

Im Folgenden wird die Frage geklärt, welchen Kräften das magnetische Moment in einem inhomogenen Magnetfeld unterliegt.

Ursprünglich wurden im Stern-Gerlach-Versuch Silberatome verdampft, um einen Atomstrahl zur Aufspaltung zu erzeugen. In diesem Fall wird jedoch Kalium benutzt. Kalium und Silber haben eine ähnliche Elektronenkonfiguration, nämlich jeweils eine abgeschlossene Schale und zusätzlich ein einzelnes Elektron in der darüberliegenden Schale¹. Dies führt nach den Hundschen Regeln [1] dazu, dass das gesamte Bahndrehmoment aller Elektronen gleich Null ist und der Gesamtdrehimpuls und somit auch das magnetische Moment $\vec{\mu}$ vom Spin \vec{S} des 4s- bzw. 5s-Elektrons abhängt. Das heißt, nur der Spinnmagnetismus $\vec{\mu}$ wird gemessen:

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_0}g_s\vec{S}.$$

Dabei ist $g_s = 2.0024$ der Landé-Faktor. Es werden elektrisch neutrale Atome verwendet, da Ionen auf Grund ihrer Ladung bereits zu stark in einem Magnetfeld abgelenkt werden würden.

Unter Einführung einer Quantisierungsachse z gibt es für die Spinkomponente S_z folgende mögliche Quantenzahlen

$$m_s = \pm\frac{1}{2},$$

mit den zugehörigen Eigenwerten

$$S_z = m_s\hbar.$$

Vereinfacht kann das magnetische Moment in z -Richtung also als

¹Bei Silber ist dieses das 5s-Elektron, bei Kalium das 4s-Elektron. [1]

$$\begin{aligned}\mu_z &= -\mu_B m_s g_s, \\ \mu_B &= \frac{e\hbar}{2m_0} = -9.27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2\end{aligned}$$

geschrieben werden. Dabei ist μ_B das Bohrsche Magneton.

Bringt man nun ein solches magnetisches Moment in ein äußeres, inhomogenes Magnetfeld, für welches

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{\partial B_z}{\partial x} = 0, \quad B_x = 0, \quad \frac{\partial B_z}{\partial z} \neq 0$$

gilt, so wirkt in Richtung der gewählten Quantisierungsachse eine zusätzlich Kraft

$$\begin{aligned}F_z &= \mu_z \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} \\ \Rightarrow F_z &= -\mu_B \cdot m_s \cdot g_s \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z}.\end{aligned}$$

Auf Grund der zwei Spineinstellungsmöglichkeiten für m_s folgt automatisch, dass eine Aufspaltung in zwei Teilstrahlen erwartet wird.

Durch diese physikalischen Gesetzmäßigkeiten ist es nun möglich beim Stern-Gerlach-Versuch unter Anlegen eines äußeren, inhomogenen Magnetfeldes die durch die Kraftwirkung auf das magnetische Moment hervorgerufene Aufspaltung entlang der Quantisierungsachse zu beobachten.

2.2. Magnetisches Zweidrahtfeld

Zur Erzeugung des inhomogenen Magnetfeldes dienen die in Abbildung 2.1 gezeigten Polschuhe. Durch ihre spezielle Form bilden sie ein Feld, wie es von zwei parallelen Drähten mit dem Abstand $2a$ bei entgegengesetztem Stromfluss erzeugt wird. Dieses Zweidrahtfeld ist für die Aufspaltung des Atomstrahls besonders geeignet, da bei geeigneter Justierung des Atomstrahls in einem Abstand von $\sqrt{2}a$ zu den fiktiven Drähten ein nahezu konstanter Feldgradient $\frac{\partial B}{\partial z}$ erreicht werden kann. In der Praxis kann der Feldgradient nicht direkt gemessen werden, sondern wird über die Messung der magnetischen Induktion B ermittelt. Die magnetische Induktion zweier antiparalleler Ströme mit dem Abstand $2a$ ergibt sich durch Addition ihrer einzelnen Komponenten

$$\vec{B}_i = \frac{\vec{I}_i \times \vec{r}_i}{2\pi r_i^2}.$$

Mit $\vec{I}_1 = -\vec{I}_2 = \vec{I}$ folgt

$$B(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I a}{\pi r_1 r_2}. \tag{2.1}$$

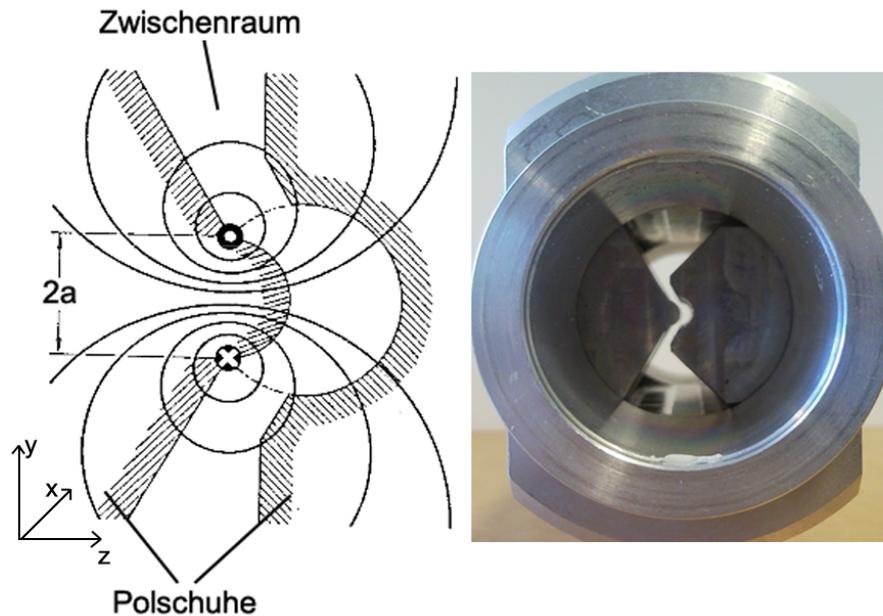


Abbildung 2.1.: Polschuhe zur Erzeugung des inhomogenen Magnetfeldes [2]

Damit der Atomstrahl eine weitgehend konstante Kraft erfährt, muss er den magnetischen Analysator an einer Stelle nahezu konstanter Feldinhomogenität durchqueren. Es soll daher nun herausgefunden werden, in welchem Abstand von den Drähten (Ebene der Drähte $z = -z_0$) das Feld eine möglichst konstante Inhomogenität aufweist, also $\frac{\partial B}{\partial z} = \text{const.}$ Diese Ebene wird zu $z = 0$ gewählt.

Aus Abbildung 2.2 folgen die Zusammenhänge für die Abstände r_1 und r_2 :

$$r_1^2 = (a - y)^2 + (z + z_0)^2, \quad (2.2)$$

$$r_2^2 = (a + y)^2 + (z + z_0)^2. \quad (2.3)$$

Damit ergibt sich durch Einsetzen von 2.2 und 2.3 in 2.1 eine Gleichung für B :

$$B(y, z) = \frac{\mu_0 I a}{\pi} \left[(a^2 - y^2)^2 + 2(z + z_0)^2 (a^2 + y^2) + (z + z_0)^4 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.4)$$

und durch Differentiation von 2.4 nach z folgt die Feldinhomogenität

$$\frac{\partial B}{\partial z} = -\frac{2\mu_0 I a (z + z_0)}{\pi} \frac{a^2 + y^2 + (z + z_0)^2}{\left[(a^2 - y^2)^2 + 2(z + z_0)^2 (a^2 + y^2) + (z + z_0)^4 \right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (2.5)$$

Bei $z = 0$ soll die Inhomogenität nicht von y abhängen. Diese Randbedingung definiert mit Gleichung 2.5 eine Ebene. Um diese Ebene zu finden, wird $\frac{\partial B}{\partial z}$ an der Stelle $y = 0$ um y^2 bis zur ersten Ordnung entwickelt. Die Näherung ergibt

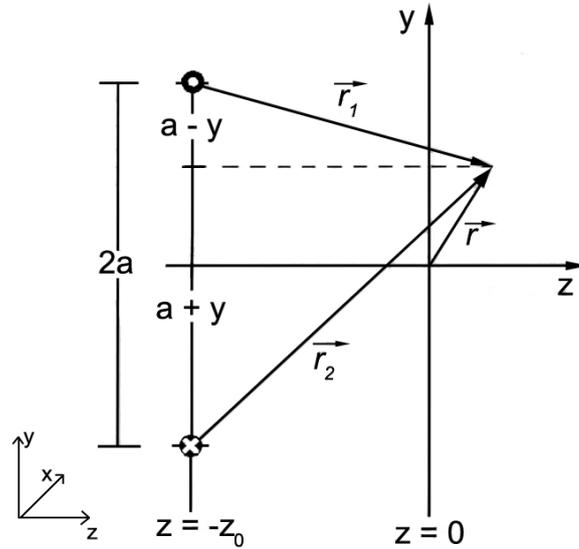


Abbildung 2.2.: Festlegung eines Koordinatensystems für das Zweidrahtfeld

$$\frac{\partial B}{\partial z}(y, z) \approx -\frac{2\mu_0 I a (z + z_0)}{\pi (a^2 + (z + z_0)^2)^2} \left[1 + 2y^2 \frac{2a^2 - (z + z_0)^2}{(a^2 + (z + z_0)^2)} \right].$$

Die Abhängigkeit von y verschwindet also für $z_0 = \sqrt{2}a$. Das ist der Abstand des Atomstrahls zu den fiktiven Drähten.

Für die Berechnung des magnetischen Moments muss die Feldinhomogenität bekannt sein. Diese kann nicht direkt gemessen werden. Jedoch kann sie unter der Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen B und $\frac{\partial B}{\partial z}$ für kleine Ablenkungen z aus der magnetischen Feldstärke berechnet werden. Es soll nun der Proportionalitätsfaktor $\varepsilon = \left| \frac{\partial B}{\partial z} \right| \cdot \frac{a}{B}$ in der Umgebung von $y = 0$ gefunden werden. Dazu wird wie oben $\varepsilon(y, z)$ an der Stelle $y = 0$ bis zur ersten Ordnung um y^2 entwickelt:

$$\varepsilon(y, z) \approx \frac{2a(z + z_0)}{a^2 + (z + z_0)^2} \cdot \left(1 + \frac{3a^2 - (z + z_0)^2}{(a^2 + (z + z_0)^2)^2} \cdot y^2 \right).$$

Das Blendensystem des Apparates ist so gestaltet, dass der Atomstrahl eine Breite von etwa $\frac{4}{3}a$ in y -Richtung besitzt. Im Bereich dieses Strahlenkastens ändert sich $\varepsilon(y, 0)$ geringfügig mit y , daher wird zur Berechnung der Inhomogenität der Mittelwert aus dem höchstmöglichen Wert $\varepsilon(\frac{2}{3}a, 0) \approx 0.9894$ und dem niedrigsten Wert $\varepsilon(0, 0) \approx 0.9428$ gebildet. Es ergibt sich also für den Umrechnungsfaktor $\varepsilon \approx 0.9661$. Damit folgt für die Umrechnung vom Magnetfeld auf die Inhomogenität

$$\frac{\partial B}{\partial z} = 0.9661 \cdot \frac{B}{a}. \quad (2.6)$$

2.3. Teilchenbahn

Hier soll die Bahn eines einzelnen Teilchens der Masse M berechnet werden. Dieses durchläuft zunächst das Magnetfeld der Länge L , wofür es die Zeit $\Delta t = \frac{L}{v}$ benötigt. Es gilt $\Delta z \ll L$, sodass die Näherung $\vec{v} \approx \vec{v}_x$ genutzt werden kann. Die Ablenkung Δz , die das Teilchen dabei in z -Richtung erfährt ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \Delta z &= \frac{1}{2} \ddot{z} (\Delta t)^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{F_z}{M} (\Delta t)^2. \end{aligned}$$

Die Geschwindigkeit \dot{z} in z -Richtung ist beim Verlassen des Magnetfeldes über den Impuls $m\dot{z} = F_z \Delta t$ des Teilchens gegeben. Mit dieser Geschwindigkeit bewegt es sich bis zum Detektor an der Position $x = l$ gleichförmig, geradlinig weiter. Die Gesamtzeit t_{ges} , die vom Eintreten in das Magnetfeld bis zum Erreichen des Detektors benötigt wird, ist also $t_{ges} = \frac{l}{v}$. Damit lässt sich nun der Auftreffort u des Teilchens in Abhängigkeit seiner Geschwindigkeit und der Feldinhomogenität berechnen:

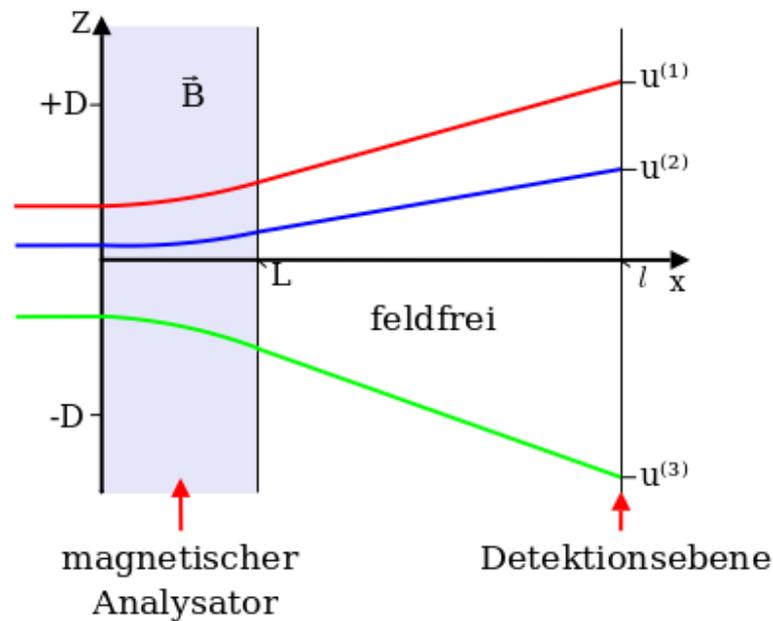


Abbildung 2.3.: Verschiedene Teilchenbahnen im inhomogenen Magnetfeld

$$\begin{aligned} u &= z_0 + \Delta z + \dot{z}(t_{ges} - \Delta t) \\ &= z_0 + \frac{Ll}{Mv^2} \left(1 - \frac{L}{2l}\right) \mu_z \frac{\partial B}{\partial z}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Schnellere Teilchen werden also weniger abgelenkt, da sie dem Magnetfeld kürzer ausgesetzt sind. Verschiedene Teilchenbahnen sind in Abbildung 2.3 dargestellt. Die Ausbreitungsrichtung der Teilchen ist

in x-Richtung, das Magnetfeld wirkt in z-Richtung. Darin ist das Teilchen im Auftreffort $u^{(2)}$ schneller als das, welches in $u^{(1)}$ angelangt. Das Teilchen in $u^{(3)}$ unterscheidet sich durch die Spinorientierung relativ zu den anderen beiden.

2.4. Geschwindigkeitsverteilung im Ofen

Für viele Teilchen wollen wir nun die Verteilungsfunktion der Geschwindigkeiten im Ofen finden, um anschließend damit auf die Ortsabhängigkeit der Teilchenstromdichte in der Detektorebene schließen zu können. In dem Ofen genügen die Kalium-Atome bei der Temperatur T der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung. Für die Teilchenzahl dn mit einer Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ gilt also

$$dn \sim e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} v^2 dv.$$

Auch die Teilchen im Atomstrahl, welcher aus dem Ofen austritt, unterliegen dieser Proportionalität, jedoch spielen noch weitere Überlegungen hier eine Rolle. Nämlich zum einen der Ursprungsort des Teilchens im Ofen. Durch diese geometrische Eigenschaft bedingt, geht unter der Annahme einer geradlinig gleichförmigen Bewegung die Proportionalität

$$dn \sim v dv.$$

ein. Letztendlich geht das magnetische Moment, beschrieben durch die Funktion $\Phi_m(z)$ ein, wobei der Index m für die zwei möglichen Orientierungen steht, und beschreibt die Teilchenzahl, welche zwischen z und $z + dz$ im Detektor registriert werden:

$$dn \sim \Phi_m(z) dz.$$

Zusammengefasst ergibt sich nun die gesuchte Verteilungsfunktion zu

$$d^2n = \frac{\Phi_m(z) e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} v^3 dv dz}{2 \int_0^\infty e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} v^3 dv}. \quad (2.8)$$

2.5. Idealfall, Methode A

In diesem Abschnitt soll die Teilchenstromdichte I in Abhängigkeit vom Auftreffort u bestimmt werden. Die Atome, die in das Magnetfeld eintreten, streuen an u wegen ihrer Geschwindigkeitsunterschiede dv um du . Bei gleichem z gilt:

$$[v(u)]^3 dv = \frac{1}{4} \left| \frac{d[v(u)]^4}{du} \right| du. \quad (2.9)$$

Außerdem folgt aus Gleichung 2.7 direkt durch Auflösen nach v^2 und Quadrieren:

$$[v(u)]^4 = \left[\frac{lL}{M} \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \right]^2 \frac{1}{(u-z)^2}. \quad (2.10)$$

Durch einsetzen von 2.10 in 2.9 erhält man:

$$[v(u)]^3 dv = \frac{1}{2} \left[\frac{lL \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}}{2M} \right]^2 \frac{du}{|u-z|^3}.$$

Setzt man nun in Gleichung 2.8 den Zusammenhang

$$\frac{Mv^2}{2kT} = - \frac{lL \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}}{2kT} \frac{1}{|u-z|}$$

mit den Abkürzungen q und n_0

$$q = \frac{lL \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}}{2kT}, \quad (2.11)$$

$$n_0 = \frac{\left[lL \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \right]^2}{4M^2 \int_0^\infty e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} v^3 dv} \quad (2.12)$$

ein, so erhält man die Verteilung

$$d^2n = n_0 \Phi_m(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dudz}{|u-z|^3}.$$

Eine Integration über z und Summieren über alle möglichen Orientierungen liefert nun die Teilchenstromdichte:

$$I(u) = n_0 \int_{-D}^D \Phi_{+\frac{1}{2}}(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3} + n_0 \int_{-D}^D \Phi_{-\frac{1}{2}}(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3}.$$

Da das Teilchenzahlprofil für beide Orientierungen $m = \pm \frac{1}{2}$ gleichwertig ist, definieren wir

$$\Phi_{+\frac{1}{2}}(z) \equiv \Phi_{-\frac{1}{2}}(z) := I_0(z).$$

Dann folgt:

$$I(u) = n_0 \int_{-D}^D I_0(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3}.$$

Im Falle eines verschwindenden Magnetfeldes ist $u = z$ und die Teilchenstromdichte ist

$$I(u)|_{B=\frac{\partial B}{\partial z}=0} = I_0(u) = I_0(z).$$

Wir wollen nun die Näherung eines infinitesimal schmalen Strahlenkastens betrachten. Hierfür gilt

$$I_0(z) = 2DI_0\delta(z).$$

Dabei ist $\delta(z)$ die Dirac-Funktion, für die gilt:

$$\delta(z) = \frac{d\Theta(z)}{dz} \text{ und } \Theta(z) = \begin{cases} 0 & \text{für } z < z_0 \\ 1 & \text{für } z \geq z_0 \end{cases}.$$

Einsetzen liefert

$$I(u) = 2Dn_0I_0 \left\{ \left[\Theta(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3} \right]_{-D}^D - \int_{-D}^D \Theta(z) \frac{d}{dz} \left[e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3} \right] \right\}$$

und somit

$$I(u) = 2Dn_0I_0 e^{-\frac{q}{|u|}} \frac{1}{|u|^3}.$$

Nun sollen die Maxima der Intensitäten bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \frac{dI(u)}{du} &= 2Dn_0I_0 \frac{q-3|u|}{u^5} e^{-\frac{q}{|u|}} \stackrel{!}{=} 0, \\ \Rightarrow u_0^{(0)} &= \pm \frac{q}{3} = \pm \frac{LL(1-\frac{L}{2l})\mu_B}{6kT} \frac{\partial B}{\partial z}. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Es ist erkennbar, dass die Lage der Maxima linear mit der Feldinhomogenität zunimmt. Diese Methode wird im Auswertungsteil, Abschnitt 6 als Methode A bezeichnet.

2.6. Realer Strahlquerschnitt

Um an eine bessere Anpassung der Theorie an das Experiment zu gelangen, soll ein mathematisch präziserer Ansatz gewählt werden. Bei dieser Methode wird die Breite $2D$ des Strahlquerschnittes als endlich angesehen. Das Strahlprofil soll dabei wie in Abbildung 2.4 gezeigt durch zwei steile, gerade Flanken und einen parabelförmigen Scheitel beschrieben werden, d.h.:

$$I_0(z) = i_0 \cdot \begin{cases} D+z & \text{für } -D \leq z \leq -p \\ D - \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}\frac{z^2}{p} & \text{für } -p \leq z \leq p \\ D-z & \text{für } p \leq z \leq D \end{cases} ,$$

$$\frac{dI_0(z)}{dz} = i_0 \cdot \begin{cases} 1 & \text{für } -D \leq z \leq -p \\ -\frac{z}{p} & \text{für } -p \leq z \leq p \\ -1 & \text{für } p \leq z \leq D \end{cases} , \quad (2.14)$$

$$\frac{d^2I_0(z)}{dz^2} = i_0 \cdot \begin{cases} 0 & \text{für } -D \leq z \leq -p \\ -\frac{1}{p} & \text{für } -p \leq z \leq p \\ 0 & \text{für } p \leq z \leq D \end{cases} .$$

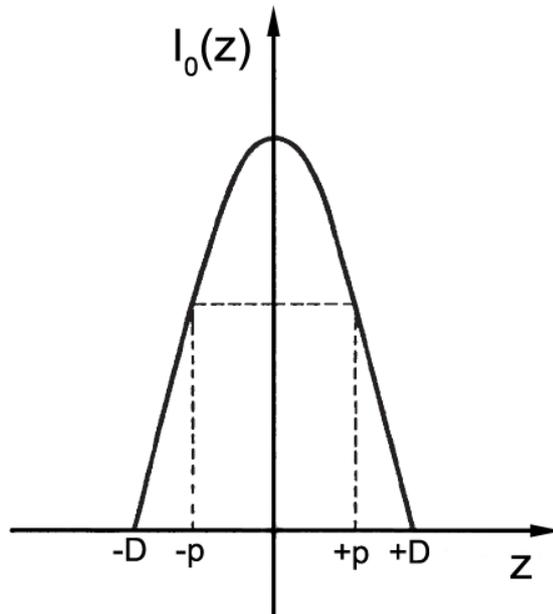


Abbildung 2.4.: Parametrisierung des Strahlprofils bei verschwindendem Magnetfeld

Gehen wir nun von diesem beschriebenen Modell des Strahlquerschnittes aus. Die Gleichungen 2.14 machen kenntlich, dass $I_0(z)$ als zweimal differenzierbar angesetzt ist. Die darauf basierende Bestimmung der Teilchenstromdichte, $I(u)$ hängt von der Inhomogenität des magnetischen Feldes und somit von q (Gleichung 2.11, Seite 2.11) ab. Die Maxima von $I(u)$ befinden sich an den Positionen $u_0(q)$, welche sich nun von den Positionen $u_0^0 = \pm \frac{q}{3}$ (Gleichung 2.13, Seite 10) unterscheiden, also von der Näherung für einen infinitesimalen Strahlkasten.

Um die Funktion $u_0(q)$ zu bestimmen gehen wir aus von

$$\frac{dI}{du}(u_0) = 0.$$

Dabei kann nun die Differentiation nach u in das Integral gezogen werden, wie man an folgender Überlegung erkennt:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{du} &= \frac{d}{du} n_{0,m} \int_{-D}^{+D} dz I_0 \frac{e^{-\frac{q}{|u-z|}}}{|u-z|^3} \\ &= n_0 \int_{-D}^{+D} dz I_0 \frac{\partial}{\partial u} \frac{e^{-\frac{q}{|u-z|}}}{|u-z|^3} \end{aligned}$$

Wird $\frac{\partial}{\partial u}$ durch $-\frac{\partial}{\partial z}$, bleibt der Integranden unverändert. Durch partielle Integration ist es möglich, die Differentiation auf I_0 anzuwenden:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{du} &= n_0 \int_{-D}^{+D} dz \frac{dI_0}{du} \frac{e^{-\frac{q}{|u-z|}}}{|u-z|^3} \\ &\quad + n_0 i_0 \left\{ \int_{+D}^{-p} dz - \frac{u}{p} \int_{-p}^{+p} dz - \int_{+p}^{+D} dz \right\} \frac{e^{-\frac{q}{|u-z|}}}{|u-z|^3} + n_0 i_0 \frac{1}{p} \int_{-p}^{+p} dz \frac{u-z}{|u-z|^3} e^{-\frac{q}{|u-z|}}. \end{aligned}$$

Bei den auftretenden Integralen handelt es sich um elementar lösbare Probleme, woraus sich

$$\frac{dI}{du} = \frac{n_0 i_0}{pq^2} \cdot F(u)$$

mit der Lösungsfunktion

$$F(u) = -|u+p|e^{-\frac{q}{|u-p|}} + |u-p|e^{-\frac{q}{|u-p|}} + p \frac{q+|u+D|}{u+D} e^{-\frac{q}{|u+D|}} + p \frac{q+|u-D|}{u-D} e^{-\frac{q}{|u-D|}}$$

ergibt. Es folgt die Bestimmungsgleichung für die Positionen der Maxima:

$$F(u_0) = 0.$$

Man kann nun erkennen, dass es sich bei $F(u_0)$ um eine Punktsymmetrie handelt, die Lösungsfunktion $u_0(q)$, welche die Lage der Maxima angibt ist folglich spiegelsymmetrisch. Durch diese Vereinfachung können wir uns also lediglich auf die Bestimmung der positiven Werte beschränken.

2.7. Asymptotisches Verhalten für große Felder, Methode B

Wenn die Feldinhomogenität genügend groß wird, so nähert sich u_0 der Lösung, die durch den infinitesimal schmalen Strahlkasten gegeben ist. Geht man nun davon aus, dass

$$\frac{u_0}{p}, \frac{u_0}{D}, \frac{q}{p}, \frac{q}{D} \ll 1 \tag{2.15}$$

gilt, dann beschreiben die folgenden Berechnungen nun einen präziseren Verlauf der Funktion $u_0(q)$ für große Felder. Mit Hilfe der eben genannten Näherung kann $F(u)$ als Taylorreihe entwickelt werden, wozu wir folgende Funktion benötigen:

$$f(u) = u \cdot e^{-\frac{q}{u}}. \quad (2.16)$$

Die relevanten Ableitungen lauten

$$\begin{aligned} f^{(3)}(u) &= \frac{q^2}{u^4} \left(\frac{q}{u} - 3 \right) e^{-\frac{q}{u}}, \\ f^{(5)} &= 12 \frac{q^2}{u^6} \left(5 \left(\frac{q}{u} - 1 \right) + \frac{1}{12} \frac{q^2}{u^2} \left(\frac{q}{u} - 15 \right) \right) e^{-\frac{q}{u}}. \end{aligned}$$

Bis zur sechsten Ableitung sind nur die dritte und fünfte Ableitung von Interesse, da nur bei diesen die Koeffizienten nicht Null sind. Somit ergibt sich für $F(u)$ bei Abbruch nach dem sechsten Glied

$$F(u) = p \left(D^2 - \frac{1}{3} p^2 \right) \cdot f^{(3)}(u) + \frac{p}{12} \left(D^4 - \frac{1}{5} p^4 \right) \cdot f^{(5)}(u) + \dots \quad (2.17)$$

Daraus erhält man durch Nullsetzen die Bestimmungsgleichung für u_0

$$0 = \left(D^2 - \frac{1}{3} p^2 \right) \left(\frac{q}{u_0} - 3 \right) + \frac{D^4 - \frac{1}{5} p^4}{u_0^2} \left(5 \left(\frac{q}{u_0} - 1 \right) + \frac{1}{12} \frac{q^2}{u_0^2} \left(\frac{q}{u_0} - 15 \right) \right).$$

Dabei gibt der erste Summand die bereits bekannte Lösung für $u_0^0 = \frac{q}{3}$. Des Weiteren ist es nun zulässig, im zweiten Summanden u_0 durch u_0^0 zu ersetzen, da die damit verbundenen Abweichungen von noch höherer Ordnung sind:

$$\begin{aligned} 0 &= \left(D^2 - \frac{1}{3} p^2 \right) \left(\frac{q}{u_0} - 3 \right) + \frac{D^4 - \frac{1}{5} p^4}{u_0^2} \\ \Rightarrow q &= 3u_0 - \frac{D^4 - \frac{1}{5} p^4}{D^2 - \frac{1}{3} p^2} \frac{1}{u_0} = 3u_0 - \frac{C}{u_0}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Durch Gleichsetzen von 2.18 und 2.11 ist es nun gelungen, ausschließlich der Messung zugängliche Größen sowie μ_B in einem Ausdruck zu haben:

$$\frac{lL \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B}{2kT} \frac{\partial B}{\partial z} = 3u_0 - \frac{C}{u_0}. \quad (2.19)$$

Trägt man nun die Feldinhomogenität $\frac{\partial B}{\partial z}$ gegen den Ausdruck $3u_0 - \frac{C}{u_0}$ auf, so lässt sich μ_B aus der Steigung A berechnen mit

$$A = \frac{lL(1 - \frac{L}{2i})\mu_B}{2kT}. \quad (2.20)$$

Im Auswertungsteil, Abschnitt 6 wird zusätzlich zu Methode A ebenfalls durch Methode B das Bohrsche Magneton μ_B bestimmt.

3. Aufbau des Vakuumsystems

Da ein wichtiger Teil der Inbetriebnahme der Stern-Gerlach-Apparatur darin besteht, das notwendige Vakuum zu erzeugen, wird in den folgenden Seiten zunächst auf die relevanten Hintergründe zum Thema Vakuumtechnik eingegangen und anschließend das im Versuch benutzte Pumpensystem beschrieben. Siehe hierzu [6].

3.1. Einführung in Vakuumtechnik

Die erste technische Möglichkeit, ein Vakuum zu erzeugen wurde durch eine Quecksilbersäule in einem Glasrohr realisiert. Die vielfältigen Möglichkeiten, welche der heutige Stand der Technik bietet, nutzen verschiedene physikalische wie auch chemische Effekte um Vakua zu erzeugen. Das Ziel der Vakuumapparatur ist, ein Hochvakuum zu erzeugen. Der Druck im Rezipienten (d.h. im zu evakuierenden Volumen) soll auf höchstens $4 \cdot 10^{-6}$ mbar [4] verringert werden. Im Ultrahochvakuumbereich gibt es jedoch gleich mehrere technische und physikalische Problemstellungen, die es zu eliminieren gilt. Zum einen benötigt man spezielle Pumpen, um so niedrige Drücke zu ermöglichen. Es spielen auch Effekte wie die Desorption von Wasser eine Rolle, das bei diesen Größenordnungen des Drucks ausgast und eine weitere Verringerung des Drucks komplizierter macht. Die Methoden, welche genutzt werden, sollen im Folgenden noch genauer dargestellt werden.

3.1.1. Ausdrücke in der Vakuumphysik

Um das Verständnis der folgenden Abschnitte zu erleichtern, sollen im voraus nun die wichtigsten Begrifflichkeiten erläutert werden.

Als Einheit des Drucks wird das Millibar (mbar) verwendet, da dies in der Vakuumtechnik zum Einsatz kommt und nicht die SI-konforme Einheit Pascal (Pa). Dabei gilt die Umrechnung

$$1 \text{ Pa} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ mbar.} \quad (3.1)$$

Der Atmosphärendruck ist damit 1013,25 mbar. Noch immer verbreitet, ist die Druckangabe in der Einheit Torr oder mmHg. Dabei ist 1 Torr der Druck, den eine Quecksilbersäule von 1 mm Höhe ausübt. Für die Umrechnung gilt

$$1 \text{ Torr} = 1.3332 \text{ mbar} = 1.3332 \cdot 10^2 \text{ Pa.} \quad (3.2)$$

Wenn nun im weiteren Verlauf vom Druck die Rede ist, so ist immer der absolute Druck gemeint. Das

bedeutet, dass in einem perfekten Vakuum Druck gleich Null ist und bei Druckerhöhung kontinuierlich zunimmt.

Die Charakterisierung der verschiedenen Pumpen erfolgt durch die Größen Volumendurchfluss und Saugvermögen. Der Volumendurchfluss q_V ist dabei die Menge, die in einer bestimmten Zeit bei gegebener Temperatur und gegebenem Druck durch einen Leitungsquerschnitt fließt. Dies bedeutet auch gleichsam, dass bei unterschiedlicher Temperatur und unterschiedlichem Druck die Zahl geförderter Teilchen bei gleichem q_V sich unterscheiden kann. Auf eine Vakuumpumpe übertragen ergibt sich daraus die charakteristische Größe des Saugvermögens $S = \frac{dV}{dt}$, welches ein Maß für die Fördermenge der jeweiligen Pumpe ist. Bei der Überprüfung der zusammengebauten Anlage messen wird die Leckrate Q_L mit der Einheit $[Q_L] = 1 \frac{\text{mbar} \cdot \text{L}}{\text{s}}$ gemessen. Eine Leckrate von $1 \frac{\text{mbar} \cdot \text{L}}{\text{s}}$ bedeutet, dass in einem Volumen von einem Liter der Druck um 1 mbar pro Sekunde ansteigt.

Es werden zwei Gruppen von Pumpentypen unterschieden. Zum einen handelt es sich dabei um (mechanisch arbeitende) Kompressionspumpen, die durch Verdrängen oder Impulsübertragung das Gas aus dem Rezipienten herausbefördern (Gastransfervakuumpumpe). Die zweite Gruppe bilden Sorptionspumpen, welche Gasteilchen auf z.B. chemische Weise binden (gasbindende Vakuumpumpe).

3.2. Bauteile des Vakuumsystems

Die verwendeten Pumpen sind:

- Drehschieberpumpe von Phywe, Typ 2DSE4
- Turbomolekularpumpe von Pfeiffer, Typ TMU064
- Ionengetterpumpe von Varian, Typ VacIon 911-5030

Wie die Pumpen untereinander und auch an die Stern-Gerlach-Apparatur angeschlossen sind, ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Im Folgenden wird darauf eingegangen, welche Schritte nötig sind, um die Vakuumapparatur wieder in Betrieb zu nehmen. Dabei werden die Pumpen und ihre Eigenschaften einzeln erläutert. Anschließend wird unter Angabe von Messwerten dargestellt, wie die Pumpen geschaltet werden, um das erwünschte Hochvakuum zu erzeugen.

3.2.1. Anschlüsse/Flansche

Um an die Rohrleitungen der Pumpen zu gelangen muss zunächst Aluminiumfolie sowie die darunterliegende Dämmwolle entfernt werden. Beides befindet sich um die Leitungen gewickelt, um eine bessere Ausheizwirkung zu erzielen (siehe Abschnitt 3.2.2). Beim anschließenden Öffnen der Flansche und somit der Vakuumapparatur wird ersichtlich, dass die Leitungsstücke zwischen den Pumpen mit einer grobkörnigen Pulverschicht überzogen sind. Vermutlich handelt es sich dabei um oxidierte Kaliumreste, welche in das Vakuumpumpensystem gelangt sind oder anderen Staub wegen Lagerung über einen langen Zeitraum. Dementsprechend muss zunächst die komplette Vakuumapparatur auseinandergebaut werden, damit die Verbindungsstücke mit Hilfe von Reinigungstüchern und Ethanol vorgereinigt werden können. Danach werden die Teile intensiv in einem Ultraschallbad gereinigt und anschließend über

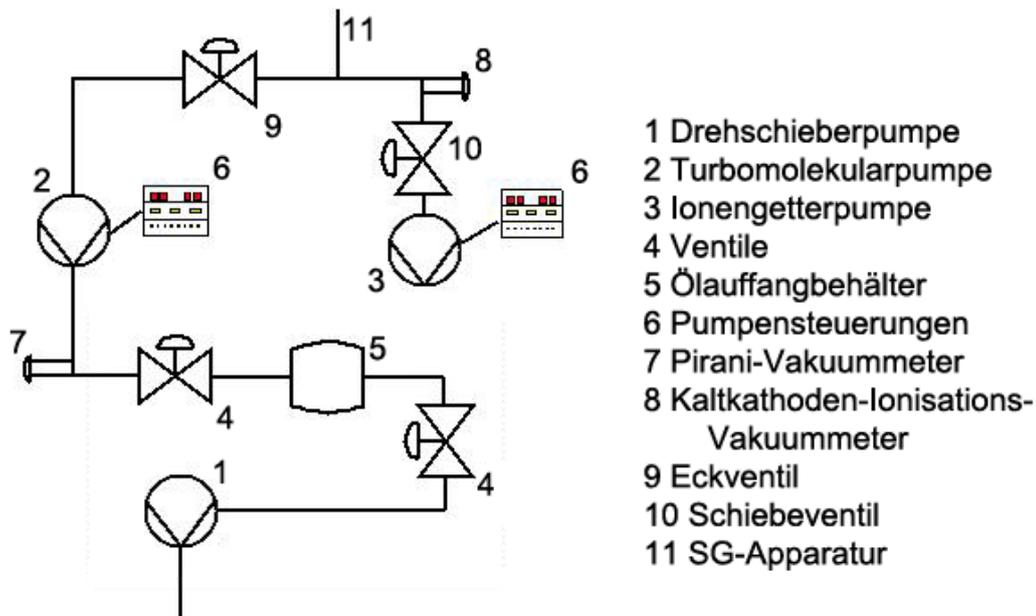


Abbildung 3.1.: Schematischer Aufbau des Vakuumpumpensystems

mehrere Stunden in einen Ofen zur Trocknung gegeben. Die Dichtungsringe für den Ultrahochvakuumbereich werden komplett ausgetauscht, da diese nur einmal benutzt werden können. Bei den Anschlüssen handelt es sich um CF-Flansche, wobei als Dichtmaterial Kupferringe eingesetzt werden. Die einmalige Verwendbarkeit dieser Ringe kommt zu Stande durch Schneidekanten, welche in die Flansche eingelassen sind. Diese führen zu plastischer Verformung der Kupferringe um eine optimale Dichtigkeit zu erreichen. Im Vorvakuumbereich werden KF-Flansche¹ benutzt. Als Dichtringe sind hier Viton O-Ringe im Einsatz. Die beiden Anschlusstypen sind in Abbildung 3.2 nebeneinander dargestellt. Beim Zusammenbau der Teile wird auf größte Sauberkeit geachtet, da sämtliche Verunreinigungen zu sogenannten virtuellen Lecks führen können (siehe Abschnitt 3.2.7).



Abbildung 3.2.: Links: KF-Flansch für das Vorvakuum, rechts: CF-Flansch für das Ultrahochvakuum [7]

¹Schnellverbindungen nach DIN 28 403

3.2.2. Ausheizvorrichtung

Innerhalb des Rezipienten kommt es bei der Berührung mit Atmosphärenluft dazu, dass sich vor allem Wasserdampf an den Wänden anlagert und im Vakuum nur langsam ausgast (d.h. in den gasförmigen Zustand übergeht). Um das Vakuum zu verbessern ist es weit verbreitet, den Rezipienten mit Heizbändern zu umwickeln um das Ausgasen zu beschleunigen. Der Wasserdampf wird so erhitzt und kann schneller abgepumpt werden. Beim Auseinanderbauen der Apparatur vor einigen Jahren wurden die Heizbänder jedoch beschädigt. Zwei von drei Bändern können nicht mehr verwendet werden. In Abschnitt 3.3.3 wird mit $p \approx 8 \cdot 10^{-7}$ mbar der niedrigste Druck angegeben, welchen die Vakuumpumpen erreichen. Da dieser den für das Experiment notwendige Höchstdruck [4] unterschreitet wird von einer erneuten Anbringung der Heizbänder abgesehen. Heizbänder können noch angebracht werden, da diese das Vakuum und somit die Ergebnisse des Experimentes weiter verbessern können. Wie groß dieser Effekt ist, ist jedoch nicht abschätzbar, da an der Stern-Gerlach-Apparatur der Phywe KF-Flansche angebracht sind, welche nicht für optimale Ergebnisse im Ultrahochvakuumbereich ausgelegt sind. Die an der Ionengetterpumpe installierten Schläuche sind noch immer in gutem Zustand und können zum Ausheizen der Pumpe benutzt werden. Dazu steht ein selbstregelndes Bedienteil der Firma Horst zur Verfügung, an welches die Heizbänder angeschlossen werden können wie auch zwei Temperatursensoren. Mittels dieser Vorrichtung können Temperaturen von bis zu 450 °C erreicht werden.

3.2.3. Phywe Drehschieberpumpe 2DSE4

Um das benötigte Vorvakuum zu erzeugen wird eine Drehschieberpumpe der Firma Phywe von Typ 2DSE4 verwendet. Dabei handelt es sich um eine flüssigkeitsgedichtete (Öl) Gastransfervakuumpumpe. Die Pumpeneigenschaften sind in Tabelle 3.1, Seite 20 zusammengefasst. Das Funktionsprinzip der Drehschieberpumpe ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

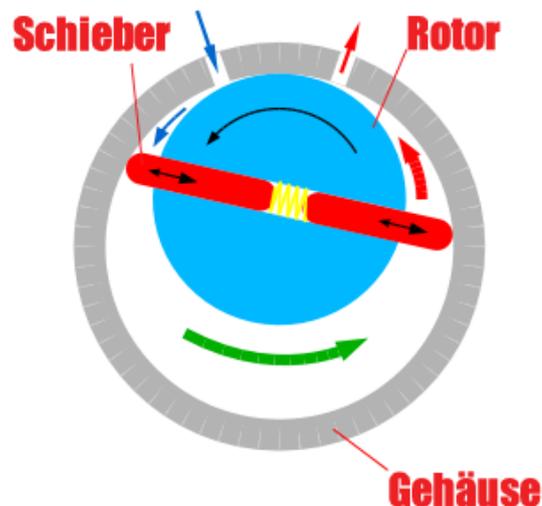


Abbildung 3.3.: Schematischer Aufbau einer Drehschieberpumpe [8]

Die Rotorachse ist bei einer Drehschieberpumpe exzentrisch am Gehäuse (Stator) angebracht. Der Schieber befindet sich dabei am Rotor, welcher das Gehäuse zwischen Ein- und Auslass berührt. Das Innere

wird somit in verschiedene Kammern unterteilt. Dreht der Rotor sich, wird der Schieber auf Grund der Wandberührung permanent verschoben und saugt im Falle einer Rotation gegen den Uhrzeigersinn am Einlass an.

Bevor die Pumpe in Betrieb genommen werden kann, ist eine Wartung notwendig, da die Pumpe längere Zeit nicht in Betrieb war (geschätzt drei bis vier Jahre). Diese Wartung besteht lediglich aus einem Ölwechsel. Eine Reinigung ist laut Techniker des Institus IIA nicht unbedingt notwendig. Das alte Öl wird abgelassen. Dabei kann eine sehr starke, dunkle Verfärbung sowie hohe Viskosität erkannt werden. Es erfolgt eine Befüllung mit P3-Öl vom Hersteller Pfeiffer und ein anschließender Testlauf. Dieser zeigt nach einstündigem Betrieb der Pumpe, dass auch nach langer Standzeit innerhalb einer Stunde ein Vakuum von $p \sim 10^{-2}$ mbar erzeugt werden kann.

3.2.4. Pfeiffer Turbomolekularpumpe TMU064

Als weitere Pumpe dient eine Turbomolekularpumpe zur Verbesserung des Vakuums. Dabei handelt es sich um eine Pumpe von Pfeiffer Vacuum vom Typ TMU064, eine mechanische, kinetische Gastransfer-vakuumpumpe. Die Eigenschaften der Pumpe können Tabelle 3.1 entnommen werden. Bei einer solchen Pumpe handelt es sich um die Weiterentwicklung der normalen Molekularpumpe. Zwischen den fest angebrachten Schaufelrädern (Stator) sind entgegengesetzt weitere, bewegliche Schaufelräder (Rotor) angebracht. Diese Rotoren drehen in der Regel bei ca. 10.000 bis zu 100.000 U/min. In Abbildung 3.4 ist ein Schnitt durch eine Turbomolekularpumpe dargestellt, daneben ist das Bedienteil abgebildet.



Abbildung 3.4.: Querschnitt durch eine Turbomolekularpumpe, Bedienteil der Turbomolekularp. [9]

Das Prinzip ist dem einer Turbine ähnlich. Auf Grund der hohen Umdrehungszahlen jedoch liegen die Geschwindigkeiten der Rotorblätter in der Größenordnung der Eigenbewegung der Gasatome (ca. 475 m/s), so dass diesen ein zusätzlicher Impuls übertragen wird. Da für verschiedene Atomsorten die Geschwindigkeiten variieren, unterscheidet sich auch die Pumpleistung für verschiedene Atomsorten. Das Kompressionsvermögen für Wasserstoff ist demnach viel schlechter als für Stickstoff oder Sauerstoff. Eine Turbomolekularpumpe kann jedoch erst bei zuvor erzeugtem Vorvakuum in der Größenordnung $p \sim 10^{-2}$ mbar anlaufen, da ansonsten durch Luftreibung ein Überhitzen unvermeidlich wäre.

Auch bei der Turbomolekularpumpe ist wie bei der Drehschieberpumpe eine einmalige Wartung notwendig. Dazu wird die Pumpe durch einen Field Service-Techniker von Pfeiffer kontrolliert und gewartet, wobei ein Schmiermittelspeicher ersetzt wird. Dieser Austausch kann nun im Folgenden jährlich selbst durchgeführt werden laut Bedienungsanleitung. Nach einem ersten Testlauf wurde mit Hilfe der Turbomolekularpumpe bereits ein Vakuum von $p = 1,9 \cdot 10^{-6}$ mbar erzeugt. Dieser Wert kann zum Beispiel durch das Anbringen von Heizleitungen verbessert werden.

3.2.5. Varian Ionengetterpumpe Vaclon 911-5030 Triode

Um ein vibrationsfreies Ultrahochvakuum zu erzeugen dient eine Ionengetterpumpe von Varian vom Typ Triode. Vermutlich handelt es sich dabei um das Modell Vaclon 911-5030, eine gasbindende Vakuumpumpe. Auf Nachfrage beim Hersteller konnte der Pumpentyp nur ungefähr an Hand von Bildern und Abmessungen ermittelt werden, da keine Typenbezeichnung und auch keine Seriennummer oder ähnliches an der Pumpe angebracht war. Auch war keine Anleitung zu finden, sodass von Varian eine alte Anleitung ähnlicher Pumpentypen zugesandt wurde. Die Eigenschaften der Pumpe sind wieder in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Siehe auch Abbildung 3.1 für die Position der Pumpe im Vakuumsystem.

PHYWE	Enddruck	Saugvermögen	Frequenz
2DSE4	$6.7 \cdot 10^{-4}$ mbar	1.1 L/s	1400 U/min
Pfeiffer			
TMU064	$< 1 \cdot 10^{-10}$ mbar (mit Ausheiz.)	53 L/s	90.000 U/min
Varian			Betriebsspannung
Vaclon 911-5030 Triode	$< 1 \cdot 10^{-11}$ mbar (mit Ausheiz.)	20 L/s (Stickstoff)	-5 kV

Tabelle 3.1.: Eigenschaften der verschiedenen Vakuumpumpen

Bei einem zuvor bereits erzeugten Vakuum von mindestens $1 \cdot 10^{-2}$ mbar² kann eine Ionengetterpumpe bereits eingesetzt werden. In unserem Fall ist der Druck durch den Einsatz der Turbomolekularpumpe jedoch bereits viel niedriger ($2 \cdot 10^{-6}$ mbar). Das Funktionsprinzip beruht darauf, dass durch Anlegen einer Hochspannung die Restgaspartikel durch Elektronenstoß ionisiert werden und im Gettermaterial Titan im Inneren der Pumpe chemisch gebunden werden. Dabei werden in der Regel weitere Elektronen freigesetzt, welche zur zusätzlichen Gaspartikelionisierung beitragen. Eine weitere Bezeichnung dieses Pumpentyps lautet Kathodenzerstäuberpumpe, welcher sich durch die permanente Erneuerung des Oberflächenmaterials erklärt. Beim Auftreffen der Ionen auf die Oberfläche werden Titanatome herausgeschlagen welche sich dann auf den Elektroden anlagern. Abbildung 3.5 zeigt den Inneren Aufbau einer solchen Pumpe (Typ Diode) sowie das benutzte Bedienteil. Dabei bestehen die Kathoden aus Titan zwischen welchen eine in wabenähnlicher Struktur aufgabaute Anode (Material nach AISI: 304, rostfreier Stahl) angebracht ist. Dazwischen liegt eine Hochspannung von bis zu 7 kV an. Darüberhinaus liegt ein senkrecht zu den Kathoden angebrachtes, durch Ferritmagnete erzeugtes Magnetfeld an um die Elektronen auf ihrem Weg auf eine Schraubenbahn zu zwingen und deren Laufstrecke so zu maximieren. Die Ionengetterpumpe bedarf einer längeren Ausheizzeit, bevor sie in Betrieb genommen werden kann. Dazu wird die Ausheizvorrichtung der Firma Horst genutzt deren Heizdrähte bereits um die Pumpe gewickelt sind. Außerdem wird die Pumpe durch Dämmwolle und dickere Aluminiumfolie verkleidet um ein

²Herstellerangabe laut Bedienungsanleitung.



Abbildung 3.5.: Querschnitt durch eine Ionengeretterpumpe, Bedienteil der Ionengeretterpumpe [10]

homogeneres und schnelleres Aufheizen zu erreichen. Das Aufheizen besteht darin, die Pumpe langsam auf $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ zu bringen und so mindestens zwei Tage konstant zu halten. Dabei ist es sehr wichtig $290\text{ }^{\circ}\text{C}$ nicht zu überschreiten, da in diesem Bereich die Curie-Temperatur der Magnete in der Ionengeretterpumpe liegt und es für größere Temperaturen zu einer dauerhaften Beschädigung kommt. Ist der Ausheizvorgang und die Heizung ausgeschaltet kann die Pumpe beim Unterschreiten von $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ eingeschaltet werden. Zuvor muss am Bedienteil der Pumpe der richtige Typ (20 L/s) und die richtige (negative) Polarität ausgewählt werden. Es ist ebenfalls wichtig darauf zu achten, dass die Erdung der Pumpe sachgerecht angebracht ist. Dies geschieht über das Bedienteil und das Stromkabel, welches Pumpe und Bedienteil verbindet. Hinzu kommt eine Erdung des Bedienteils an den Metallbauteilen der Apparatur. Da bereits in der gesamten Apparatur ein Vakuum von $2 \cdot 10^{-6}$ mbar erzeugt wurde, und das rote Schiebeventil 10 in Abbildung 3.1 geöffnet ist kann die Pumpe unmittelbar eingeschaltet werden. Dazu muss der rechte Kippschalter auf „Start“ stehen bevor mit dem linken Kippschalter die Pumpe eingeschaltet werden kann. Nach einiger Anlaufzeit (Druck bleibt konstant) kann der rechte Schalter auf „Protect“ gestellt werden. Dies macht eine automatische Abschaltung der Pumpe im Falle eines Gaseinbruchs möglich. Danach bleibt die Ionengeretterpumpe unter Vakuum, d.h. im Falle des Flutens (siehe Abschnitt 3.3.2, Seite 24) wird vorher das Ventil 10 (Abbildung 3.1) geschlossen.

3.2.6. Vakuummeter

Um die jeweiligen Drücke im Vorvakuum- und im Ultrahochvakuumbereich zu messen kommen zwei verschiedene Messsensoren zum Einsatz. Im Vorvakuum handelt es sich dabei um ein Pirani-Vakuummeter, im Ultrahochvakuum um ein Kaltkathoden-Ionisations-Vakuummeter.

Das Pirani-Vakuummeter ist vom Typ TPR 010 und hat einen Messbereich, der von Atmosphärendruck bis 10^{-4} mbar reicht. Das von der Gasart abhängige Messverfahren basiert dabei auf der Druckabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von Gasen. Durch eine passende Heiztemperatur des Wolframmessdrahtes, welcher als Zweig einer Wheatstone-Brücke verbaut ist, ist es möglich, die Wärmeabgabe durch Konvektion druckabhängig zu machen. Die Temperatur des Messdrahtes wird dabei unabhängig von der Wärmeabgabe konstant gehalten. Der Wärmeübergang des Drahtes zum Gas wird jedoch mit ansteigendem Druck größer, somit ist die Heizspannung, welche sich für gleichbleibende Temperatur ändern muss,

ein Maß für den Druck. Der Wärmetransport ist neben dem Druck zusätzlich von der molaren Masse und der Molekülstruktur der Gasart abhängig, was die Abhängigkeit von der Gasart erklärt.

Der zweite Messsensor, das Kaltkathoden-Ionisations-Vakuummeter nutzt ebenfalls ein von der Gasart abhängiges Messverfahren. Dabei handelt es sich um ein Vakuummeter der Firma Pfeiffer Vacuum vom Typ IKR 250, welches die Druckmessung im Bereich $2 \cdot 10^{-9} - 1 \cdot 10^{-2}$ mbar erlaubt. Das Funktionsprinzip basiert dabei auf dem einer Ionisationskammer, es werden also die Restgasatome durch Elektronenbeschuss ionisiert und gemessen. Es wird anschließend an einem Kollektor der zur Ionisierungsrate proportionale Strom durch die ankommenden Ionen gemessen. Diese Ionisierungsrate wiederum ist eine Funktion des Drucks im System. Die ionisierenden Elektronen werden durch eine Hochspannungsentladung bei einer Spannung von $U \leq 3,3$ kV erzeugt. Der Messbereich ist für diese Art von Messsonden durch die Ionenrekombination gegeben, da bei $1 \cdot 10^{-2}$ mbar diese Rekombinationsrate zu groß wird für aussagekräftige Messungen. Auf der anderen Seite ist es bei niedrigen Drücken problematisch eine Gasentladung zu erzeugen. Bei $p = 1 \cdot 10^{-6}$ mbar, wie in diesem Experiment vorhanden, ist eine Zündverzögerung in der Größenordnung $t \approx 1$ s [11] unproblematisch.

3.2.7. Leckdetektion

Nachdem sämtliche Verbundstücke am Vakuumsystem zusammengebaut sind und auch die Turbomolekularpumpe einsatzbereit ist, wird zur Überprüfung der Dichtigkeit sämtlicher Flansche im Ultrahochvakuum ein Lecktest einmalig durchgeführt. Mit einem Leckdetektor³ ist es möglich, die sogenannte Leckrate zu messen, welche einen Rückschluss auf Dichtigkeit des Systems zulässt. Bei Vakuumanlagen ist es im Allgemeinen so, dass keine Anlage zu 100% dicht ist, die Leckrate jedoch klein genug gehalten werden kann um den Ansprüchen an die Anwendungsbereiche des Vakuums gerecht zu werden. Darüber hinaus ist es natürlich möglich, mit hinreichend starken Pumpen gewisse Lecks auszugleichen. Die Leckarten, welche die wichtigste Rolle spielen, sollen kurz aufgelistet werden:

- Lecks in lösbaren Verbindungen (Flansche)
- Lecks in nicht lösbaren Verbindungen (Schweißnähte)
- Virtuelle Lecks

Die ersten beiden Arten von Lecks werden nun mit diesem Test untersucht, gegen die virtuellen Lecks kann als einzige Maßnahme auf maximale Sauberkeit beim Zusammensetzen der Bauteile geachtet werden (siehe Abschnitt 3.2.1, Seite 16), da sie keine echten Lecks darstellen. Es kommt zur Ausgasung von in der Apparatur angelagerten Stoffen.

Es wird ein Heliumleckdetektor eingesetzt, da diese Methode auch bei Drücken bis 10^{-12} mbar exakte Ergebnisse zu liefert. Darüberhinaus kann ein mögliches Leck lokalisiert werden, so dass Bauteile oder Dichtungen einfach ausgetauscht werden können. Helium kommt zudem in der Luft nur zu $5,2 \cdot 10^{-4}\%$ vor, sodass keine Beeinflussung von natürlichem Helium zu befürchten ist. Außerdem ist Helium als Edelgas äußerst reaktionsträge. Die Leckrate, welche mit Helium ermittelt wird, ist auf andere Gase umrechenbar. Dabei herrschen beim Test sogenannte Helium-Standard-Bedingungen, was bedeutet, dass im Prüfling ein Vakuum und außerhalb Atmosphärendruck vorhanden ist .

³Der Leckdetektor HLT160 von Pfeiffer/Balzars wurde uns vom II. Physikalischen Institut A zur Verfügung gestellt.

Bei einer Messung nach der Vakuummethode wird der Leckdetektor an Stelle des Pirani-Vakuummeters angeschlossen, aus Sicherheitsgründen wird ein zusätzliches Eckventil davor angebracht. Im UHV-Bereich besteht währenddessen bereits ein Vakuum von $p \approx 10^{-5}$ mbar, das Eckventil 9 aus Abbildung 3.1, Seite 17 ist geschlossen und die Turbomolekularpumpe ist ausgeschaltet. Nachdem der Leckdetektor angeschlossen ist werden die Pumpen angeschaltet (Drehschieberpumpe, Turbomolekularpumpe). Zusätzlich werden nach Einschalten des Leckdetektors die eingebaute Vorvakuumpumpe, sowie eine weitere Turbomolekularpumpe im Leckdetektor eingeschaltet. Diese sind notwendig, da die Registrierung des Heliums über ein Massenspektrometer erfolgt, welches nur im Hochvakuumbereich von mindestens $p = 10^{-4}$ mbar betrieben werden kann. Das Helium wird nun aus der Gasflasche durch einen Druckminderer in eine sehr feine Spitze geleitet. Aus dieser Spitze ausströmend wird das Helium nun an vermeintliche Lecks geführt (Dichtungen, Schweißnähte). Im Falle eines Eintrittes in das System würde das Helium nun durch die Turbomolekularpumpe (2) in den Vorvakuumbereich befördert werden wo es durch das Massenspektrometer des Leckdetektors registriert werden würde. Beim Wechseln der Teststellen muss dabei jeweils ein paar Sekunden gewartet werden, um die Zeitkonstante des Vakuumsystems abzuwarten, d.h. die Zeit, die das Helium braucht, um im Massenspektrometer anzugelangen. Die somit beschriebene Methode brachte in unserem Fall ein Ergebnis der Leckrate des UHV-Bereiches von $7,5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{mbar} \cdot \text{L}}{\text{s}}$. Darüberhinaus wurden auch keine signifikanten Schwankungen beim Wechseln der Teststellen registriert, sodass dieser Wert überall gleich blieb. Dieser bedeutet, dass das System gasdicht ist. Umgerechnet werden kann dies auf einen theoretischen Lochdurchmesser von 10^{-8} m.

3.3. Pumpen im Normalbetrieb

Der Normalbetrieb⁴, wie er auch während des Praktikums erfolgt, besteht aus verschiedenen Standardabläufen, wie zum Beispiel dem Fluten mit Stickstoff und anschließendem Abpumpen. Die einzelnen Schritte sind dabei:

1. Einschalten
2. Fluten
3. Erneutes Abpumpen

3.3.1. Einschalten

Geht man davon aus, dass im gesamten Rezipienten Atmosphärendruck herrscht, so erfolgt die Inbetriebnahme durch Einschalten der Drehschieberpumpe und der Turbomolekularpumpe. Letztere wird erst zum langsamen Anlaufen im „Stand-By“⁵ (Abbildung 3.4, zweiter Knopf von unten) eingeschaltet, nach ca. 15 Minuten wird der „Stand-By“ ausgeschaltet. Dabei sind die Ventile (4, 9, Abbildung 3.1)) geöffnet, Ventil 10 ist geschlossen, da die Ionengetterpumpe unter Vakuum steht. Lässt man die Pumpen einen Tag laufen wird ein Druck von $p \approx 10^{-6}$ mbar erreicht sein. Nun kann die Ionengetterpumpe wie im

⁴Zu diesem Zeitpunkt ist auch schon die Versuchsapparatur an das Vakuumsystem angeschlossen, was aber bis auf eine Volumenveränderung des Rezipienten keinen Unterschied ausmacht.

⁵Im Stand-By-Modus läuft die Pumpe mit 66% der nominell erreichbaren Geschwindigkeit. Dieser Betriebsmodus kann nun gewählt werden, da der Druck im Rezipienten mittlerweile weiter gefallen ist um die Pumpe zu schonen

zugehörigen Abschnitt bereits erklärt in Betrieb genommen werden, bevor das Ventil 10 geöffnet werden kann. Das Eckventil 9 wird geschlossen und Turbomolekularpumpe und Drehschieberpumpe werden ausgeschaltet. Das Vakuum wird nun allein durch die Ionengetterpumpe aufrecht gehalten.

3.3.2. Fluten

Will man zum Beispiel den Ofen mit Kalium befüllen muss der Rezipient geflutet werden. Dazu ist Stickstoff geeignet, da es nicht wie Umgebungsluft Komponenten aufweist, die sich am Wandinneren des Rezipienten anlagern, und somit ein erneutes Abpumpen erschweren. Das Schiebeventil 10 wird geschlossen und die Ionengetterpumpe kann weiter laufen. Die Drehschieberpumpe wird eingeschaltet bei geschlossenem Eckventil 9. Hat das Vorvakuum einen Druck von $p < 10^{-1}$ mbar erreicht, kann die Turbomolekularpumpe in der Einstellung „Stand-By“ eingeschaltet werden. Nach einer Pumpzeit von ca. 15 Minuten kann das Ventil 9 geöffnet werden. Die Stickstoffflasche wird über einen Druckminderer an das geregelte Ventil der Turbomolekularpumpe angeschlossen. Vorher wird an der Flasche ein geringer Gasstrom eingestellt. Der Druckminderer sollte nach dem Anschluss an das Ventil der Pumpe einen leichten Überdruck anzeigen. Die Turbomolekularpumpe wird ausgeschaltet und die Vorvakuumventile geschlossen. Auch die Drehschieberpumpe wird ausgeschaltet. Um eine Beschädigung durch Überdruck der Stern-Grlach-Apparatur zu vermeiden wird der Flansch, durch welchen später das Kalium eingefüllt wird, geöffnet. Nach kurzer Wartezeit (ca. 10 Minuten) öffnet das Ventil an der Turbomolekularpumpe und der Stickstoff strömt in den Rezipienten. Der lose auf dem Ofen liegende Deckel sollte nun leicht klappern und somit den Stickstoffstrom anzeigen. Bei konstantem Stickstoffstrom kann der Ofen befüllt werden (siehe Abschnitt 4.2).

3.3.3. Erneutes Abpumpen

Zuerst wird die Stickstoffflasche zuge dreht. Dann muss sichergestellt werden, dass sämtliche geöffneten Flansche (z.B. am Ofen) sauber und wieder verschlossen sind. Als nächstes wird die Drehschieberpumpe eingeschaltet und nacheinander die Vorvakuumventile 4 geöffnet. Nach ca. 15 Minuten ist der Vorvakuumdruck auf $p < 10^{-1}$ mbar gefallen. Die Turbomolekularpumpe wird nun im „Stand-By“ eingeschaltet und nach erneuten 15 Minuten Wartezeit kann der „Stand-By“ ausgeschaltet werden, weiter ist zu beachten, dass die Luftkühlung der Turbomolekularpumpe eingeschaltet ist. Bereits nach einer Stunde Wartezeit sollte der Druck wieder in der Größenordnung $p \approx 10^{-6}$ mbar sein, sodass das Schiebeventil 10 geöffnet und die Ionengetterpumpe an das Vakuum angeschlossen wird. Nach längerer Wartezeit (mehrere Tage) werden Werte von $p \approx 8 \cdot 10^{-7}$ mbar erreicht. Das Ventil 9 wird geschlossen und die Turbomolekularpumpe wird abgeschaltet. Die Ventile 4 werden geschlossen und die Drehschieberpumpe wird ebenfalls ausgeschaltet. Das System ist nun bereit um Experimente durchzuführen.

4. Vorversuche

4.1. Die Stern-Gerlach-Apparatur

Wie bereits unter Abschnitt 3.3 erwähnt, ist die eigentliche Stern-Gerlach-Apparatur bereits an das Vakuumsystem angeschlossen worden. Der Umfang der Lieferung beinhaltet folgende Teile:

- Ofen, in welchem das Kalium erhitzt wird,
- Strahlrohr,
- Polschuhe und
- Detektor.

Diese Apparatur ist zum Zeitpunkt der Lieferung betriebsbereit zusammengebaut und justiert, sodass nach dem Anschluss an das Vakuumsystem und anschließendem Abpumpen experimentiert werden kann. Zuvor ist es notwendig, unter andere, Kalium in den Ofen zu füllen, was im Folgenden beschrieben wird. Weitere Details zur Apparatur können [12] entnommen werden.

4.2. Befüllen des Ofens mit Kalium

Im Folgenden soll es um die in Abschnitt 3.3.2 angesprochene Befüllung des Ofens mit Kalium gehen. Die benötigten Geräte sind in Abbildung 4.1 dargestellt. Das Kalium wird in verschlossenen Glasampullen geliefert, welche jeweils 0.6 g Kalium beinhalten. Diese Aufbewahrung ist unbedingt notwendig, da Kalium sofort an der Luft oxidiert. Mit einer einmaligen Befüllung ist der Versuch in der Regel vier bis fünf mal durchführbar, was jedoch stark von der Ofentemperatur abhängt. Bei sämtlichen Arbeitsschritten soll mit größter Vorsicht vorgegangen werden, da Kalium nach Gefahrstoffverordnung als leichtentzündlich und ätzend eingestuft wird. Zudem ist Kalium stark hygroskopisch, bei Berührung mit Wasser reagiert es explosionsartig und mit hellen Lichtblitzen zu Kaliumhydroxid. Daher besteht die Notwendigkeit einen Laborkittel sowie Handschuhe zu tragen.

Als erstes wird die Kaliumampulle in die Aufbrechhilfe gesteckt, wie in Abbildung 4.2 gezeigt. Diese ist ein zylinderförmiges Stück Metall mit einer ebenfalls zylinderförmigen Öffnung in der Mitte, in welche die Kaliumampulle genau hineinpasst. Anschließend wird eine Platte daraufgelegt. Durch die Öffnung in der Mitte der Platte ragt die Spitze der Kaliumampulle etwas heraus.

Es wird mit einem Hammer gegen diese Platte geschlagen um die Spitze der Ampulle abzubrechen. Nach Entfernung der Spitze ist darauf zu achten, dass sich in dieser beziehungsweise an weiteren Glassplittern Kaliumreste befinden können. Mit einer Pinzette müssen gegebenenfalls entstandene Glassplitter aus dem Kalium entfernt werden, welches sich noch in der Ampulle befindet. Es wird als Einfüllhilfe ein

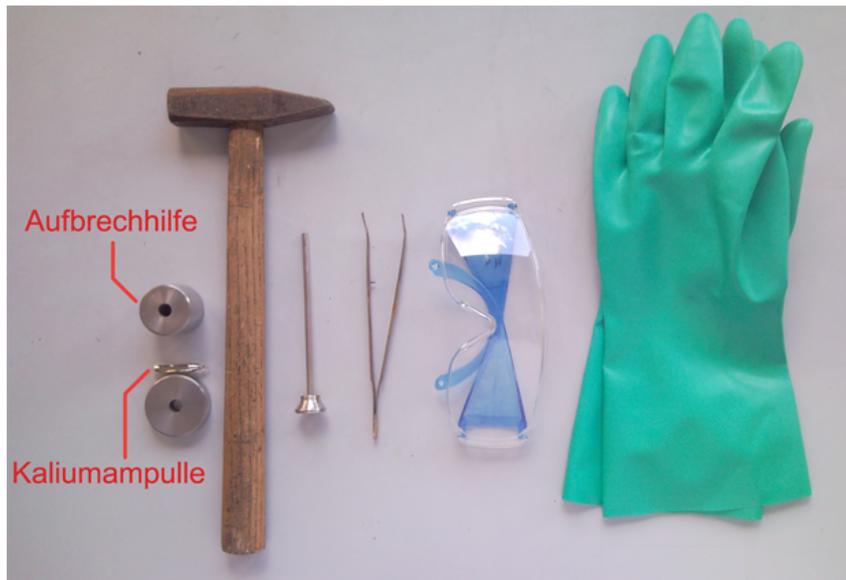


Abbildung 4.1.: Utensilien zur Ofenbefüllung

dünnere, hohle Metallzylinder (3. v.r., Abbildung 4.1) in die Ampulle gesteckt. Nach dem Herausziehen bleibt das Kalium im Inneren des Zylinders haften. Mit einem Metallstab, welcher den Innendurchmesser der Einfüllhilfe besitzt, wird das Kalium in den Ofen gedrückt. Nach dem Befüllen des Ofens kann sich die hygroskopische Eigenschaft des Kaliums zunutze gemacht werden, indem unter Einhalten von Sicherheitsabstand alle Teile, an denen Kalium haftet in ein Wasserbad gegeben werden. Das dabei entstehende Kaliumhydroxid ist ungefährlich.



Abbildung 4.2.: Aufbrechhilfe mit Kaliumampulle

4.3. Heizen des Ofens

Damit das Kalium verdampft und die Atome auf die für den Versuch benötigte Geschwindigkeit beschleunigt werden muss der Ofen auf $T \approx 175 \text{ }^\circ\text{C}$ geheizt werden. Eine Erläuterung für die Wahl dieser Temperatur soll in diesem und im folgenden Kapitel gegeben werden.

Die Messung wird durchgeführt, nachdem Messdaten zur Versuchsauswertung aufgenommen worden

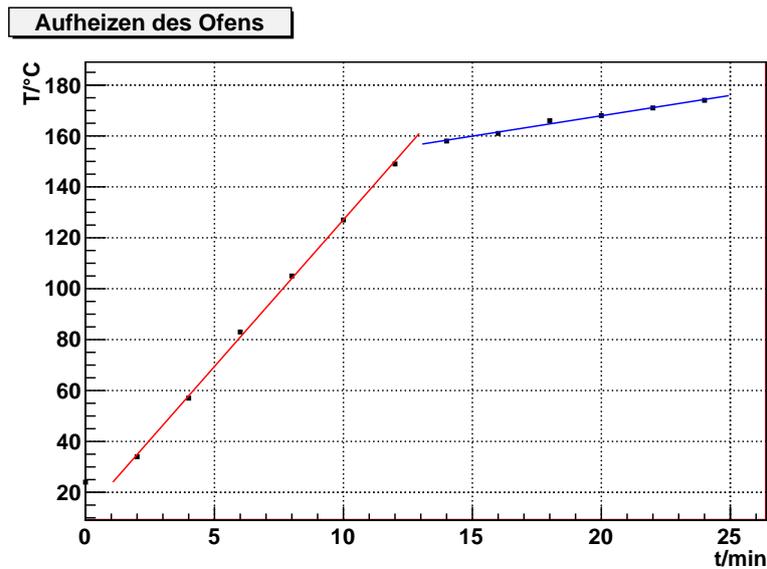


Abbildung 4.3.: Aufheizen des Ofens: Temperatur gegen Zeit

sind, somit ist bereits bekannt, bei welcher Lage die Intensität des Atomstrahls maximal ist. Der Detektor wird auf diese Position eingestellt, das Magnetfeld ist während der Messreihe ausgeschaltet.

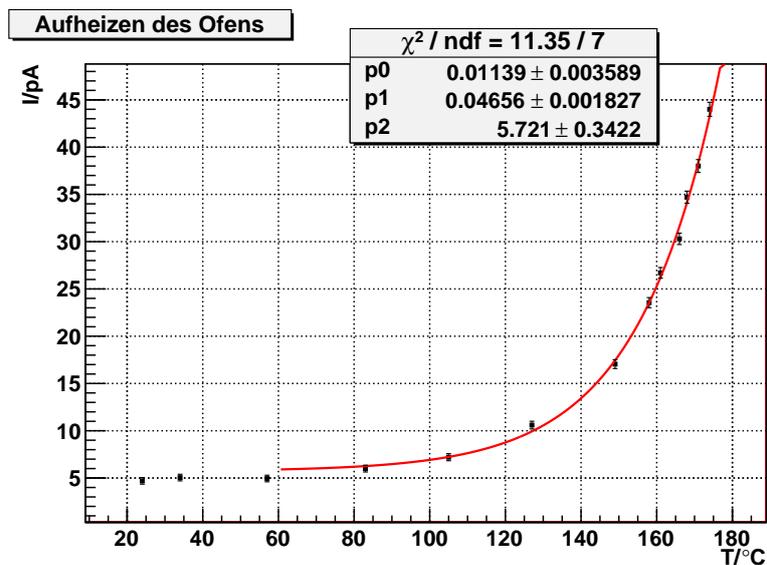


Abbildung 4.4.: Aufheizen des Ofens: Detektorstrom gegen Temperatur

Der Ofen ist dabei an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen, welche bis zu 10 V bei 1 A liefert. Dabei wird die ersten zwölf Minuten bei Maximaleinstellung geheizt, bevor Spannung und Strom für den letzten Abschnitt des Aufheizens auf $U = 6$ V und $I = 500$ mA heruntergeregelt werden, um langsamer und somit präziser heizen zu können. Der Verlauf der Temperatur gegen die Zeit ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Hier ist sehr gut zu erkennen, dass die Temperatur bei konstanter Spannung weitestgehend linear ansteigt und die Steigung nach zwölf Minuten auf Grund einer geringeren Spannung kleiner wird. Zudem zeigt Abbildung 4.4 den Zusammenhang zwischen Detektorstrom und Ofentemperatur. Vergli-

chen mit Abbildung 4.5 zeigt sich, welche Auswirkung eine höhere Temperatur auf das Aufspaltungsbild hat. Wie von der Phywe in der Beschreibung des Versuches ([4]) angegeben kommt es erst oberhalb von $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ zu einem messbaren Signal eines Kaliumatomstromes. Der Verlauf ab einem Messwert von $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ wird als exponentiell angenommen. Der Fehler auf den Detektorstrom wird wie in Abschnitt 6.1, Seite 31 beschrieben ermittelt.

4.4. Einfluss verschiedener Temperaturen

Während des Aufheizvorganges wird bei verschiedenen, konstanten Temperaturen der Strom in der Detektorebene aufgenommen. Dabei fließt durch die Spulen ein Strom von 0.7 A . Bei der Aufnahme verschiedener Messreihen hat sich herausgestellt, dass dies ein passender Wert ist, um bei deutlicher Aufspaltung des Atomstrahls klar erkennbare Peaks zu erhalten. Mit diesem Vorversuch soll erläutert werden, welche Mindesttemperatur notwendig ist für die Versuchsdurchführung.

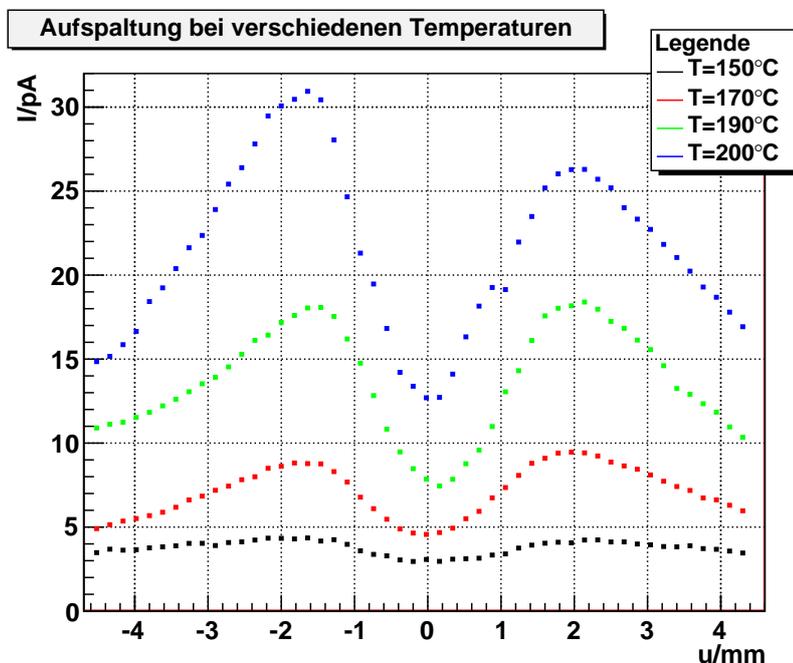


Abbildung 4.5.: Aufspaltung des Atomstrahls bei verschiedenen Ofentemperaturen

Zur Illustration soll dabei Abbildung 4.5 dienen, welche zum einen ebenfalls die mit zunehmender Temperatur ansteigende Intensität I des Detektorstroms (also auch des Atomstrahls), zum anderen auch die Verkleinerung des Abstandes der Maxima mit zunehmender Temperatur wiedergibt¹ (vorausgesagt durch Gleichung 2.13). In der Abbildung sind vier von sieben Messreihen dargestellt. Es ist ebenfalls sehr gut zu erkennen, dass bei einer Temperatur $T \leq 150\text{ }^{\circ}\text{C}$ das Aufspaltungsprofil erst sehr wenig ausgeprägt ist. Die daraus resultierenden Fehler auf die Peakbestimmung einer Messreihe bei diesen Temperaturen werden demnach sehr groß. Aus diesem Grund wird für die folgenden Messungen eine Temperatur von $T > 170\text{ }^{\circ}\text{C}$ gewählt. Trotzdem wird darauf geachtet, keine zu hohen Temperaturen zu nutzen, um den

¹Zu beachten ist die breiter werdende Verteilung bei niedrigen Temperaturen

Kaliumverbrauch nicht unnötig zu erhöhen. Die Ergebnisse für die Peakbestimmungen und die Fehler auf die jeweiligen Mittelwerte sind in Tabelle 4.1 aufgelistet.

Temperatur/°C	135	150	160	170
u_1/mm	10.61 ± 0.57	10.48 ± 0.18	10.90 ± 0.31	11.10 ± 0.10
u_2/mm	15.25 ± 0.41	15.06 ± 0.20	14.95 ± 0.19	14.83 ± 0.06
$\Delta u/mm$	4.64 ± 0.70	4.22 ± 0.26	4.05 ± 0.36	3.73 ± 0.12
Temperatur/°C	180	190	200	
u_1/mm	9.88 ± 0.10	11.24 ± 0.06	11.14 ± 0.05	
u_2/mm	13.9 ± 0.22	14.84 ± 0.04	14.85 ± 0.05	
$\Delta u/mm$	4.02 ± 0.24	3.60 ± 0.07	3.71 ± 0.07	

Tabelle 4.1.: Fitresultate

Durch Gleichung 2.13 kann ebenfalls bei Variation der Temperatur die Abhängigkeit der Lage des Maximums bei konstanter Feldinhomogenität $\frac{\partial B}{\partial z}$ beschrieben werden. Eine solche Messreihe ist in Abbildung 4.6 dargestellt.

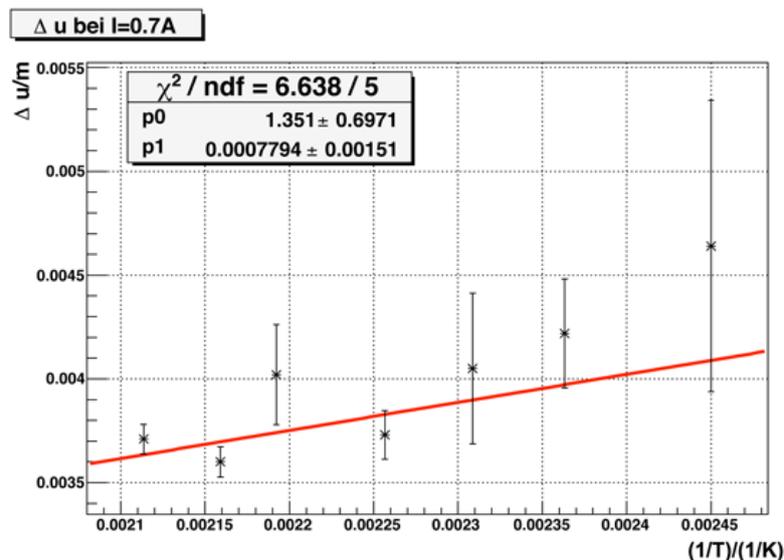


Abbildung 4.6.: Geradenfit zur Bestimmung von $\mu_{B,T}$ bei verschiedenen Ofentemperaturen

Es ergibt sich ein Wert von

$$\mu_{B,T} = (8.82 \pm 4.55) \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 = 8.82 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 \pm 51 \%$$

[13]. Man erkennt gut, wie die Fehler auf Δu für geringe Temperaturen sehr groß werden da hier Δu nicht mehr präzise bestimmt werden kann. Daraus resultiert der große Fehler von 51 % auf $\mu_{B,T}$. Dies ist der Grund, warum die Bestimmung von μ_B durch Variation des Spulenstroms bei konstanter Temperatur erfolgt und nicht umgekehrt, da der Fehler auf den Spulenstrom geringer abgeschätzt werden kann, wie in Abschnitt 6.1 zu sehen ist. An Hand der in Tabelle 4.1 hervorgehobenen Werte erscheint die Wahl einer Temperatur von $T > 170 \text{ }^\circ\text{C}$ sinnvoll. Der Fehler von 6 % bei $150 \text{ }^\circ\text{C}$ lässt sich auf 3 % bei $170 \text{ }^\circ\text{C}$ reduzieren (man vergleiche auch mit Abbildung 4.5).

5. Durchführung

5.1. Heizen des Atomstrahlofens

Der genaue Ablauf des Aufheizens ist bereits in Abschnitt 4.3 beschrieben. Während des Aufheizvorgangs wird an den Detektor eine Wechselspannung $U_{eff} = 10 \text{ V}$ angelegt, damit der Wolframdraht im Detektor bei der Messung eine Temperatur von etwa $T_{det} = 800 \text{ °C}$ erreicht.

5.2. Messungen

Das Ausgangssignal des Detektors wird anfangs im kleinsten Messbereich auf Null gestellt, ohne dass der Verstärker angeschlossen ist. Die Millimeterschraube zur Variation der Detektorposition wird bis zum Anschlag in eine Richtung gedreht. Von hier ausgehend wird die Messwertaufnahme begonnen, zunächst bei ausgeschalteten Magneten, Dabei ist es wichtig, die Messungen ohne Magnetfeld zu beginnen und dann der Spulenstrom weiter zu erhöhen, um den Effekt der magnetischen Remanenz zu vermeiden. Es wird für verschiedene Spulenströme der Detektorstrom in Abhängigkeit von der Detektorposition gemessen. In Tabelle 5.1 sind die Spulenströme und entsprechenden magnetischen Feldstärken, bei denen gemessen wurde, eingetragen. Die Umrechnung wurde der I - B -Kennlinie für die verwendeten Polschuhe im Anhang B entnommen.

I_B/A	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.06	1.2
B/T	0	0.14	0.31	0.40	0.48	0.57	0.64	0.71	0.79	0.83

Tabelle 5.1.: Magnetfeldwerte für verschiedene Spulenströme

6. Auswertung

6.1. Messungen

In Abbildung 6.1 sind für verschiedene Spulenströme die Intensitätsverteilungen aufgetragen. Hier zeigt sich deutlich, wie mit steigendem Spulenstrom und damit größeren Feldgradienten einerseits die maximale Intensität stark abnimmt und andererseits sich die Peaklagen weiter von einander entfernen. Die Messung für $I = 0$ A, d.h. bei verschwindendem Magnetfeld, wird benutzt um bei Methode B (Abschnitt 6.2.2) die Parametrisierung des Strahlprofils durchzuführen.

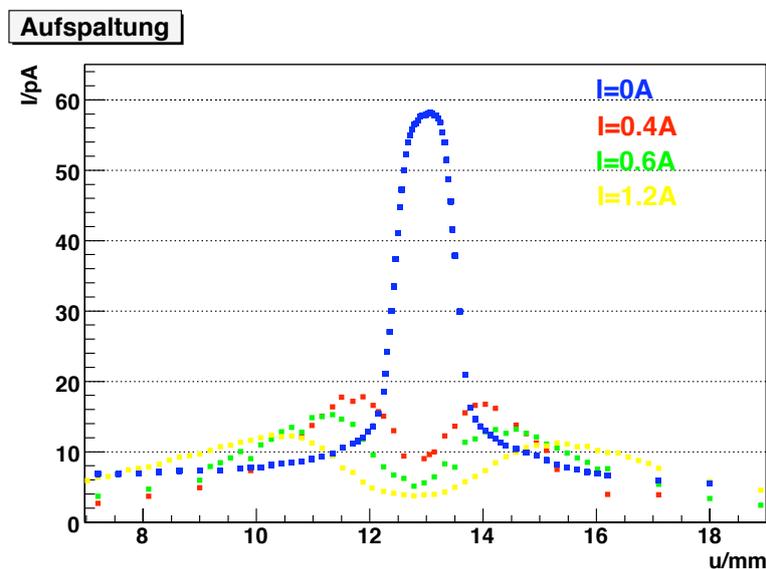


Abbildung 6.1.: Intensitätsverteilung für verschiedene Spulenströme. Bei $I = 0$ A gibt es keine Aufspaltung ($B = 0$ T). Die maximale Aufspaltung ergibt sich für $I = 1.2$ A, was einem Magnetfeld von $B = 0.83$ T entspricht.

Fehlerbetrachtung:

Der Fehler auf die einzelnen Messpunkte wird aus der quadratischen Addition von statistischem und systematischem Fehler bestimmt. Es wird ein systematischer Fehler auf die Strommessung von 1% auf den Messwert zzgl. maximal 0.5% auf den Messbereichsendwert angegeben [14]. Ein eventueller Fehler vom Gleichstrommessverstärker kann hier nicht betrachtet werden, da keine Daten über diesen vorhanden sind (weder in den bereits vorhandenen Akten, noch beim Hersteller). Der Fehler auf die Millimeterschraube für die Detektorverschiebung wird als vernachlässigbar klein angenommen.

Zur Bestimmung des statistischen Fehlers wurde eine Rauschmessung durchgeführt und ein Histogramm

angefertigt. Das Ergebnis ist in Abbildung 6.2 zu sehen. Der statistische Fehler auf die Stromwerte ist $\sigma_{I,stat} = 0.02 \text{ pA}$.

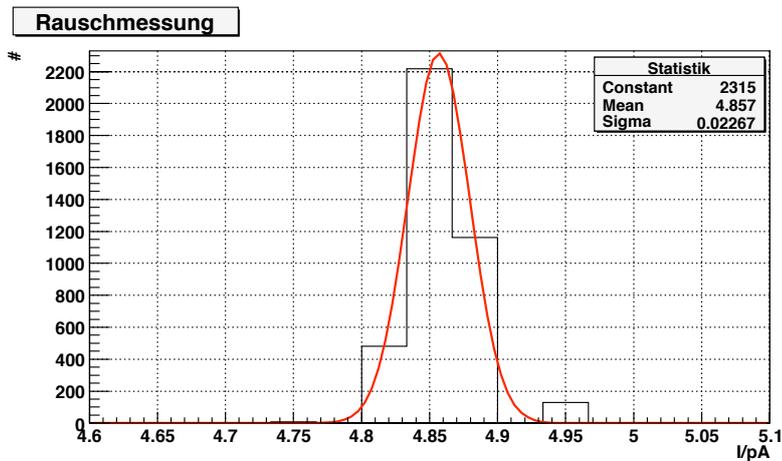


Abbildung 6.2.: Verteilung der Stromwerte zur Bestimmung des statistischen Fehlers

6.2. Bestimmung des Bohrschen Magnetons

Zur Bestimmung des Bohrschen Magnetons werden die genauen Lagen der Maxima der Intensitätsverteilung hinter dem inhomogenen Magnetfeld benötigt. Dazu werden zwei Methoden beschrieben. Bei Methode A wird eine Näherung durchgeführt, bei welcher der Strahlquerschnitt als infinitesimal Schmal angesehen wird. Bei Methode B wird die reale Strahlbreite bei verschwindendem Magnetfeld genutzt (siehe Abschnitte 2.5 und 2.6, Seite 8ff).

Bestimmung der Lage der Maxima:

Bei den Messungen der Intensitätsverteilungen bei eingeschaltetem Magnetfeld wird die Lage der Maxima bestimmt. Dies geschieht z.B. durch Anfitzen einer Gaußkurve an jedes Maximum (Abb. 6.3).

Tabelle 6.1 zeigt die Resultate der Fits¹.

Spulenstrom/A	0.4	0.5	0.6	0.7
u_1/mm	11.71 ± 0.03	11.87 ± 0.12	11.21 ± 0.03	9.96 ± 0.11
u_2/mm	14.03 ± 0.03	14.88 ± 0.07	14.49 ± 0.04	13.87 ± 0.11
$\Delta u/mm$	2.23 ± 0.04	3.01 ± 0.14	3.28 ± 0.05	3.91 ± 0.16
Spulenstrom/A	0.8	0.9	1.06	1.2
u_1/mm	10.76 ± 0.08	10.81 ± 0.04	10.57 ± 0.04	10.22 ± 0.05
u_2/mm	14.93 ± 0.05	15.38 ± 0.05	15.41 ± 0.05	15.48 ± 0.06
$\Delta u/mm$	4.17 ± 0.09	4.57 ± 0.06	4.84 ± 0.06	5.26 ± 0.08

Tabelle 6.1.: Fitresultate

¹Die Nulllage des Detektors kann bei verschiedenen Messreihen variieren.

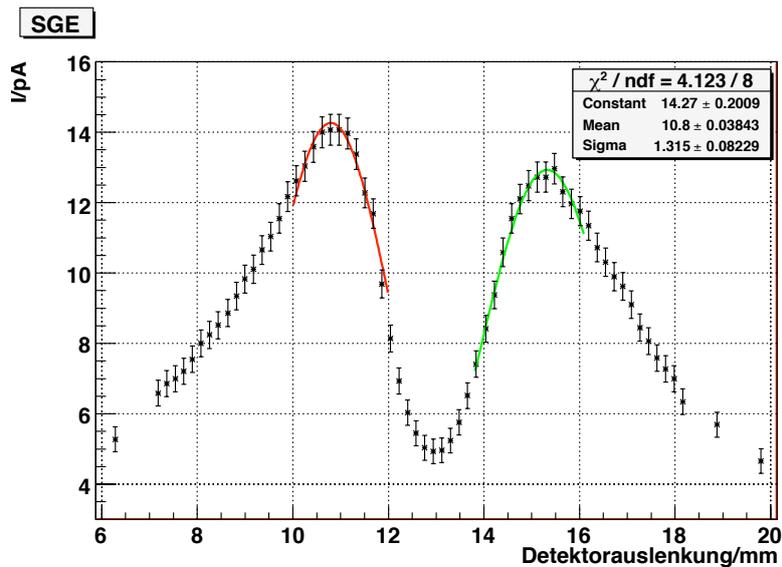
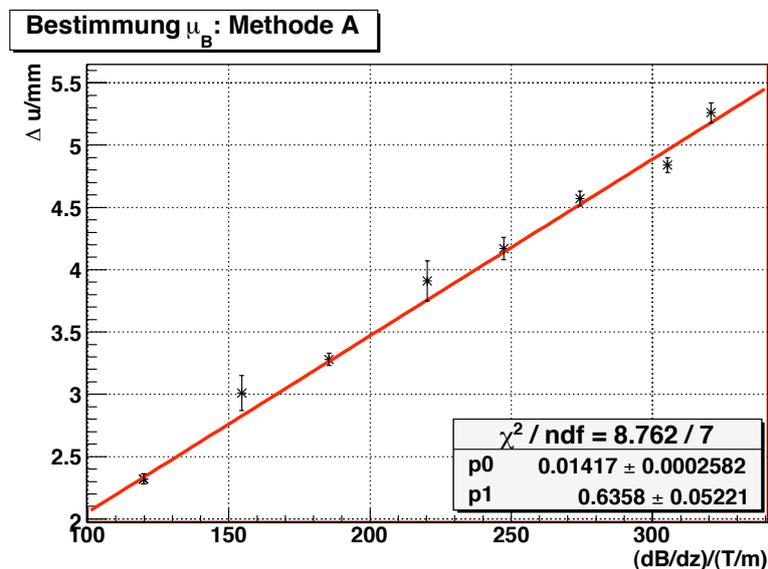


Abbildung 6.3.: Bestimmung der Maxima durch Anfiten jeweils einer Gaußkurve pro Maximum

6.2.1. Methode A

Der Abstand Δu zwischen den Maxima wird gegen die Inhomogenität $\partial B / \partial z$ aufgetragen. Diese ergibt sich aus Umrechnung der magnetischen Feldstärke mit Hilfe von Gleichung 2.6. Es ergibt sich ein annähernd linearer Zusammenhang, daher kann dies mit einer Geraden mit der Steigung p_0 dargestellt werden.


 Abbildung 6.4.: Geradenfit zur Bestimmung von $\mu_{B,A}$, Methode A

Das Ergebnis ist in Abbildung 6.4 zu sehen. Für die Steigung erhalten wir $p_0 = (0.0142 \pm 0.0003) \cdot 10^{-3} \text{ m/T}$. Hieraus kann mit der Beziehung 2.13

$$u_i = \pm \frac{q}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta u = \frac{2}{3}q,$$

die im Theorieteil in Abschnitt 2.5 hergeleitet wurde, das Bohrsche Magneton μ_B bestimmt werden. Mit

$$q = \frac{IL(1 - \frac{L}{2l})\mu_B}{2kT} \frac{\partial B}{\partial z}$$

folgt die Bestimmungsgleichung für μ_B :

$$\mu_B = \frac{3k_B T}{IL(1 - \frac{L}{2l})} p_0.$$

Es ergibt sich für $T = 456.15$ K

$$\mu_{B,A} = (9.13 \pm 0.17) \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2.$$

Der Fehler auf $\mu_{B,A}$ ergibt sich dabei durch Fortpflanzen der Fehler auf Temperatur und Geradensteigung². Der Fehler auf die Temperatur wird auf $\sigma_T = \pm 1$ °C geschätzt.

Der Literaturwert ist $\mu_{B,Lit.} = 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$. Trotz der Näherung im Ansatz der Methode A wird μ_B hier in sehr guter Übereinstimmung innerhalb einer 1σ -Umgebung zum Literaturwert errechnet.

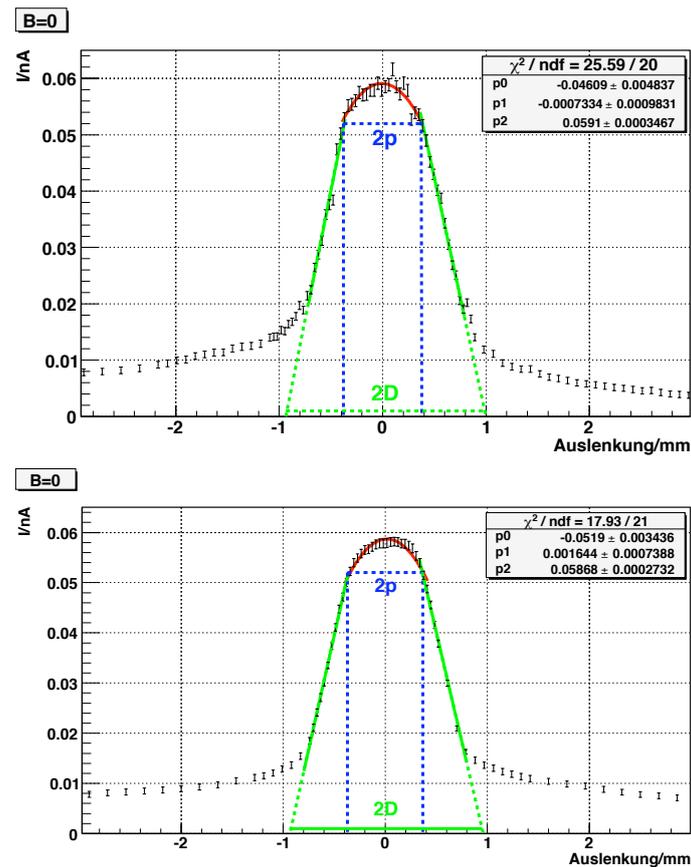
6.2.2. Methode B

Für die zweite Möglichkeit der Bestimmung des Bohrschen Magnetons wird die reale Strahlbreite bei verschwindendem Magnetfeld benötigt. Hierzu wird an die Messung ohne Spulenstrom an das Maximum eine Parabel, und an die Flanken je eine Gerade $y = a \cdot x + b$ angefügt (siehe Abb. 6.5). Die Differenz der Schnittpunkte der Geraden mit der x -Achse ist $2D$, vgl. Abbildung 2.4 in Abschnitt 2.6. Dies entspricht der Breite der Einhüllenden des Atomstrahls³. Die andere charakteristische Größe des Strahls ist p . Diese entspricht der halben Breite des Strahls im Bereich des Maximums.

Anhand der Fitparameter der Geraden lässt sich der jeweilige Schnitt mit der x -Achse durch $x_0 = -\frac{b}{a}$ bestimmen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.2 aufgelistet. Die Bestimmung von p erfolgt durch Anpassen des Fitbereichs. Ein angemessener Fitbereich lässt sich zwar durch den Wert des χ^2/n_{dof} erkennen, seine Festlegung aber erscheint recht subjektiv. Daher wird der Fehler auf p recht hoch eingeschätzt.

²Die Temperatur bei 183 °C schwankte während des Experiments leicht um 1 °C.

³Die tatsächliche Breite ist kleiner, der Strahl ist leicht divergent.


 Abbildung 6.5.: Bestimmung der Parameter p und D des Strahlprofils

Für den Fall des realen Strahlquerschnitts wird q bestimmt durch

$$\begin{aligned}
 q &= \frac{3}{2} \Delta u - \frac{D^4 - \frac{p^4}{5}}{D^2 - \frac{p^2}{3}} \frac{2}{\Delta u} \\
 &= \frac{3}{2} \Delta u - \frac{2C}{\Delta u},
 \end{aligned}$$

mit der Definition

$$C = \frac{D^4 - \frac{p^4}{5}}{D^2 - \frac{p^2}{3}}.$$

Es wird nun q gegen den Feldgradienten $\frac{\partial B}{\partial z}$ aufgetragen und eine lineare Regression durchgeführt (Abb. 6.6). Mit Hilfe der daraus resultierenden Steigung p_0 wird dann μ_B berechnet. Für die Berechnung von C wird das gewichtete Mittel der Größen p und D aus den beiden Messungen benutzt, also $p = (0.39 \pm 0.02) \text{mm}$ und $D = (0.955 \pm 0.005) \text{mm}$. Es folgt $C = (0.96 \pm 0.01) \text{mm}^2$.

Für die Steigung gilt demnach $p_0 = (0.0234 \pm 0.0005) \cdot 10^{-3} \text{m}^2 \text{T}$. Damit wird μ_B berechnet zu

	Messung 1		Messung 2	
	a_1	b_1	a_2	b_2
links	0.093 ± 0.001	0.086 ± 0.001	0.090 ± 0.001	0.085 ± 0.001
$ x_{0,l} $	0.931 ± 0.007		0.938 ± 0.005	
rechts	-0.085 ± 0.001	0.085 ± 0.001	-0.088 ± 0.001	0.084 ± 0.001
$ x_{0,r} $	1.000 ± 0.007		0.958 ± 0.007	
$D = \frac{ x_{0,l} + x_{0,r} }{2}$	$(0.966 \pm 0.005)\text{mm}$		$(0.948 \pm 0.004)\text{mm}$	
p	$(0.38 \pm 0.03)\text{mm}$		$(0.39 \pm 0.03)\text{mm}$	

Tabelle 6.2.: Charakteristische Größen des Strahlprofils

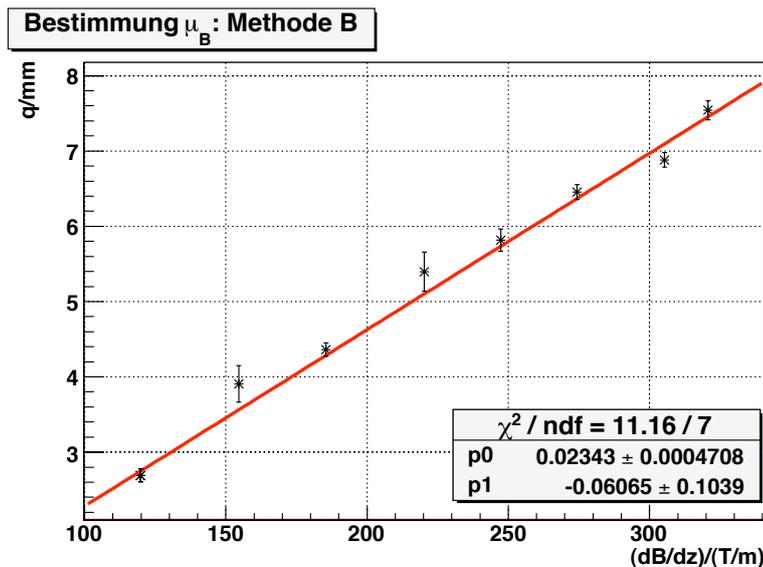


Abbildung 6.6.: Geradenfit zur Bestimmung von $\mu_{B,B}$, Methode B

$$\mu_B = \frac{2k_B T}{lL(1 - \frac{l}{2l})} \cdot p_0,$$

$$\Rightarrow \mu_{B,B} = (10.03 \pm 0.22) \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2.$$

Dieses Ergebnis weicht weiter vom Literaturwert ab als das durch Methode A gewonnene, trotz der mathematisch genaueren Vorgehensweise. Das kann an der bereits angesprochenen, relativ willkürlichen Bestimmung der Grenze zwischen Parabel und Geradenfit liegen, durch welche die Größe p festgelegt wird.

6.3. Abschlussbetrachtung

Abschließend sind in Tabelle 6.3 die verschiedenen Messergebnisse für das Bohrsche Magneton μ_B und der Literaturwert aufgelistet. Wie sich gezeigt hat, ist es mit Methode A am besten gelungen, den Literaturwert zu erreichen, welcher sich im 1σ -Bereich des gemessenen Wertes befindet. Die Qualität der Messung wird durch den sehr guten χ^2/n_{dof} -Wert bestätigt, welcher die Qualität des Geradenfits

beschreibt, aus deren Steigung μ_B berechnet wird. Das Ergebnis aus Methode B hingegen ist leider trotz der mathematisch genaueren Herangehensweise weiter vom Literaturwert entfernt ($> 3\sigma$). Dies liegt wahrscheinlich vor allem an der komplizierten Bestimmung der Parameter p und D , genauer gesagt an der nicht exakt bestimmbaren Grenze zwischen Parabel- und Geradenfits. Fehler sowie χ^2/n_{dof} -Wert lassen trotzdem auf eine präzise Messung schließen.

Messung	$\mu_{B,i} \sigma_{\mu_{B,i}}$	$\sigma_{\mu_{B,i},rel}$	χ^2/n_{dof}
$\mu_{B,A}$	$9.13 \cdot 10^{-24} \pm 0.17 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$	1.9%	1.25
$\mu_{B,B}$	$10.03 \cdot 10^{-24} \pm 0.22 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$	2.2%	1.59
$\mu_{B,T}$	$8.82 \cdot 10^{-24} \pm 4.55 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$	51.6%	1.33
$\mu_{B,Lit.}$	$9.27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$		

Tabelle 6.3.: Vergleich der verschiedenen Werte für μ_B

Mehr oder weniger außer Konkurrenz ist zur Vollständigkeit der Wert $\mu_{B,T}$ aus dem Vorversuch zum Temperatureinfluss, Abschnitt 4.4 aufgeführt. Auch hier liegt der Wert innerhalb eines 1σ -Bereiches, was bei einem relativen Fehler von $\sigma_{\mu_{B,T}} = 51.6\%$ nicht weiter verwunderlich ist. Dies erklärt eindeutig, warum die Messung nicht bei Veränderung der Temperatur sondern bei Veränderung der Magnetfeldinhomogenität stattfindet, da im ersten Fall die Fehler bei geringen Temperaturen sehr groß werden (breitere Verteilung, vgl. Abbildung 4.5 und 4.6).

7. Ausarbeiten einer neuen Versuchsanleitung

Das Ausarbeiten einer neuen Versuchsanleitung ist, wie zuvor angesprochen, ein Teil der Bachelorarbeit. Dabei wird sich zum einen an der alten Versuchsanleitung [2] der RWTH orientiert, zum anderen an der Anleitung [3] des Versuches welche mit der Apparatur mitgeschickt wurde. Dabei geht die neue Anleitung über eine Zusammensetzung der beiden genannten Quellen hinaus, sowohl in den theoretischen Grundlagen als auch in der Durchführung und Auswertung.

Es wird eine andere als die bisher übliche Gliederung der theoretischen Grundlagen gewählt. Das Erarbeiten der Theorie des Versuchs soll den Studierenden so vereinfacht werden. Die theoretischen Grundlagen beschränken sich dabei auf das Vermitteln der mathematischen Prinzipien, explizite Berechnungen befinden sich im Anhang, auf welche an gegebener Stelle in der Theorie verwiesen wird. Insgesamt dienen die theoretischen Grundlagen dazu, zwei verschiedene mathematische Ansätze (Methoden A und B) nachvollziehen zu können, durch welche das Bohrsche Magneton μ_B bestimmt werden kann. An zwei Stellen sind für die Studierenden selbst zu erarbeitende Formeln, welche gegebenenfalls in der Abfrage vor der Versuchsdurchführung vorgerechnet werden können.

In der Durchführung sollen die Bachelorstudenten im Praktikum zunächst eine optimale Ofentemperatur bestimmen, bei welcher der Versuch durchgeführt werden kann. Anschließend werden die Intensitätsverteilungen des Atomstrahls in der Detektorebene bei verschiedenen Magnetfeldern aufgenommen.

Die Auswertung verlangt anschließend die Bestimmung von μ_B über die eben angesprochenen Theorien sowie eine kurze Erläuterung zur Temperaturwahl mit entsprechenden grafischen Darstellungen. Diese Darstellungen sollten unter anderem die Aufspaltung des Atomstrahls für verschiedene Magnetfeldinhomogenitäten, die Bestimmung sämtlicher benötigter Parameter des Strahlprofils sowie die Geradenfits zur Bestimmung von μ_B selbst. Eine angemessene Fehlerdiskussion wird erwartet.

Hinzu kommt ein Abfrageleitfaden, welcher den betreuenden Assistenten eine Vorlage für die Abfrage im Bachelorpraktikum bieten soll. Darin enthalten sind Fragen zum Experiment und zur Theorie, welche thematisch passend gegliedert sind.

Beide Dokumente sind in Latex verfasst und werden als .tex-Dateien ebenfalls beigelegt.

8. Zusammenfassung

Trotz einiger Schwierigkeiten ist es gelungen, innerhalb von drei Monaten das Ziel zu erreichen, eine Stern-Gerlach-Apparatur zu installieren und betriebsbereit zu machen. Eine detaillierte Auflistung dieser Schwierigkeiten soll hier aber nicht erfolgen, da es wichtiger ist, aufzuzählen, was erreicht wurde. Der Aufbau der Apparatur war dabei sehr einfach, da diese bereits justiert und zusammengebaut geliefert wurde. Als komplizierter stellte sich die Inbetriebnahme der Vakuumpumpen heraus. Im Endeffekt erzeugen diese nun zuverlässig das benötigte Hochvakuum, eine weitere Verbesserung durch Anbringung von Heizdrähten ist ebenfalls möglich, wird aber nicht als unbedingt notwendig angesehen, da die Ergebnisse der Auswertung zeigen, dass mit der Apparatur gute Resultate erzielt werden können. Neben einem bloßen Zusammenbau der Apparatur haben auch weiterführende Gedanken eine wichtige Rolle gespielt, den vom experimentellen Standpunkt gesehen eher simpel ablaufenden Versuch attraktiver zu gestalten. Da im Praktikum eben experimentiert werden soll, wurde auch von einer Automatisierung des Versuches weitestgehend abgesehen, wie es durch einen Schrittmotor und automatische Datenaufnahme möglich wäre. In einer zusätzlichen Messreihe soll zum Beispiel auch die Ofentemperatur bestimmt werden, welche zum Experimentieren notwendig ist. Im großen und ganzen finden sich die Herausforderungen eher in der Datenauswertung, welche wahrscheinlich auch die größten Fehlerquellen ausmachen. Die angefertigte Versuchsanleitung ermöglicht auf eine simple Art ein vereinfachtes Erarbeiten der theoretischen Grundlagen, Durchführung und Auswertung sind klar strukturiert, ohne jemandem, der das Praktikum durchführt, das eigenständige Denken abzunehmen. Ein detaillierte Bebilderung hilft zudem die Apparatur gut nachvollziehen zu können. Abschließend bleibt zu erwähnen, dass die Aufteilung des Themas in zwei Teilarbeiten die Teamarbeit oft in den Vordergrund gestellt hat und demnach auch in diesem Bereich viele Erfahrungen gesammelt werden konnten. Somit kann mit voller Zufriedenheit die Apparatur in den nächsten Praktika eingesetzt werden.

Literaturverzeichnis

- [1] Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 3, S.190
- [2] RWTH-Anleitung des Stern-Gerlach Experimentes
- [3] Englische Versuchsbeschreibung der Phywe
- [4] Beschreibung der Stern-Gerlach-Apparatur der Phywe
- [5] Versuchsbeschreibung zum Stern-Gerlach-Experiment der Universität Potsdam
- [6] Walter Umrath et al., Grundlagen der Vakuumtechnik
- [7] Kkmurray, Wikimedia Commons, lizenziert unter CreativeCommons-Lizenz bysa-3.0-en
http://de.wikipedia.org/wiki/Datei:KF_25_Tee.jpg
http://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Conflat_Flange.jpg
- [8] Rainer Bielefeld, Wikimedia Commons, lizenziert unter CreativeCommons-Lizenz bysa-3.0-de
http://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Rotary_vane_pump.svg
- [9] liquidat, Wikimedia Commons, lizenziert unter CreativeCommons-Lizenz bysa-3.0-de
http://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Cut_through_turbomolecular_pump.jpg
- [10] http://www.physik.unizh.ch/lectures/MC2009/cd/exercises/kworkquark/de/_medien/ionengetterpumpe.jpg
- [11] Bedienungsanleitung Compact Cold Cathode Gauge IKR 250 der Firma Pfeiffer Vacuum
- [12] Lisa Felker, Bachelorarbeit: Aufbau und Inbetriebnahme einer Stern-Gerlach-Apparatur
- [13] <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mub>
- [14] Bedienungsanleitung Sensor-CASSY der Firma Leybold-Didactic

A. Reisebericht

Um vorab Erfahrungen mit der von der Phywe gefertigten Stern-Gerlach-Apparatur zu sammeln, haben meine Kommilitonin Lisa Felker, welche auch an der Stern-Gerlach-Apparatur mitarbeitet, und ich das Physikzentrum der Georg-August-Universität Göttingen besucht. Prinzipiell wird dort, bis auf kleine Ausnahmen, die selbe Apparatur (Ofen, Detektor) benutzt, wie jene, die auch wir von der Phywe geliefert bekommen. Unterschiede zum Versuchsaufbau in Aachen bestehen im Vakuumsystem, welches in Göttingen lediglich aus einer Drehschieberpumpe, die zum Erzeugen des Vorvakuums dient, und einer Turbomolekularpumpe besteht (vgl. Aachen: Abschnitt 3.2). Außerdem wird der Versuch mit einem Schrittmotor der Phywe und der zugehörigen Software betrieben, worauf wir absichtlich verzichten, um den Versuch nicht zu sehr zu automatisieren.

Das Vakuum von mindestens 10^{-6} mbar war bereits angelegt (keine genaue Druckmessung mittels Vakuummeter vorhanden), der Ofen musste jedoch noch angeheizt werden, was eine Wartezeit von ca. 1,5 h bedeutete. Im Endeffekt hat der Versuch jedoch nicht so gut funktioniert, wie erwünscht, da es zu Komplikationen kam. Zum Einen war während der gesamten Messungen ein Rauschuntergrund vorhanden (im Voltbereich \sim Messbereich). Unter Anderem wurde durch Ausheizen des Detektors versucht, das Rauschen zu eliminieren. Ausheizen bedeutet in diesem Fall, dass an den Detektor kurzzeitig eine höhere Spannung angelegt wird, damit mögliche Verunreinigungen auf der Oberfläche des Detektorwolframdrahtes abgesprengt werden können. Dies und auch die Variation der Verstärkerspannung des Detektors brachten leider keine Abhilfe. So waren zwar vier Messreihen möglich mit starkem Rauschen, doch danach war kein Signal mehr messbar, da vermutlich das Kalium komplett verdampft war. Da es erst der dritte Betrieb mit einer Kaliumfüllung war, und eine Füllung in der Regel für vier Durchführungen ausreichen soll, war dies nicht unmittelbar erklärbar. Eine Begründung dafür könnte sein, dass der Ofen in Göttingen stärker erhitzt (bis zu $195\text{ }^{\circ}\text{C}$ an Stelle von $165\text{ }^{\circ}\text{C}$) wird, als von der Phywe empfohlen, da man so bessere Ergebnisse erziele (Aussage der Techniker in Göttingen).

Damit beim Befüllen des Ofens möglichst wenig Luft in die Apparatur hinein gelangt, vor allem da der Sauerstoff aus der Umgebungsluft stark mit dem Kalium reagiert, muss die Apparatur z.B. mit Argon geflutet werden. Hierzu muss zunächst sichergestellt sein, dass die Heizspannung am Detektor ausgestellt ist, damit der Wolframdraht nicht beschädigt wird. Zudem sollte die Ofentemperatur nicht mehr als $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ betragen, da sich noch Kaliumreste darin befinden können, die sehr gefährlich sind, wenn sie zu heiß sind. Als nächstes kann der Verschlussring am Ofendeckel gelockert und das Vorvakuumventil geschlossen werden. Jetzt wird das Argon eingelassen (mit etwa 2 l/min). Nun kann der Deckel abgenommen und die Verschlusschraube des Ofens geöffnet werden, das Argon verhindert, dass Luft eintreten kann. Um eine Kaliumampulle zu öffnen, gibt es einen speziellen Stahlzylinder mit einem Loch, in das die Ampulle gesteckt werden kann, sodass die Spitze herausguckt. Darauf wird eine Stahlscheibe gelegt, gegen die mit einem Hammer geschlagen wird, sodass die Spitze der Ampulle abbricht. Dann müssen die dabei entstandenen Glassplitter mit einer Pinzette entfernt werden. Mit einer Art Spritze wird dann das Kalium

aus der Ampulle gezogen und in den Ofen gefüllt. Die Verschlusschraube wird wieder zuge dreht, und das Fluten gestoppt. Der Deckel wird wieder befestigt und das Vorvakuumventil aufgedreht.

Weitere hilfreiche Tipps waren: Über das Universal-Netzgerät wird sowohl die Heizspannung des Detektors, als auch der Spulenstrom geregelt. Für den Detektor wird eine Festeinstellung von 12V benutzt, die über einen Spannungsteiler auf etwa 10V geregelt wird. Zum Flashen darf maximal eine halbe Minute lang eine Spannung von 16V an den Detektor gelegt werden. Die Spulen sollen bei einer Spannung von maximal 6V betrieben werden. Der Ofen wird separat über ein DC-Netzgerät versorgt. Er soll bei etwa 0.45A aufgeheizt werden. Um den Vorgang etwas zu beschleunigen, ist es jedoch auch möglich für maximal zehn Minuten 1A anzulegen.

B. B-Feld Eichkurve

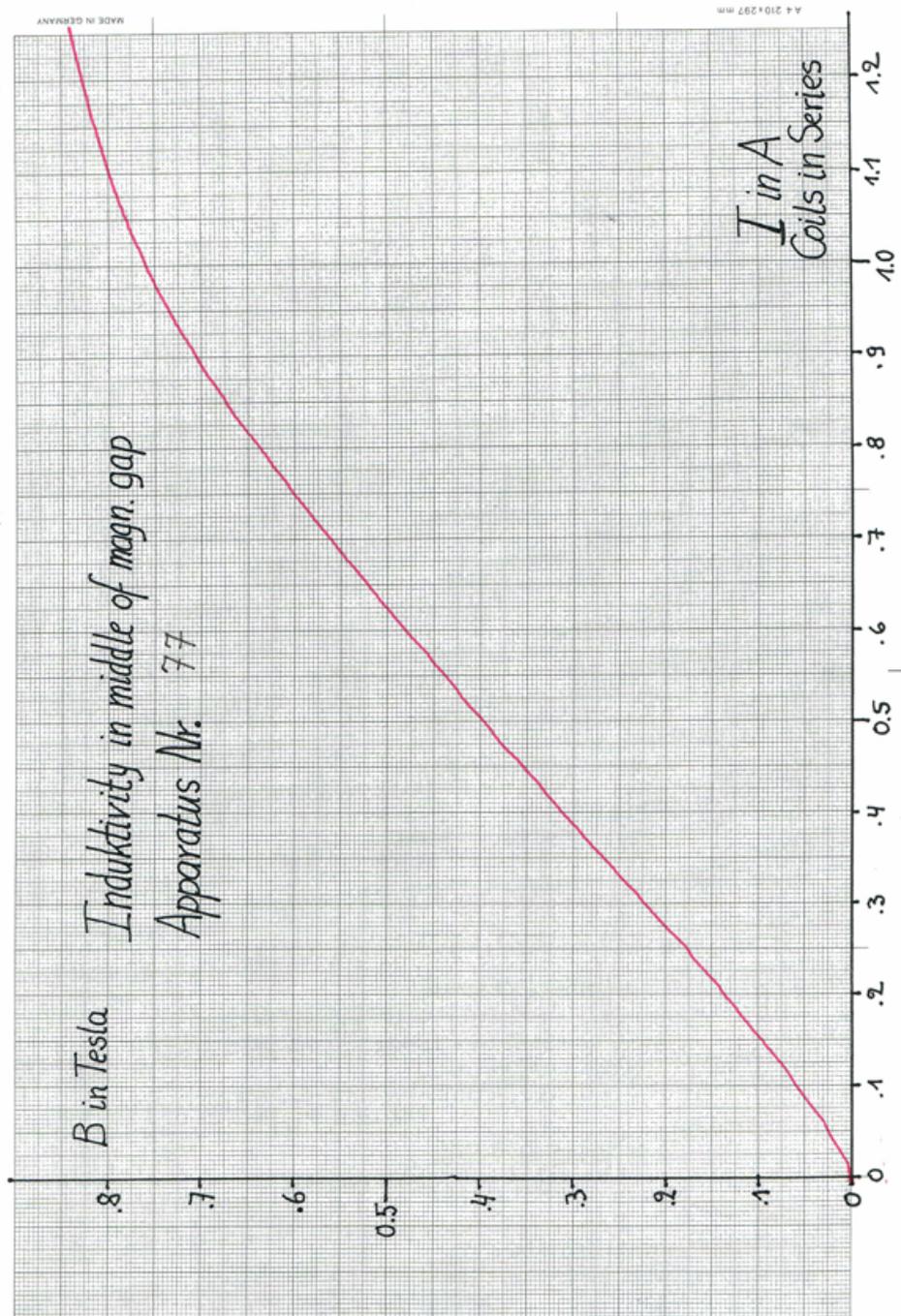


Abbildung B.1.: B-Feld Eichkurve [4]

C. Versuchsanleitung

Fortgeschrittenenpraktikum für Bachelorstudenten der Physik

Versuch T14

Stern-Gerlach

16. August 2009

Voraussetzungen

- Spin von Elektronen
- Bewegung von Atomen in Magnetfeldern

Versuchsziel

- Aufnahme der Verteilung der Teilchenstromdichte in der Detektionsebene ohne Magnetfeld und bei verschiedenen Magnetfeldstärken
- Untersuchung der Lage der Maxima für die Teilchenstromdichte in Abhängigkeit von der Inhomogenität des Magnetfeldes.
- Bestimmung des Bohrschen Magnetons μ_B

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Magnetisches Moment und Kraftwirkung	3
2.2	Zweidrahtfeld	3
2.3	Teilchenbahn	4
2.4	Geschwindigkeitsverteilung im Ofen	5
2.5	Idealfall, Methode A	5
2.6	Realer Strahlquerschnitt	6
2.7	Asymptotisches Verhalten für große Felder, Methode B	6
3	Versuchsdurchführung	8
3.1	Vakuummessung	8
3.2	Aufbau des Schaltkreises	8
3.3	Aufheizen des Ofens	9
3.4	Aufnahme der Messreihen	10
4	Auswertung	10
A	Mathematische Hintergründe	12
A.1	Zweidrahtfeld	12
A.2	Teilchenstromdichte	13
A.3	Echter Strahlquerschnitt	14
A.4	Asymptotisches Verhalten für große Felder, Methode B	15
B	Abbildungen	17
B.1	Eichkurve	17
B.2	Einstellungen der Spannungsquellen	18

Literatur

- [1] Böhm, M.: Höhere Experimentalphysik, Bd 272
- [2] Mayer-Kuckuk, T.: Atomphysik, Bo 137
- [3] Bergmann, Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 4, Teil 1, Bd 15
- [4] Haken, H., Wolf, H. C.: Atom- und Quantenphysik, Bo 164
- [5] Vorlesungsvideo der Uni Tübingen:
[http://timms.uni-tuebingen.de/List/List01.aspx?clist=6894\\$0:6892\\$1359](http://timms.uni-tuebingen.de/List/List01.aspx?clist=6894$0:6892$1359)
- [6] T. Hebbeker: Vorlesungsskript zur Experimentalphysik IV, Kapitel 9
- [7] Phywe, Versuchsanleitung „Stern-Gerlach experiment“ LEP 5.1.11-00
- [8] Alte Versuchsanleitung der RWTH
- [9] Petertill, M.: Wandtafel „Operating of the Stern-Gerlach Apparatus“ im Praktikumsraum

1 Einführung

Otto Stern und Walther Gerlach haben 1921 erstmals an Hand von elektrisch neutralen Silberatomen (Elektronenkonfiguration: $[\text{Kr}]4d^{10}5s^1$) die Richtungsquantelung in einem inhomogenen Magnetfeld erstmals beobachtet. Ebenfalls gelang erstmals die direkte Messung des magnetischen Momentes von Atomen. Dies ist durch den Spin eines einzelnen Elektrons bedingt, da das Atom somit ein magnetisches Moment besitzt. Die Existenz des Elektronenspins wurde jedoch erst 1925 durch Samuel Goudsmit und Georg Uhlenbeck postuliert. Wie bereits in den Vorlesungen Experimentalphysik IV sowie in der theoretischen Quantenmechanik gezeigt wurde, handelt es sich beim Stern-Gerlach-Versuch um ein grundlegendes Experiment, durch welches oft die Natur der Quantenmechanik erklärt wird. Später wurde der Versuch durch Benutzung von Wasserstoffatomen wiederholt, in unserem Experiment verwenden wir Kaliumatome.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Teil sollen zunächst die theoretischen Grundlagen des Stern-Gerlach-Versuches aufgearbeitet werden, welche nötig sind, um die physikalischen Gegebenheiten nachvollziehen zu können. Die Herleitungen befinden sich im Anhang der Versuchsbeschreibung und an gegebener Stelle wird darauf hingewiesen. Weiter sollen verschiedene Teile zu Übungszwecken selbst erarbeitet werden. Dazu sind die Literaturhinweise hilfreich, insbesondere [7] und [8], auf welchen diese Versuchsanleitung zu Teilen basiert.

2.1 Magnetisches Moment und Kraftwirkung

Wie bereits in der Einführung erklärt, ist es notwendig die Auswirkung eines inhomogenen Magnetfeldes auf das durch den Spin eines einzelnen Elektrons in der Hülle des Kaliumatoms induzierten magnetischen Momentes zu bestimmen.

Aufgabe Leiten Sie den Ausdruck

$$F_z = \mu_z \cdot \frac{\partial B}{\partial z} \quad (1)$$

für die Kraft F_z , mit der z -Achse als gewählte Quantisierungsachse in Abhängigkeit des magnetischen Momentes μ_z in z -Richtung, sowie der Änderung des Magnetfeldes her. Auch das Moment μ_z soll angegeben werden.

2.2 Zweidrahtfeld

Zur Erzeugung des inhomogenen Magnetfeldes dienen die in Abbildung 1 gezeigten Polschuhe. Durch ihre spezielle Form bilden sie ein Feld, wie es von zwei parallelen Drähten mit dem Abstand $2a$ und entgegengesetzter Stromrichtung erzeugt wird. Dabei entspricht a dem Radius des konvexen Polschuhs. Dieses Zweidrahtfeld ist für die Aufspaltung des Atomstrahls besonders geeignet, da bei sachgerechter Justierung des Atomstrahls in einem Abstand von ungefähr $\sqrt{2}a$ zu den fiktiven Drähten (Siehe Anhang A.1) ein nahezu konstanter Feldgradient $\frac{\partial B}{\partial z}$ erreicht werden kann. In der Praxis kann der Feldgradient nicht direkt gemessen werden, sondern wird über die Messung der magnetischen Induktion B ermittelt. Hierfür kann der folgende Zusammenhang ausgenutzt werden (Herleitung siehe Anhang A.1):

$$\frac{\partial B}{\partial z} = 0.9661 \cdot \frac{B}{a}. \quad (2)$$

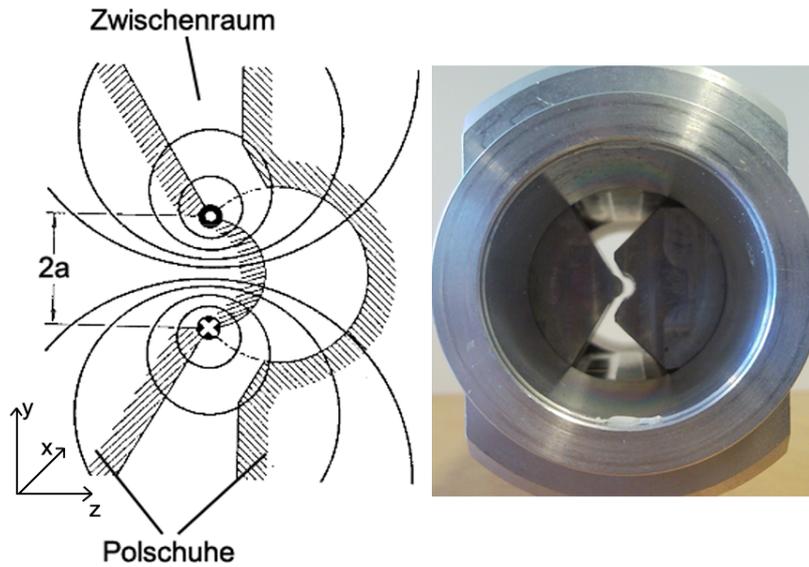


Abbildung 1: Polschuhe zur Erzeugung eines Zweidrahtfelds

2.3 Teilchenbahn

Hier soll die Bahn eines einzelnen Teilchens der Masse m berechnet werden. Verschiedene Teilchenbahnen sind in Abbildung 2 dargestellt. Die Ausbreitungsrichtung der Teilchen ist in x -Richtung, das Magnetfeld wirkt in z -Richtung. Darin ist das Teilchen im Auftreffort $u^{(2)}$ schneller als das, welches in $u^{(1)}$ angelangt. Das Teilchen in $u^{(3)}$ unterscheidet sich durch die Spinorientierung relativ zu den anderen beiden.

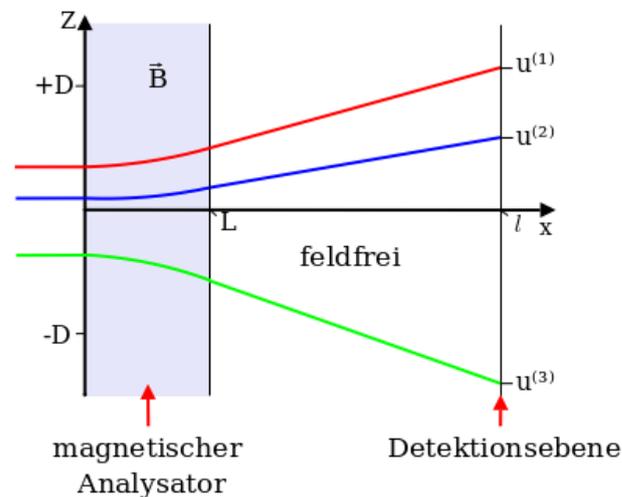


Abbildung 2: Teilchenbahn

Das Teilchen durchlaufe zunächst das Magnetfeld der Länge L , wofür es die Zeit $\Delta t = \frac{L}{v}$ benötigt. Die Ablenkung Δz , die das Teilchen dabei in z -Richtung erfährt ist gegeben durch

$$\begin{aligned}\Delta z &= \frac{1}{2}\ddot{z}(\Delta t)^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{F_z}{m} \cdot (\Delta t).\end{aligned}$$

Dabei wird wegen $\Delta z \ll L$ die Näherung $\vec{v} \approx \vec{v}_x$ benutzt. Die Geschwindigkeit \dot{z} in z -Richtung ist beim Verlassen des Magnetfeldes über den Impuls $m\dot{z} = F_z \cdot \Delta t$ des Teilchens gegeben. Mit dieser Geschwindigkeit bewegt es sich bis zum Detektor an der Position $x = l$ gleichförmig, geradlinig weiter. Die Gesamtzeit t_{ges} , die vom Eintreten in das Magnetfeld bis zum Erreichen des Detektors benötigt wird, ist also $t_{ges} = \frac{l}{v}$. Damit lässt sich nun der Auftreffort u des Teilchens in Abhängigkeit seiner Geschwindigkeit und der Feldinhomogenität berechnen:

$$\begin{aligned}u &= z_0 + \Delta z + \dot{z} \cdot (t_{ges} - \Delta t) \\ &= z_0 + \frac{L \cdot l}{mv^2} \cdot \left(1 - \frac{L}{2l}\right) \cdot \mu_z \frac{\partial B}{\partial z}.\end{aligned}\quad (3)$$

Schnellere Teilchen werden also weniger abgelenkt, da sie dem Magnetfeld kürzer ausgesetzt sind.

2.4 Geschwindigkeitsverteilung im Ofen

Für viele Teilchen wollen wir nun die Verteilungsfunktion der Geschwindigkeiten im Ofen finden, um anschließend damit auf die Ortsabhängigkeit der Teilchenstromdichte in der Detektorebene schließen zu können. In dem Ofen genügen die Kalium-Atome bei der Temperatur T der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung. Für die Teilchenzahl dn mit einer Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ gilt also

$$dn \sim e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} v^2 dv.$$

Auch die Teilchen im Atomstrahl, welcher aus dem Ofen austritt unterliegen dieser Proportionalität, jedoch spielen noch weitere Überlegungen hier eine Rolle. Zum einen hat der Ursprungsort des Teilchens im Ofen einen Einfluss. Durch diese geometrische Eigenschaft und unter der Annahme einer geradlinig gleichförmigen Bewegung folgende Proportionalität folgt

$$dn \sim v dv.$$

Letztendlich geht das magnetische Moment, beschrieben durch die Funktion $\Phi_m(z)$ ein, wobei der Index m für die zwei möglichen Orientierungen steht, und beschreibt die Teilchenzahl, welche zwischen z und $z + dz$ im Detektor registriert werden.

$$dn \sim \Phi_m(z) dz.$$

Zusammengefasst mit einem Normierungsfaktor ergibt sich nun die gesuchte Verteilungsfunktion zu

$$d^2n = \frac{\Phi_m(z) e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} v^3 dv dz}{2 \int_0^\infty e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} v^3 dv}.\quad (4)$$

2.5 Idealfall, Methode A

Mit Hilfe der vorangegangenen Überlegungen ist es nun möglich, die Teilchenstromdichte $I(u)$, also in Abhängigkeit vom Auftreffort u in der Detektorebene anzugeben. Des Weiteren wird die Annahme gemacht, dass es sich bei dem Strahlprofil um einen infinitesimal schmalen Strahlkasten handelt. Die Ausführlichen Rechnungen dazu werden in Anhang A.2 diskutiert. Für $I(u)$ ergibt sich dann

$$I(u) = 2Dn_0I_0e^{-\frac{q}{|u|}} \frac{1}{|u|^3}, \quad (5)$$

mit den Abkürzungen

$$q = \frac{lL \left(1 - \frac{L}{2l}\right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}}{2kT} \quad (6)$$

$$n_0 = \frac{[lL \left(1 - \frac{L}{2l}\right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}]^2}{4M^2 \int_0^\infty e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} v^3 dv}. \quad (7)$$

Nun sollen die Maxima der Intensitäten bestimmt werden, dazu wird Gleichung 5 abgeleitet und gleich Null gesetzt:

$$\begin{aligned} \frac{dI(u)}{du} &= 2Dn_0I_0 \frac{q - 3|u|}{u^5} e^{-\frac{q}{|u|}} \stackrel{!}{=} 0, \\ \Rightarrow u_0^{(0)} &= \pm \frac{q}{3} = \pm \frac{lL \left(1 - \frac{L}{2l}\right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}}{6kT}. \end{aligned} \quad (8)$$

Es ist also sofort erkennbar, dass die Lage der Maxima, u_0 , linear mit der Feldinhomogenität zunimmt, d.h.

$$u_0^{(0)} = \text{const.} \cdot \frac{\partial B}{\partial z}.$$

Diese Methode wird im Auswertungsteil als Methode A bezeichnet.

2.6 Realer Strahlquerschnitt

Um an eine bessere Anpassung der Theorie an das Experiment zu gelangen, werden wir nun die Breite $2D$ des Strahlquerschnittes als endlich ansehen. Das Strahlprofil soll dabei wie in Abbildung 3 gezeigt durch zwei steile, gerade Flanken und einen parabelförmigen Scheitel beschrieben werden, d.h.

$$\begin{aligned} I_0(z) &= i_0 \cdot \begin{cases} D + z & \text{für } -D \leq z \leq -p \\ D - \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}\frac{z^2}{p} & \text{für } -p \leq z \leq p \\ D - z & \text{für } p \leq z \leq D \end{cases}, \\ \frac{dI_0(z)}{dz} &= i_0 \cdot \begin{cases} 1 & \text{für } -D \leq z \leq -p \\ -\frac{z}{p} & \text{für } -p \leq z \leq p \\ -1 & \text{für } p \leq z \leq D \end{cases}, \\ \frac{d^2I_0(z)}{dz^2} &= i_0 \cdot \begin{cases} 0 & \text{für } -D \leq z \leq -p \\ -\frac{1}{p} & \text{für } -p \leq z \leq p \\ 0 & \text{für } p \leq z \leq D \end{cases}. \end{aligned} \quad (9)$$

2.7 Asymptotisches Verhalten für große Felder, Methode B

Legt man nun genügend große Magnetfelder an, so ist es möglich, durch eine Taylorentwicklung der für den realen Strahlquerschnitt in Anhang A.3 hergeleiteten Lösungsfunktionen eine Bestimmungsgleichung für u_0 herzuleiten (Nullsetzen von Gleichung 20).

$$0 = \left(D^2 - \frac{1}{3}p^2\right) \left(\frac{q}{u_0} - 3\right) + \frac{D^4 - \frac{1}{5}p^4}{u_0^2} \left(5 \left(\frac{q}{u_0} - 1\right) + \frac{1}{12} \frac{q^2}{u_0^2} \left(\frac{q}{u_0} - 15\right)\right)$$

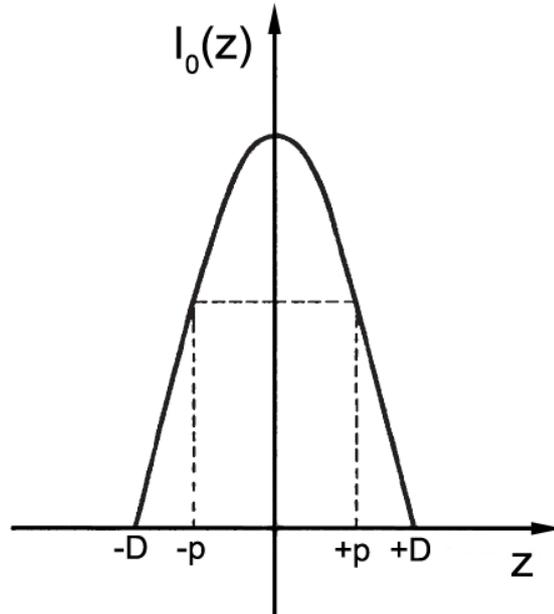


Abbildung 3: Mathematischer Ansatz für die Teilchenstromdichte bei verschwindendem Magnetfeld

Dabei gibt der erste Summand die bereits bekannte Lösung für $u_0^0 = \frac{q}{3}$. Des Weiteren ist es nun zulässig, im zweiten Summanden u_0 durch u_0^0 zu ersetzen, da die damit verbundenen Abweichungen von noch höherer Ordnung sind:

$$\begin{aligned}
 0 &= \left(D^2 - \frac{1}{3}p^2\right) \left(\frac{q}{u_0} - 3\right) + \frac{D^4 - \frac{1}{5}p^4}{u_0^2} \\
 \Rightarrow q &= 3u_0 - \frac{D^4 - \frac{1}{5}p^4}{D^2 - \frac{1}{3}p^2} \frac{1}{u_0} = 3u_0 - \frac{C}{u_0}. \tag{10}
 \end{aligned}$$

Im Auswertungsteil wird zusätzlich zu Methode A ebenfalls durch Methode B das Bohrsche Magneton μ_B bestimmt.

Aufgabe Leiten sie mit Hilfe von Gleichung 6 und 10 einen Ausdruck her, in welchem μ_B und nur der Messung zugängliche Größen auftreten. Welcher Zusammenhang besteht?

3 Versuchsdurchführung

3.1 Vakuummessung

Der komplette Versuchsaufbau ist in einem Ultrahochvakuumsystem untergebracht, da bei normalem Umgebungsdruck der Versuch nicht möglich wäre auf Grund der Interaktionen der Kaliumatome mit den Gasatomen der Luft. Versichern Sie sich zunächst mit Hilfe des Kaltkathodenvakuummeters, ob der benötigte Druck von $p = 4 \cdot 10^{-6}$ mbar unterschritten wurde. Dies lässt sich einfach durch Einschalten und Ablesen am Bedienteil des Vakuummeters durchführen. Ist dies der Fall, so kann die Ionengetterpumpe eingeschaltet werden um vibrationsfrei das Vakuum aufrecht zu erhalten. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

- Der rechte Kippschalter am Bedienteil der Ionengetterpumpe muss auf Start stehen.
- Der linke Kippschalter wird auf On gesetzt, die Ionengetterpumpe startet.
- Das Ultrahochvakuumventil (10, roter Drehknopf) wird geöffnet.
- Das Eckventil (9, schwarzer Drehknopf) wird geschlossen
- Die Vorvakuumventile 4 werden geschlossen, die Drehschieberpumpe sowie die Turbomolekularpumpe können ausgeschaltet werden.

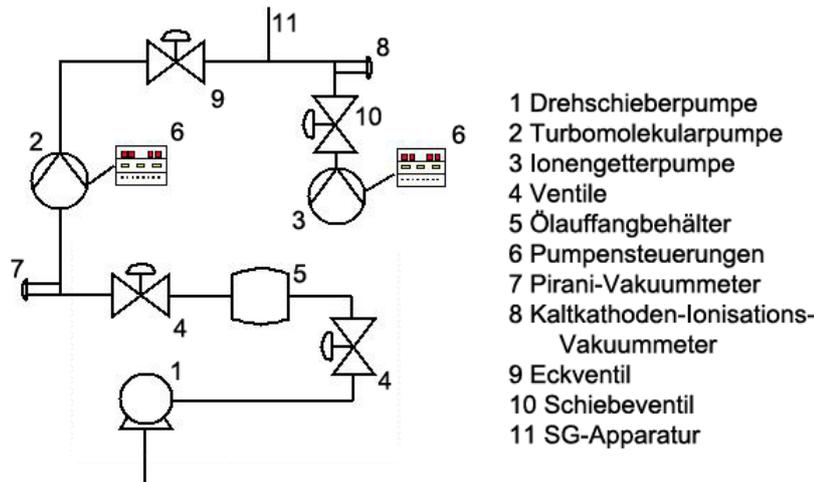


Abbildung 4: Schematischer Aufbau des Vakuumpumpensystems

3.2 Aufbau des Schaltkreises

Richten Sie wie in Abbildung 5 gezeigt die Verkabelung für Ofen, magnetischen Analysator und Detektor, sowie die verschiedenen Messgeräte ein. Dabei sollte zuerst der Ofen angeschlossen werden, damit schnell mit dem Aufheizen begonnen werden kann (siehe Abschnitt 3.3). Schließen Sie nun den Ausgang des Gleichstrommessverstärkers zur Strommessung an den Input A des Sensor-CASSYs. Der Umgang mit CASSY-Lab sollte Ihnen aus den Grundpraktika bekannt sein. Stellen Sie im Menü *Messparameter anzeigen* auf *manuelle Aufnahme*. Definieren Sie im Menü *Parameter/Formel/FFT* eine neue Größe zur manuellen Eingabe der Detektorauslenkung (*Parameter zur Eingabe in Tabelle*). Tragen Sie diese nach jeder Messung in die entsprechende Spalte der Messwerttabelle ein. Schönere Ergebnisse werden erzielt, wenn für jede Detektorposition eine Messreihe (z.B 125 Messpunkte) aufgenommen, und in der Auswertung der Mittelwert benutzt wird. Dazu wird auf *automatische Aufnahme* umgestellt und der Button *neue Messreihe anhängen* angeklickt. Die Detektorposition wird für jede Messreihe in das vorgesehene Kästchen im Menü *Parameter/Formel/FFT* eingetragen. Vor dem Einschalten sprechen Sie mit Ihrem

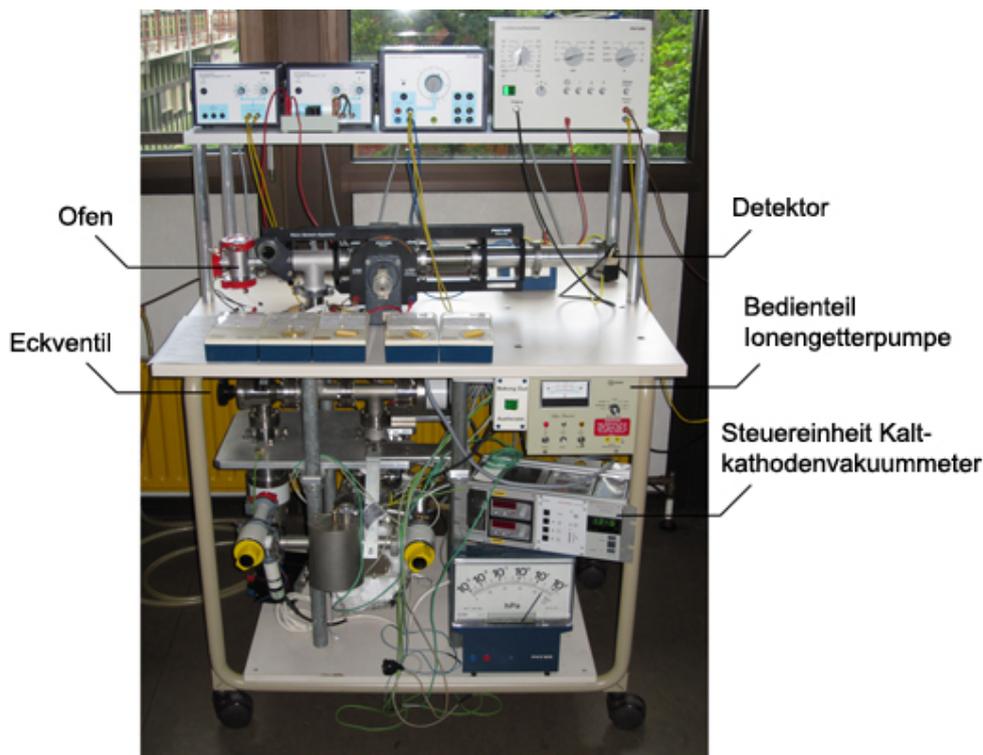


Abbildung 5: Aufbau der Versuchsapparatur

Gerät	Betriebsart	Spannung	Strom
Ofen	Aufheizen (ca. 10 min)	max 12 V	ca. 1 A
	Dauerbetrieb	5.7 V	ca. 0.4 A
Detektor	Normalbetrieb	10 V ~	ca. 0.5 A
	Flashen	max 18 V ~	ca. 0.7 A
Magnet		0 – 5.5 V	max 1.2 A

Tabelle 1: Einstellungen

Betreuer ab, ob alles korrekt verkabelt ist und in Betrieb genommen werden kann. Die Betriebsspannungen entnehmen Sie Tabelle 1. Die Spannungsquelle für die Magnetspulen soll zunächst ausgeschaltet bleiben!

Es ist unvermeidlich, dass sich der Eingang des Messverstärkers auflädt, da bei offenem Eingang immer ein minimaler Strom fließt. Das Voltmeter am Ausgang zeigt daher einen Ausschlag. Zur Einstellung des Nullpunkts muss daher vor jeder Messung zunächst kurzgeschlossen werden. Zeigt das Gerät bei kurzgeschlossenem Eingang nicht den Wert Null an, muss die Ausgangsspannung mit dem Stellknopf auf Null gestellt werden.

Die Länge der Polschuhe beträgt $L = 7 \cdot 10^{-2}$ m. Der Weg vom Eintreffen ins Magnetfeld bis zum Detektordraht beträgt $l = 0.455$ m Der Radius des konvexen Polschuhs ist $a = 2.5 \cdot 10^{-3}$ m.

3.3 Aufheizen des Ofens

Der Ofen muss auf eine Temperatur von ca. 175 °C gebracht werden, damit das Kalium verdampft und die Atome mit der notwendigen Geschwindigkeit zum Detektor gelangen können. Bei der angegebenen Spannung kann dies einige Zeit in Anspruch nehmen (ca. 1 h).

Zeichnen Sie während des Aufheizvorgangs Strom und Temperatur auf (z.B. alle zwei Minuten ein Messpunkt).

Für die Auswertung wird die genaue Temperatur benötigt. Notieren Sie sich diesen Wert und achten Sie

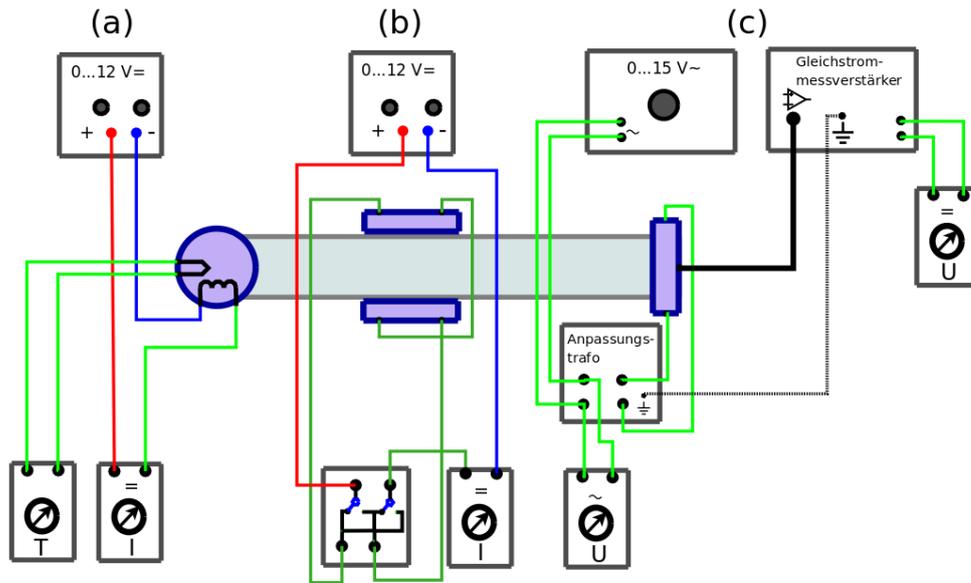


Abbildung 6: Schaltkreise für: (a) Ofen; (b) magnetischen Analysator; (c) Detektor

darauf, dass er während des gesamten Experimentes konstant bleibt.

3.4 Aufnahme der Messreihen

Es soll nun bei konstanter Ofentemperatur der Detektorstrom in der Detektionsebene aufgenommen werden bei verschwindendem Magnetfeld und bei Magnetfeldstärken bis zu 1.2 A (es sollte dabei in kleinen Schritten gemessen werden, da für die Auswertung eine genaue Bestimmung der Lage der Maxima bei eingeschaltetem Magnetfeld und der Strahlparameter p und D bei $B = 0$ erfolgt). Dabei sollte darauf geachtet werden, die Messungen so durchzuführen, dass der Spulenstrom nur vergrößert wird, um so durch magnetische Remanenz entstehende Effekte gering zu halten. Die Detektorposition wird durch Drehen der Millimeterschraube verändert. Pro Umdrehung wird der Detektor um 1.8 mm bewegt.

4 Auswertung

Ziel der Auswertung ist es, die zwei zuvor angesprochenen Theorien zu überprüfen. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

- Tragen Sie die beim Aufheizen aufgenommenen Stromwerte gegen die Temperatur auf. Diskutieren Sie, bei welcher Temperatur das Experiment sinnvollerweise durchgeführt werden sollte.
- Tragen Sie für verschiedene Spulenströme den Detektorstrom (\sim Teilchenstromdichte) gegen die Auslenkung des Detektors auf.
- Bestimmen Sie das magnetische Moment μ_B
 - zum einen ausgehend von der Theorie eines beliebig schmalen Strahlkastens (Gleichung 8, Seite 6),
 - zum anderen mit Hilfe der in Abschnitt 2.7 hergeleiteten Gleichung 10 (Seite 7) für einen realen Strahlkasten, dazu muss das reale Strahlprofil parametrisiert werden wie in Abbildung 3 gezeigt.
- Dazu müssen in beiden Fällen die Lagen $u_0^{(0)}$ der Maxima für verschiedene Feldinhomogenitäten bestimmt werden.

- Die Umrechnung des Spulenstroms auf die Feldinhomogenitäten entnehmen Sie dazu Anhang B.1.
- Diskutieren Sie die Unterschiede in Ihren Ergebnissen und erläutern Sie, wie sinnvoll es ist, eine mathematisch präzisere Theorie zu verwenden. Diskutieren Sie alle weiteren Einflüsse auf ihre Messung.

A Mathematische Hintergründe

A.1 Zweidrahtfeld

Die magnetische Induktion zweier antiparalleler Ströme mit dem Abstand $2a$ ergibt sich durch Addition ihrer einzelnen Komponenten

$$\vec{B}_i = \frac{\vec{I}_i \times \vec{r}_i}{2\pi \cdot r_i^2}.$$

Mit $\vec{I}_1 = -\vec{I}_2 = \vec{I}$ folgt also

$$B(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I a}{\pi r_1 r_2}.$$

Damit der Atomstrahl eine weitgehend konstante Kraft erfährt, muss er den magnetischen Analysator an einer Stelle nahezu konstanter Feldinhomogenität durchqueren. Es soll daher nun herausgefunden werden, in welchem Abstand von den Drähten (Ebene der Drähte $z = -z_0$) das Feld eine möglichst konstante Inhomogenität aufweist, also $\frac{\partial B}{\partial z} = \text{const.}$ Diese Ebene wird zu $z = 0$ gewählt.

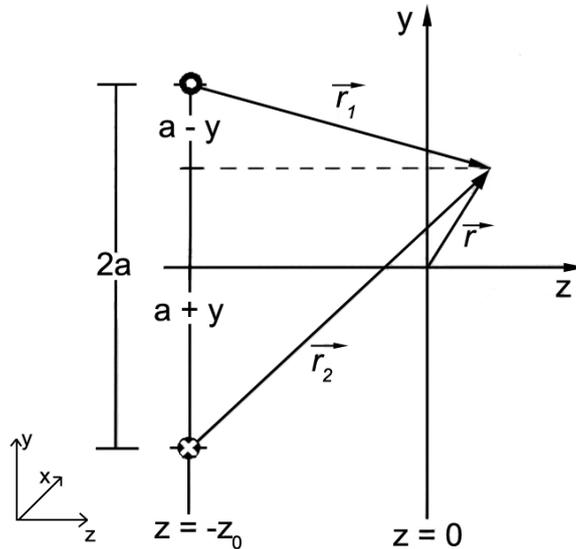


Abbildung 7: Festlegung eines Koordinatensystems

Der Abbildung 7 kann man die folgenden Zusammenhänge für die Abstände r_1 und r_2 entnehmen:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= (a - y)^2 + (z + z_0)^2 \\ r_2^2 &= (a + y)^2 + (z + z_0)^2 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich durch Einsetzen in obige Gleichung für B

$$B(y, z) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot a}{\pi} \cdot \left[(a^2 - y^2)^2 + 2(z + z_0)^2 (a^2 + y^2) + (z + z_0)^4 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (11)$$

und durch Differentiation dieser nach z folgt die Feldinhomogenität

$$\frac{\partial B}{\partial z} = -\frac{2 \cdot \mu_0 \cdot I \cdot a \cdot (z + z_0)}{\pi} \cdot \frac{a^2 + y^2 + (z + z_0)^2}{\left[(a^2 - y^2)^2 + 2(z + z_0)^2 (a^2 + y^2) + (z + z_0)^4 \right]^{\frac{3}{2}}}.$$

Bei $z = 0$ soll die Abhängigkeit der Inhomogenität von y verschwinden. Um diese Ebene zu finden, wird $\frac{\partial B}{\partial z}$ an der Stelle $y = 0$ um y^2 bis zur ersten Ordnung entwickelt. Die Näherung ergibt

$$\frac{\partial B}{\partial z}(y, z) \approx -\frac{2\mu_0 I \cdot a \cdot (z + z_0)}{\pi (a^2 + (z + z_0)^2)^2} \cdot \left[1 + 2y^2 \cdot \frac{2a^2 - (z + z_0)^2}{(a^2 + (z + z_0)^2)^2} \right].$$

Die Abhängigkeit von y verschwindet also für $z_0 = \sqrt{2}a$. Das ist der Abstand des Atomstrahls zu den fiktiven Drähten.

Für die Berechnung des magnetischen Moments ist es wichtig, die Feldinhomogenität zu kennen. Diese kann nicht direkt gemessen werden. Jedoch kann sie unter der Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen B und $\frac{\partial B}{\partial z}$ für kleine Ablenkungen z aus der magnetischen Feldstärke berechnet werden. Es soll nun der Proportionalitätsfaktor $\epsilon = \left| \frac{\partial B}{\partial z} \right| \cdot \frac{a}{B}$ in der Umgebung von $y = 0$ gefunden werden. Dazu wird wie oben $\epsilon(y, z)$ an der Stelle $y = 0$ bis zur ersten Ordnung um y^2 entwickelt

$$\epsilon(y, z) \approx \frac{2a(z + z_0)}{a^2 + (z + z_0)^2} \cdot \left(1 + \frac{3a^2 - (z + z_0)^2}{(a^2 + (z + z_0)^2)^2} \cdot y^2 \right).$$

Das Blendsystem des Apparates ist so gestaltet, dass der Atomstrahl eine Breite von etwa $\frac{4}{3}a$ in y -Richtung besitzt. Im Bereich dieses Strahlenkastens ändert sich $\epsilon(y, 0)$ geringfügig mit y , daher wird zur Berechnung der Inhomogenität der Mittelwert aus dem höchstmöglichen Wert $\epsilon(\frac{2}{3}a, 0) \approx 0.9894$ und dem niedrigsten Wert $\epsilon(0, 0) \approx 0.9428$ gebildet. Es ergibt sich also für den Umrechnungsfaktor $\epsilon \approx 0.9661$.

A.2 Teilchenstromdichte

In diesem Abschnitt soll die Teilchenstromdichte I in Abhängigkeit vom Auftreffort u bestimmt werden. Die Atome, die in das Magnetfeld eintreten streuen an u wegen ihrer Geschwindigkeitsunterschiede dv um du . Bei gleichem z gilt

$$[v(u)]^3 dv = \frac{1}{4} \left| \frac{d[v(u)]^4}{du} \right| du. \quad (12)$$

Außerdem folgt aus Gleichung 3 direkt

$$[v(u)]^4 = \left[\frac{lL}{M} \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \right]^2 \frac{1}{(u - z)^2}. \quad (13)$$

Durch einsetzen von 13 in 12 erhält man

$$[v(u)]^3 dv = \frac{1}{2} \left[\frac{lL \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}}{2M} \right]^2 \frac{du}{|u - z|^3}.$$

Setzt man nun in Gleichung 4 den Zusammenhang

$$\frac{Mv^2}{2kT} = -\frac{lL \left(1 - \frac{L}{2l} \right) \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}}{2kT} \frac{1}{|u - z|}$$

mit den Abkürzungen q und n_0 (Abschnitt 2.5) ein, so erhält man die Verteilung

$$d^2n = n_0 \Phi_m(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dudz}{|u-z|^3}.$$

Eine Integration über z und Summieren über alle möglichen Orientierungen liefert nun die Teilchenstromdichte

$$I(u) = n_0 \int_{-D}^D \Phi_{+\frac{1}{2}}(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3} + n_0 \int_{-D}^D \Phi_{-\frac{1}{2}}(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3}. \quad (14)$$

Da das Teilchenzahlprofil für beide Orientierungen $m = \pm\frac{1}{2}$ gleichwertig ist, wird

$$\Phi_{+\frac{1}{2}}(z) \equiv \Phi_{-\frac{1}{2}}(z) := I_0(z)$$

definiert. Dann folgt

$$I(u) = n_0 \int_{-D}^D I_0(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3}. \quad (15)$$

Im Falle eines verschwindenden Magnetfeldes ist $u = z$ und die Teilchenstromdichte ist

$$I(u)|_{B=\frac{\partial B}{\partial z}=0} = I_0(u) = I_0(z).$$

Wir wollen nun die Näherung eines infinitesimalen Strahlenkastens betrachten. Hierfür gilt

$$I_0(z) = 2DI_0\delta(z).$$

Dabei ist $\delta(z)$ die Dirac-Funktion, für die gilt

$$\delta(z) = \frac{d\Theta(z)}{dz} \text{ und } \Theta(z) = \begin{cases} 0 & \text{für } z < z_0 \\ 1 & \text{für } z \geq z_0 \end{cases}.$$

Einsetzen liefert

$$I(u) = 2Dn_0I_0 \left\{ \left[\Theta(z) e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3} \right]_{-D}^D - \int_{-D}^D \Theta(z) \frac{d}{dz} \left[e^{-\frac{q}{|u-z|}} \frac{dz}{|u-z|^3} \right] \right\}$$

und somit

$$I(u) = 2Dn_0I_0 e^{-\frac{q}{|u|}} \frac{1}{|u|^3}. \quad (16)$$

A.3 Echter Strahlquerschnitt

Gehen wir nun von dem in Abschnitt 2.6 beschriebenen Modell des Strahlquerschnittes aus. Betrachtet man die Gleichungen 9, so erkennt man, dass $I_0(z)$ als zwei mal differenzierbar angesetzt wird. Die darauf basierende Bestimmung der Teilchenstromdichte, $I(u)$ hängt von der Inhomogenität des magnetischen Feldes ab, also von q (Gleichung 6). Die Maxima von $I(u)$ befinden sich an den Positionen $u_0(q)$, welche sich nun mehr oder weniger von den Positionen $u_0^0 = \pm\frac{q}{3}$ unterscheiden, also von der Näherung für einen infinitesimalen Strahlkasten.

Um die Funktion $u_0(q)$ zu bestimmen gehen wir aus von

$$\frac{dI}{du}(u_0) = 0.$$

Dabei kann nun die Differentiation nach u in das Integral gezogen werden, wie man an folgender Rechnung erkennt

$$\begin{aligned}\frac{dI}{du} &= \frac{d}{du} n_{0m} \int_{-D}^{+D} dz \cdot I_0 \frac{e^{-\frac{q}{|u-z|}}}{|u-z|^3} \\ &= n_0 \int_{-D}^{+D} dz \cdot I_0 \frac{\partial}{\partial u} \frac{e^{-\frac{q}{|u-z|}}}{|u-z|^3}.\end{aligned}$$

Die Ersetzung von $\frac{\partial}{\partial u}$ durch $-\frac{\partial}{\partial z}$ lässt den Integranden dabei unverändert. Durch partielle Integration ist es möglich, die Differentiation auf I_0 anzuwenden

$$\begin{aligned}\frac{dI}{du} &= n_0 \int_{-D}^{+D} dz \frac{dI_0}{du} \frac{e^{-\frac{q}{|u-z|}}}{|u-z|^3} \\ &+ n_0 i_0 \left\{ \int_{+D}^{-p} dz - \frac{u}{p} \int_{-p}^{+p} dz - \int_{+p}^{+D} dz \right\} \frac{e^{-\frac{q}{|u-z|}}}{|u-z|^3} + n_0 i_0 \frac{1}{p} \int_{-p}^{+p} dz \frac{u-z}{|u-z|^3} e^{-\frac{q}{|u-z|}}.\end{aligned}\tag{17}$$

Bei den auftretenden Integralen handelt es sich um elementar lösbare Probleme, woraus sich

$$\frac{dI}{du} = \frac{n_0 i_0}{pq^2} \cdot F(u)$$

mit der Lösungsfunktion

$$F(u) = -|u+p|e^{-\frac{q}{|u-p|}} + |u-p|e^{-\frac{q}{|u+p|}} + p \frac{q+|u+D|}{u+D} e^{-\frac{q}{|u+D|}} + p \frac{q+|u-D|}{u-D} e^{-\frac{q}{|u-D|}}$$

ergibt. Es folgt sofort die Bestimmungsgleichung für die Positionen der Maxima

$$F(u_0) = 0.$$

Man kann nun erkennen, dass es sich bei $F(u_0)$ um eine Punktsymmetrie handelt, die Lösungsfunktion $u_0(q)$, welche die Lage der Maxima angibt ist folglich spiegelsymmetrisch. Durch diese Vereinfachung können wir uns also lediglich auf die Bestimmung der positiven Werte beschränken.

A.4 Asymptotisches Verhalten für große Felder, Methode B

Wenn die Feldinhomogenität genügend groß wird, so nähert sich u_0 der Lösung, die durch den infinitesimal schmalen Strahlkasten gegeben ist. Geht man nun davon aus, dass

$$\frac{u_0}{p}, \frac{u_0}{D}, \frac{q}{p}, \frac{q}{D} \ll 1\tag{18}$$

gilt, dann beschreiben die folgenden Berechnung nun einen präziseren Verlauf der Funktion $u_0(q)$ für große Felder.

Mit Hilfe der eben genannten Näherung kann $F(u)$ als Taylorreihe entwickelt werden, wozu wir folgende Funktion benötigen:

$$f(u) = u \cdot e^{-\frac{q}{u}}.\tag{19}$$

Die relevanten Ableitungen lauten

$$\begin{aligned}
f^{(3)}(u) &= \frac{q^2}{u^4} \left(\frac{q}{u} - 3 \right) e^{-\frac{q}{u}} \\
f^{(5)} &= 12 \frac{q^2}{u^6} \left(5 \left(\frac{q}{u} - 1 \right) + \frac{1}{12} \frac{q^2}{u^2} \left(\frac{q}{u} - 15 \right) \right) q^{-\frac{q}{u}}.
\end{aligned}$$

Bis zur sechsten Ableitung sind nur die dritte und fünfte Ableitung von Interesse, da hierbei als einziges die Koeffizienten übrig bleiben. Somit ergibt sich für $F(u)$ bei Abbruch nach dem sechsten Glied:

$$F(u) = p \left(D^2 - \frac{1}{3} p^2 \right) \cdot f^{(3)}(u) + \frac{p}{12} \left(D^4 - \frac{1}{5} p^4 \right) \cdot f^{(5)}(u) + \dots \quad (20)$$

Daraus erhalten wir, ein weiteres Mal durch Nullsetzen, die Bestimmungsgleichung für u_0

$$0 = \left(D^2 - \frac{1}{3} p^2 \right) \left(\frac{q}{u_0} - 3 \right) + \frac{D^4 - \frac{1}{5} p^4}{u_0^2} \left(5 \left(\frac{q}{u_0} - 1 \right) + \frac{1}{12} \frac{1}{u_0^2} \left(\frac{q^2}{u_0} - 15 \right) \right). \quad (21)$$

Der Weitere Weg zur Bestimmung von u_0 wird im Theorieteil, Abschnitt 2.7, erleutert.

B Abbildungen

B.1 Eichkurve

