

Aufbau und Inbetriebnahme einer Apparatur zur Messung der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation

von

Rupert Gillett

Bachelorarbeit in Physik

vorgelegt der

Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen

Juli 2010

erstellt im

III. Physikalischen Institut A
Prof. Dr. Thomas Hebbeker

Hiermit versichere ich, Rupert Gillett, an Eides statt, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie Zitate kenntlich gemacht habe, dies gilt auch für Tabellen, Abbildungen usw.

Aachen, den

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	5
1.1	Drehimpulse der Kernzustände	5
1.2	Räumliche Gestalt der γ -Strahlung	6
1.3	Die Parität	10
1.4	Übergangswahrscheinlichkeiten	12
1.5	Die Koinzidenzmessung	14
2	Verwendete Elektronik, Versuchsaufbau und Messverfahren	18
2.1	Der NIM Standard	18
2.2	Die Szintillationsdetektoren $PM1$ und $PM2$	18
2.3	Hochspannung	19
2.4	Hauptverstärker	19
2.5	SCA: Single Channel Analyser (Einkanal- Diskriminator)	20
2.6	Analog- Digital Konverter (ADC) und Pulshöhenanalysator (PHA)	21
2.7	Koinzidenzeinheit und Counter	21
2.8	Versuchsaufbau: Spektographie	23
2.9	Versuchsaufbau: Koinzidenzmessung	24
2.10	Wahre und zufällige Koinzidenzen	25
3	Radioaktive Proben und Auswertung der Spektographie	28
3.1	Radioaktive Probe: ^{22}Na	29
3.2	Radioaktive Probe: ^{137}Cs	30
3.3	Radioaktive Probe: ^{60}Co	31
3.4	Radioaktive Probe: ^{152}Eu	33
4	Auswertung und Durchführung der Koinzidenzmessung	36
4.1	Winkelauflösung mit ^{22}Na	36
4.2	Winkelkorrelation bei ^{60}Co	37
4.3	Winkelkorrelation bei ^{152}Eu	40
5	Entwicklung des Versuchs für das Bachelor Fortgeschrittenenpraktikum	43
5.1	Lernziele	43
5.1.1	Theorie	43
5.1.2	Praxis	44
5.2	Bericht der Durchführung mit einem Test-Studenten	45
5.3	Entwicklung der Anleitung	46

6	Schlussbemerkung	47
A	Zerfallsschema ^{152}Eu	i
B	Plakat	ii
C	Versuchsanleitung	iii

Abstrakt

Die Kernspektroskopie ist eines der wichtigsten Arbeitsgebiete der Kernphysik. Bei Übergängen zwischen Anregungszuständen eines Kerns werden γ -Quanten emittiert. Durch Messung der Winkelverteilungen dieser Emissionen können Rückschlüsse auf Kerneigenschaften wie Kernspin und Parität gezogen werden.

Häufig gehen angeregte Kerne in Form eines Kaskaden-Zerfalls in ihren Grundzustand über. Dabei ist die Lebensdauer eines Zwischenzustandes oft so gering, dass der Kern sich in dieser Zeit nicht umorientieren kann. In diesen Fall kann der erste Quant zur Festlegung der Strahlungsachse verwendet werden. Die Strahlrichtung des zweiten Quants wird dann relativ dazu gemessen. Bei der $\gamma\gamma$ - Winkelkorrelation werden solche korrelierten Gamma Quanten nachgewiesen. Die Winkelverteilung der Koinzidenzrate liefert dann ein Bild über die Strahlungscharakteristik des Kerns.

Ziel ist es, einen Versuch über die $\gamma\gamma$ - Winkelkorrelation für das Fortgeschrittenen Physik Praktikum der RWTH zu entwickeln. Zukünftige Studenten sollen die Grundkenntnisse der Kernspektroskopie anhand dieses Versuchs kennen lernen. Das Erstellen einer Versuchsanleitung für das Fortgeschrittenen Praktikum, sowie das Erstellen eines Plakats für das Institut, ist Teil dieser Arbeit.

Der Versuch wird in Zusammenarbeit mit Thomas Heinze entwickelt. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt bei der Untersuchung und Zusammenfassen der Theorie des Experiments. Außerdem werden die Lernziele des Experiments entwickelt. Der Schwerpunkt der Bachelorarbeit von Thomas Heinze liegt bei der Entwicklung der messtechnischen Aufbau [1].

1 Theorie

In diesem Kapitel wollen wir einen Überblick über die physikalischen Grundlagen des Experiments geben. Um eine Theorie über Kernübergänge zu entwickeln, müssen Ideen aus der klassischen Elektrodynamik, z.B die Multipolstrahlung, mit quantenmechanischen Konzepten, wie Kernspin und Übergangswahrscheinlichkeiten, kombiniert werden. Wir untersuchen außerdem detailliert die räumliche Gestalt der Strahlung bei der Emission eines γ -Quants, sowie die erwartete Gestalt der Koinzidenzmessung.

Am Ende des Kapitels werden wir die vier Quellen, die im Rahmen dieser Arbeit verwendet werden, betrachtet: ^{22}Na , ^{60}Co , ^{137}Cs und ^{152}Eu . Dazu werden kurz die theoretischen Ergebnisse für jede der Quellen diskutiert.

1.1 Drehimpulse der Kernzustände

Der Kern eines Atoms besteht aus Protonen und Neutronen. Jeder dieser Nukleonen ist ein Fermion (Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen) und kann quantenmechanisch durch eine Wellengleichung beschrieben werden. Die Eigenzustände eines Neutrons sind Lösungen der Schrödingergleichung für Neutronen:

$$-\frac{\hbar}{2m_n}\vec{\nabla}^2\Psi_n = E_n\psi_n \quad (1)$$

und die Eigenzustände eines Protons sind Lösungen der Schrödingergleichung für Protonen:

$$-\frac{\hbar}{2m_p}\vec{\nabla}^2\Psi_p = (E_p - \bar{U})\psi_p, \quad (2)$$

wobei \bar{U} das mittlere elektrostatische Potential des Protons bezeichnet [2]. Es wird angenommen, dass die Wellenfunktionen der Protonen und Neutronen innerhalb des Kernvolumens mit Radius R räumlich beschränkt sind. Quantenmechanisch wird diese Annahme durch einen Potenzialtopf mit endlich hohen Wänden verwirklicht. Wegen des Pauli-Prinzips besitzen alle Nukleonen unterschiedliche, diskrete Energieniveaus bis zur Fermikante E_F .

Nach dem Schalenmodell der Atomkerne kann man nun Lösungen für die Wellenfunktionen jedes der Nukleonen i bestimmen. Durch den Separationsansatz in Kugelkoordinaten

$$\psi_i(r, \theta, \varphi) = u_l(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (3)$$

bekommt man Lösungen die von den Drehimpuls Quantenzahlen l und m abhängen. Die Drehimpulse \vec{l}_i und Spins \vec{s}_i jeder der Nukleonen können zum Gesamtdrehimpuls des Nukleons zusammengefasst werden:

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i \quad (4)$$

Diese können wiederum vektoriell zum Gesamtdrehimpuls des Kerns \vec{I} (Kernspin) zusammengefasst werden:

$$\vec{I} = \sum_i \vec{j}_i \quad (5)$$

Mit nur wenigen Ausnahmen werden Nukleonen als Paare von Neutronen und Paare von Protonen in die Kernschalen eingeordnet, so dass der Gesamtdrehimpuls jedes Paares Null ergibt,

also $\vec{j}_1 + \vec{j}_2 = 0$. Dies erweist sich als energetisch günstiger für den Kern, und bedeutet, dass der Kernspin nur von Drehimpuls und Parität eines übrig gebliebenen “ungeraden Nukleons” bestimmt wird [2].

Die Anregungszustände eines Kerns können deswegen als Eigenfunktionen ihres Kernspins \vec{I} sowie der Parität Π gegeben werden.

1.2 Räumliche Gestalt der γ -Strahlung

In den meisten Fällen zerfällt ein angeregter Kern in einen energetisch niedrigeren Zustand durch Emission eines Photons γ . Ansonsten wird die freiwerdende Energie an ein Hüllenelektron abgegeben, in einem Prozess, der “Innere Konversion” heißt. Bei der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation interessieren wir uns ausschließlich für die γ -Emission, die als elektromagnetische Strahlung wahrgenommen wird [3].

Um die räumliche Gestalt der Strahlungsintensität zu verstehen, kann man die Maxwellgleichungen im Vakuum verwenden:

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \quad \text{rot}\vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}; \quad (6)$$

Es wird dabei berücksichtigt, dass die Felder quellenfrei sind:

$$\text{div}\vec{E} = \text{div}\vec{B} = 0 \quad (7)$$

Mit der Annahme, dass die \vec{E} - und \vec{B} -Felder eine Zeitabhängigkeit der Form $e^{-i\omega t}$ besitzen, kann man nun die Maxwellgleichungen ((6)) in der Form:

$$\text{rot}\vec{E} = i\omega\vec{B}; \quad \text{rot}\vec{B} = \frac{-i\omega}{c^2} \vec{E} \quad (8)$$

schreiben. Mit der nichtrelativistischen Dispersionsrelation $c = \frac{\omega}{k}$, bekommt man anschließend:

$$\text{rot}\vec{E} = ick\vec{B}; \quad \text{rot}\vec{B} = -\frac{ik}{c} \vec{E} \quad (9)$$

Die Gleichungen können nun ineinander eingesetzt werden, um die bekannte Wellengleichung zu bekommen:

$$(\Delta + k^2)\vec{E} = 0; \quad (\Delta + k^2)\vec{B} = 0 \quad (10)$$

Wir suchen zunächst die Lösungen der entsprechenden skalaren Wellengleichung:

$$(\Delta + k^2)\psi(\vec{r}) = 0 \quad (11)$$

Von einer Quelle gehen die Strahlung kugelförmig aus. Es wird deswegen analog zur quantenmechanischen Überlegungen bei der Einzelnukleonen der kugelförmige Ansatz gewählt:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{U(r)}{r} \cdot P(\cos\theta) \cdot Q(\varphi) \quad (12)$$

Durch Aufstellung von Differentialgleichungen in Kugelkoordinaten und Verwendung eines Potenzreihenansatzes (siehe z.B. [4]) bekommt man als Lösungen der θ -Abhängigkeit die zugeordnete Legendrepolynome:

$$P_l^m(x) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1 - \cos^2\theta)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{d(\cos\theta)^{l+m}} (\cos^2\theta - 1)^l, \quad (13)$$

wobei $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ und $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l$ sind [4]. Die Felder sind also quantisiert. Die φ -abhängigen Lösungen sind ganz einfach durch

$$Q(\varphi) = e^{im\varphi} \quad (14)$$

gegeben. Die Radialabhängigkeit wird durch die sphärischen Besselfunktionen beschrieben:

$$j_L(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{l+\frac{1}{2}}(kr), \quad (15)$$

wobei $J_{l+\frac{1}{2}}$ die gewöhnlichen Besselfunktionen sind. Für unsere Zwecke ist diese radiale Abhängigkeit aber nicht interessant, da wir später nur Winkelverteilungen betrachten werden. Die φ - und θ -Terme der Lösungen können wir aber als Kugelflächenfunktionen zusammenfassen:

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \cdot P_l^m(\cos\theta) \cdot e^{im\varphi} \quad (16)$$

In Kapitel 1.1 wurde erwähnt, dass die Anregungszustände des Kerns als Eigenfunktionen des Kernspins \vec{I} beschrieben werden können. Beim Übergang zwischen Anregungszuständen werden γ -Quants mit Energien emittiert, die den Energiedifferenzen der Zustände entsprechen. Deshalb ist es auch logisch, dass das Strahlungsfeld der Kerne auch als Eigenfunktionen des Drehimpulses \vec{l} beschreiben werden kann. Im nächsten Schritt suchen wir die Lösungen der Feldgleichungen (10), indem wir den Drehimpulsoperator

$$\vec{l} = -i(\vec{r} \times \vec{\nabla}) \quad (17)$$

an die skalaren Wellenfunktion $\psi(\vec{r})$ anwenden. Man definiert die vektorellen Kugelflächenfunktion:

$$X_l^{\vec{m}}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \vec{l} \cdot Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (18)$$

und bekommt mit Hilfe der Maxwellgleichungen folgende Abhängigkeiten:

$$E_l^{\vec{m}} \propto X_l^{\vec{m}}; \quad \text{und} \quad B_l^{\vec{m}} \propto -\frac{i}{kc} \text{rot} \left(E_l^{\vec{m}} \right) \quad (19)$$

$$B_l^{\vec{m}} \propto X_l^{\vec{m}}; \quad \text{und} \quad E_l^{\vec{m}} \propto \frac{ic}{k} \text{rot} \left(B_l^{\vec{m}} \right) \quad (20)$$

Durch Summieren dieser Lösungen für alle möglichen m und l bekommt man eine vollständige Multipolentwicklung des elektromagnetischen Strahlungsfeldes. Allerdings dominiert in den meisten Fällen nur eine bestimmte Multipolordnung (Siehe Kapitel (1.4) über Übergangswahrscheinlichkeiten). Wegen der Drehimpulserhaltung gilt für den dominanten Übergang:

$$|I_1 - I_2| = l \quad (21)$$

Hier wird der Kernspin des Anfangs- bzw. Endzustands durch \vec{I}_1 bzw. \vec{I}_2 bezeichnet. Da die Strahlung aber eine Linearkombination aus verschiedenen Multipolordnungen ist, muss man die allgemeinen Auswahlregeln für die Quantenzahlen berücksichtigen [5]:

$$|I_1 - I_2| \leq l \leq I_1 + I_2; \quad \text{mit } m = m_1 - m_2 \text{ und } |m| \leq l \quad (22)$$

Wie man sieht, dominiert also die niedrigste Multipolordnung. Dies wird durch eine Abschätzung der Übergangswahrscheinlichkeit bestätigt:

$$P_{\text{Übergang}} = \lambda_{\text{Übergang}}(1 \rightarrow 2) \propto \frac{(2\pi R)^{2l}}{\lambda^{2l}} = \left(\frac{RE_\gamma}{\hbar c} \right)^{2l}, \quad (23)$$

wobei $\lambda = hc/E_\gamma$ ist (siehe Kapitel 1.4, Gleichung (38)). Je kleiner also die Energie und je größer die Multipolordnung ist, desto kleiner ist die Übergangswahrscheinlichkeit.

In der Kernspektographie ist es wichtig, zwischen elektrischer und magnetischer Multipolstrahlung zu unterscheiden. Durch die Messung der Polarisation der γ -Strahlung ist es möglich, den Strahlungscharakter, also ob es sich um eine El - oder Ml -Strahlung handelt, zu bestimmen. Im Praktikum ist diese Messung nicht möglich. Es lässt sich aber theoretisch zeigen, dass die Übergangswahrscheinlichkeit für elektrische Multipolstrahlung viel höher als die für magnetische Multipolstrahlung bei derselben Ordnung ist [3].

Photonen werden in der Form eines 2^l -Pol Multipolfelds der Multipolordnung l emittiert. Man merke, dass $\hbar l$ dem vom Photon angenommenen Gesamtdrehimpuls entspricht, mit einer Projektion auf der z -Achse von $m\hbar$. Da das Photon einen intrinsischen Spin von 1 besitzt, ist der Wert $l = 0$ nicht möglich. Dies gilt außerdem sowie nicht, weil die Felder quellenfrei sind, was bedeutet, dass keine elektrische oder magnetische Monopole existieren (also $E0$ oder $B0$). Für $l = 0$ würde auch die vektoriiellen Kugelflächenfunktion (Gleichung 18) divergieren. Abbildung 1 zeigt ein Beispiel von erlaubten und nicht erlaubten Übergängen anhand einer $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ Kaskade. Dieses Beispiel wird wegen seiner einfachen Verständlichkeit oft in der Fachliteratur verwendet.

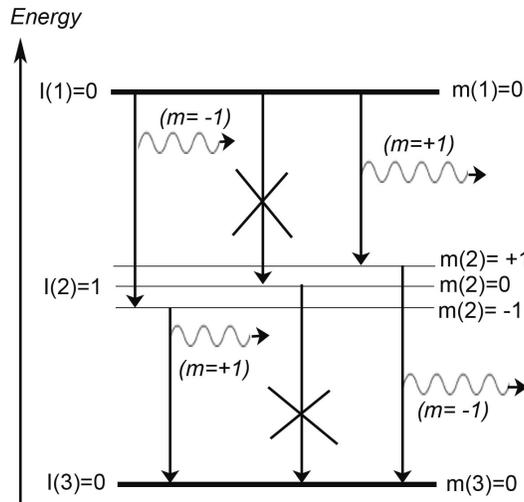


Abbildung 1: Beispiel erlaubter Übergänge für $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ Kaskade

Das Bild zeigt, dass für $\Delta I = 1$ die Übergänge mit $m = 0$ nicht erlaubt sind. Die physikalische Begründung dafür wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

Letztendlich interessieren wir uns für die gemessene Intensität, die mit Hilfe des Poynting Vektors berechnet wird:

$$\vec{S} = \varepsilon_0 c^2 (\vec{E} \times \vec{B}) \quad (24)$$

Die Intensität ist dann gegeben durch den Betrag:

$$I = |\vec{S}| = \varepsilon_0 c E^2 \propto |X_l^m|^2 \quad (25)$$

Hier wurde die Annahme gemacht, dass das \vec{E} -Feld senkrecht auf dem \vec{B} -Feld steht (es liegen also keine Ströme oder Raumladungen vor). Durch Anwendung von Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren bekommt man für den Betrag der vektoriellen Kugelflächenfunktion [6]:

$$\begin{aligned} |X_l^m(\theta)|^2 &= \frac{1}{2l(l+1)} [(l(l+1) - m(m+1)) \cdot |Y_l^{m+1}(\cos\theta)|^2 \\ &\quad + (l(l+1) - m(m-1)) \cdot |Y_l^{m-1}(\cos\theta)|^2] \end{aligned} \quad (26)$$

Durch Einsetzen von $l = 1$ und $m = 0, \pm 1$ (wie in Abbildung 1) bekommt man dann folgende Lösungen:

$$|X_1^0|^2 = \frac{3}{8\pi} \cdot \sin^2\theta; \quad \text{und} \quad |X_1^{\pm 1}|^2 = \frac{3}{16\pi} \cdot (1 + \cos^2\theta) \quad (27)$$

In Abbildung 2 werden die beide Lösungen als Polardiagramme dargestellt.

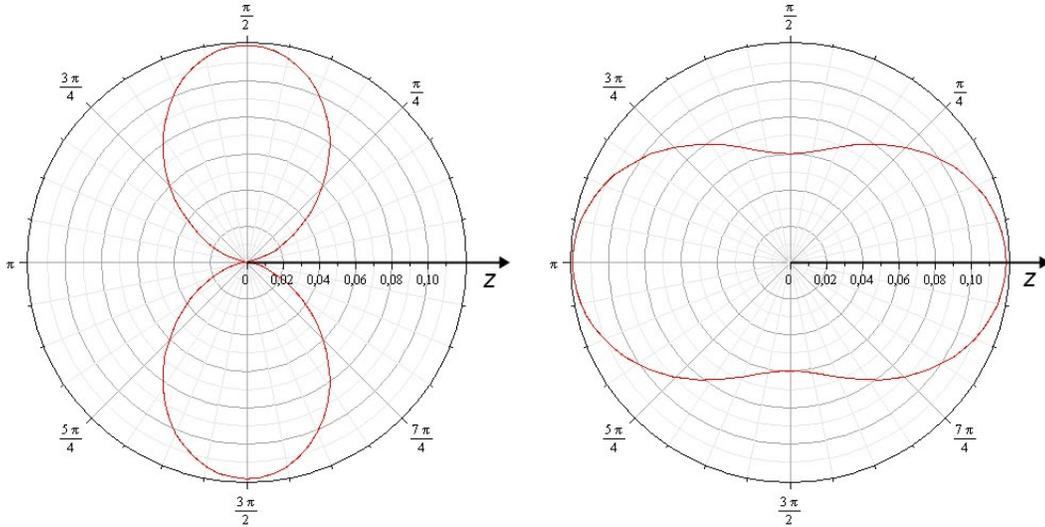


Abbildung 2: Gestalt der vektoriellen Kugelflächenfunktionen aus Gleichung 27. Links: $|X_1^0(\theta)|^2$ Rechts: $|X_1^{\pm 1}(\theta)|^2$

Anhand dieser Bilder ist deutlich zu sehen, dass die Winkelverteilungen spiegelsymmetrisch zur 90° -Achse sind. Eine genauere Betrachtung der Gestalt der Kugelflächenfunktion, bzw. des zugeordneten Legendrepolynomes (Gl. 13) zeigt, dass beim Quadrieren nur gerade Potenzen

von $\cos(\theta)$ vorkommen. Es ist auch leicht zu sehen, dass die φ -abhängige Komponente $Q(\varphi) = e^{im\varphi}$ beim Bilden des Betragsquadrats wegfällt. Deswegen ist die Winkelverteilung auch nur von θ abhängig.

Für unser in Abb. 1 gezeigtes Beispiel mit $\Delta I = 1$ sind $|X_1^0(\theta)|^2$ und $|X_1^{\pm 1}(\theta)|^2$ die beiden möglichen Winkelverteilungen (Gl. 27). Wie man in Abb. (2) sieht, emittiert nur $|X_1^{\pm 1}(\theta)|^2$ Quanten in z -Richtung. Die Winkelverteilung lässt sich aber nur gegen eine festgelegte z -Achse bestimmen. Es können also mit Hinsicht auf diese Quantisierungsrichtung nur die Zustände mit den magnetischen Quantenzahlen $m = \pm 1$ besetzt werden.

1.3 Die Parität

Die Parität Π ist eine multiplikative Quantenzahl, die den Symmetriecharakter der Wellenfunktion bei Raumspiegelung beschreibt. Durch Spiegelung des Koordinatensystems an dem Ursprung:

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r} \quad (28)$$

sollen sich bei Erhaltung der Parität die Eigenschaften des Systems nicht ändern. Die Wellenfunktion darf sich nur um den konstanten Wert Π ändern, wobei eine Rücktransformation wieder die ursprüngliche Funktion liefert, also $\Pi^2 = 1$. Ein System hat die Parität $+1$ wenn gilt [2]:

$$\psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r}) \quad (29)$$

und hat die Parität -1 für:

$$\psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r}). \quad (30)$$

Die Parität ist in der elektromagnetischen Wechselwirkung eine Erhaltungsgröße des Systems. Nun betrachten wir ein Kugelsymmetrisches Problem (siehe Abb. 3). Eine Spiegelung in Kugelkoordinaten nimmt folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned} r &\rightarrow r \\ \theta &\rightarrow \pi - \theta \\ \phi &\rightarrow \phi + \pi \end{aligned} \quad (31)$$

Die Kugelflächenfunktion transformiert sich folgendermaßen:

$$\begin{aligned} Y_l^m(\theta, \phi) &\rightarrow Y_l^m(\pi - \theta, \phi + \pi) \\ &= \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \cdot P_l^m(-\cos\theta) \cdot e^{im(\phi+\pi)} \\ &= \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \cdot (-1)^{l-m} \cdot P_l^m(\cos\theta) \cdot (-1)^m e^{im\phi} \\ &= (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi) \end{aligned} \quad (32)$$

Wie man daraus sieht, bekommt man also eine Parität von $\Pi = +1$ für geraden Bahndrehimpuls l und eine Parität $\Pi = -1$ für ungeraden Bahndrehimpuls. Wir können nun die Parität als Operator auf die Multipolfelder (Gl. (19) (20)) anwenden. Daraus bekommt man für die

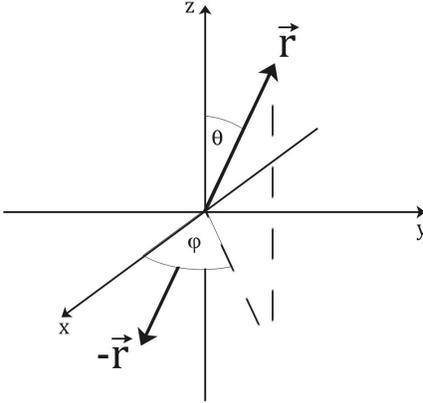


Abbildung 3: Raumspiegelung in Kugelkoordinaten

elektrische Multipolstrahlung eine Parität von $\Pi = (-1)^l$ und für die magnetische Multipolstrahlung eine Parität von $\Pi = (-1)^{l+1}$. Beim Übergang zwischen Kernzuständen 1 und 2 gilt also die Beziehung:

$$\Pi_1 = (-1)^l \cdot \Pi_2 \quad (33)$$

für elektrische Strahlung und

$$\Pi_1 = (-1)^{l+1} \cdot \Pi_2 \quad (34)$$

für magnetische Strahlung.

Anhand die beide Gleichungen ist es also grundsätzlich möglich zu bestimmen, ob beim Übergang eine **Paritätsänderung** stattgefunden hat. Dazu muss man folgende Information haben:

1. Die Multipolordnung l kann über die Winkelverteilung der Emission festgestellt werden. Siehe Kapitel "Koinzidenzmessung"
2. Die dominante Multipolcharakteristik, also ob eine elektrische oder eine magnetische Multipolordnung dominiert. Letztendlich hängt dies mit der Kernspinänderung zusammen. In Tabelle 1 sind mehrere Beispiele von γ -Übergängen für unterschiedliche Multipolordnungen und Kernspinänderungen gegeben. Die in Klammern gesetzte M-Strahlungen sind wegen der niedrigen Übergangswahrscheinlichkeit praktisch nicht zu sehen. Dies wird in Kapitel 1.4 näher erläutert.

Kernspinänderung $ \Delta I $	0	1	2	3	4
Paritätsänderung	E1; (M2)	E1; (M2)	M2; E3	E3; (M4)	M4; E5
keine Paritätsänderung	M1; E2	M1; E2	E2; (M3)	M3; E4	E4; (M5)

Tabelle 1: Multipolordnung E_l und M_l in Abhängigkeit von der Kernspin- und Paritätsänderung. Entnommen aus [3].

1.4 Übergangswahrscheinlichkeiten

Nach Fermis Goldener Regel, hängt die Übergangswahrscheinlichkeit vom Matrixelement zwischen Anfangs- und Endzustand ab. Zwischen dem initialen Zustand $|i\rangle$ und den finalen Zustand $|f\rangle$ gilt für die Übergangswahrscheinlichkeit $\lambda(i \rightarrow f)$ ¹:

$$\lambda(i \rightarrow f) = \frac{2\pi}{\hbar} \rho \cdot \overline{|\langle i|\hat{V}|f\rangle|^2} \quad (35)$$

Hier bezeichnet \hat{V} den zeitabhängigen Störoperator, und $\langle i|\hat{V}|f\rangle$ das Matrixelement. Die Zustandsdichte $\rho = \frac{dN}{dE}$ ist die Anzahl Endzustände pro Energieeinheit dE . Um die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen angeregten Kernzuständen zu schätzen, wollen wir zunächst das Problem vereinfachen. In der Realität kann es sich um Übergänge mehrerer Nukleonen handeln. Wir gehen aber davon aus, dass nur ein einzelnes Proton seinen Quantenzustand ändert. Es handelt sich also um den Übergang eines einzelnen Nukleons von einem (Kern-) Orbital in ein anderes Orbital. Wir betrachten zunächst die abgestrahlte Leistung der klassischen Multipolantenne:

$$P(\sigma l) = \frac{8\pi(l+1)}{l[(2l+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2l+2} \cdot M_{\sigma l}^2. \quad (36)$$

Hier bezeichnet $M_{\sigma l}$ das Multipolmoment der Antenne, und $\sigma = M, E$ den Multipolcharakter. Der Term $(2l+1)!!$ bedeutet $(2l+1) \cdot (2l-1) \cdot (2l-3) \cdot (2l-5) \cdot \dots$ (Also, $8!! = 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2$ usw.). Quantenmechanisch betrachtet ist aber die abgestrahlte Leistung zur Anzahl der pro Zeiteinheit emittierten Photonen der Energie $E_\gamma = \hbar\omega$ äquivalent. Die Übergangswahrscheinlichkeit kann deswegen als $\lambda(\sigma l, m) = P(\sigma l) / \hbar\omega$ umgeschrieben werden und wir erhalten explizit:

$$\lambda(\sigma l, m) = \frac{8\pi(l+1)}{l\hbar[(2l+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2l+1} \cdot |M_{lm}^\sigma|^2 \quad (37)$$

Jetzt steht M für das Übergangsmatrixelement $M_{lm}^\sigma = \langle i|\hat{M}|f\rangle$, das zwischen den Protonenzuständen $|i\rangle$ und $|f\rangle$ gebildet wird. Durch Betrachten die Gleichungen (36) und (37) sieht man, dass der Multipoloperator \hat{M} also das quantenmechanische Analogon zum klassischen Multipolmoment ist.

Durch Berechnung des Matrixelements M_{lm}^σ in Kugelkoordinaten, bekommt man explizite Ausdrücke für die Übergangswahrscheinlichkeiten. Für die elektrische Strahlung erhält man [3]:

$$\lambda_{decay}(El) = \frac{2(l+1)\omega}{l[(2l+1)!!]^2} \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right) \cdot \left(\frac{2\pi R}{\lambda}\right)^{2l} \cdot S \cdot |M_{El}|^2, \quad (38)$$

wobei R den Kernradius bezeichnet. $S \approx 1$ ist ein statistischer Faktor, der von I_i , I_f und l abhängt. Die Übergangswahrscheinlichkeit für magnetische Strahlung unterscheidet sich nur um einem zusätzlichen Faktor $10(\hbar/m_p c R)^2$. Wir betrachten nun ein Beispiel. Bei einem Atomkern mit 125 Nukleonen würde man einen Kernradius von $R = 6fm$ haben. Mit γ -Strahlung der Energie $0.5MeV$ bekommen wir $\lambda/2\pi = 400fm$. Die Übergangswahrscheinlichkeit nimmt bei jedem Schritt von einer Multipolordnung zur nächsten jeweils mit dem Faktor $2.25 \cdot 10^{-4}$

¹Es wurde bei diesen Abschnitt hauptsächlich die Quelle [3] verwendet. Es gilt das Gaußsche Einheitensystem

ab. Daher kommt die schon erwähnte Näherung $|I_1 - I_2| = l$. Wir akzeptieren also für weitere Schritte die Voraussetzung, dass bei jedem Übergang nur exakt eine Multipolordnung zur Strahlung beiträgt. Diese Näherung wird in späteren Kapiteln sich als sehr wichtig erweisen. Abbildung 4 zeigt das Verhältnis der Übergangswahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Multipolstrahlungen. Wie man sieht, dominieren letztendlich die elektrischen über die magnetischen Multipolordnungen.

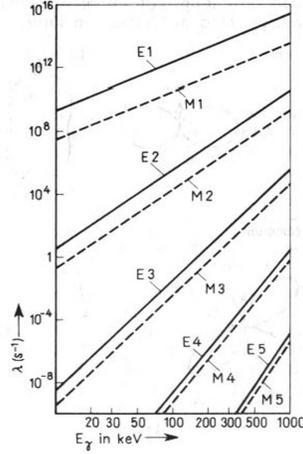


Abbildung 4: Einteilchen γ -Wahrscheinlichkeiten für verschieden Multipolstrahlungen, entnommen aus [3]. Aufgetragen ist die Übergangswahrscheinlichkeit λ_{decay} gegen die Photonenergie E_γ .

Man merke an diese Stelle, dass das λ auf der rechten Seite von Gleichung (38) die Wellenlänge des emittierten Photons bezeichnet. Die Bezeichnung $\lambda_{decay}(El)$ auf der linken Seite hat eine andere Bedeutung. Trotz möglicher Verwirrung wurde dies absichtlich gewählt, da diese Größe die Zerfallskonstante der radioaktive Zerfall entspricht. Es gilt also analog dazu:

$$\lambda_{decay}(\sigma l) = \frac{1}{\tau}, \quad (39)$$

wobei τ die mittlere Lebensdauer des angeregten Zustands bezeichnet. Wie man an Abbildung 4 sieht, können also Übergänge mit sehr hohen Multipolordnungen (z.B. $E4$, $M4$, $E5$ und $M5$) zu sehr langen Halbwertszeiten führen in der Größenordnung von Stunden oder Tagen. Solche besonders langlebigen Zustände werden als "Isomere" bezeichnet [2].

Wir wollen nun als letztes kurz die Situation betrachten, in der mehrere Nukleonen am Übergang beteiligt sind. Für solche komplizierteren Übergänge betrachtet man die sogenannte reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit, die nicht mehr explizit von den Quantenzahlen l und m abhängen. Dies bedeutet also, dass die Geometrie des Kerns keine Rolle mehr spielt. Die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit nimmt folgende Gestalt an:

$$B(\sigma l, I_1 \rightarrow I_2) = \frac{1}{2I_1 + 1} \sum_{m_1, m_2, m} \left| \sum_n M_{l,m}^\sigma(n) \right|^2, \quad (40)$$

wobei m_1 und m_2 die Projektoren der Kernzustände vor und nach dem Übergang sind. Man summiert also über die Einteilchen Matrixelemente (Teilchenindex n). Die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit ist letztendlich bei kollektiver Anregung wichtig.

1.5 Die Koinzidenzmessung

Wie in Kapitel 1.2 erklärt wurde, ist die Intensität der emittierten Strahlung durch $I \propto |\bar{X}_l^m(\theta)|^2$ gegeben. Falls die magnetischen Unterniveaus m gleichwahrscheinlich besetzt sind, ist die emittierte Strahlung aber letztendlich eine Überlagerung aller verschiedenen Unterniveaus. Zum Beispiel gibt es für $l = 1$ drei mögliche Unterniveaus: $m = 0, +1, -1$ (siehe Gl. 27). Damit erhalten wir als Überlagerung:

$$I \propto |\bar{X}_1^0(\theta)|^2 + |\bar{X}_1^{+1}(\theta)|^2 + |\bar{X}_1^{-1}(\theta)|^2 = \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta + \frac{3}{8\pi} (1 + \cos^2\theta) = \frac{3}{4\pi} \quad (41)$$

Die Intensität ist also isotrop über den ganzen Winkel θ . Erst bei einer Ungleichbesetzung der magnetischen Unterzustände, also eine anisotrope Verteilung, ist es möglich, eine Winkelverteilung zu messen.

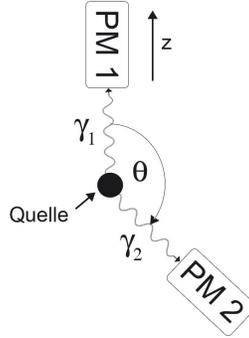


Abbildung 5: Die Koinzidenzmessung mit zwei Detektoren: $PM 1$ und $PM 2$. Durch Emission des ersten γ -Quants wird die z -Achse festgelegt.

Die Koinzidenzmessung bietet eine Lösung zu diesem Problem. Wie in Kapitel 1.2 schon erwähnt wurde, kann nur mit Bezug auf eine feste Quantisierungsachse die Winkelverteilung gemessen werden. Durch Emission des ersten γ -Quants wird eine solche Achse festgelegt (siehe Abb. 5). Die Unterzustände des Zwischensystems hinsichtlich dieser Richtung sind dann verschieden besetzt: Man bekommt also eine Winkelverteilung für das zweite Quant $W(\theta)$. Wie in die Einführung schon erwähnt wurde, interessieren wir uns bei der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation für Zwischenzustände mit extrem kurzen Lebensdauer, so dass beide emittierten Photonen “praktisch zeitgleich” ankommen (Lebensdauer der Zwischenzustand bis $\sim ms$). Ein solches Ereignis wird als **Koinzidenz** beobachtet.

Im Allgemein lässt sich die Winkelverteilung oder “Winkelkorrelation” $W(\theta)$ in der Form:

$$W(\theta) = \sum_{\nu=0}^{\nu_m} \alpha_{\nu} P_{\nu}(\cos\theta) \quad (42)$$

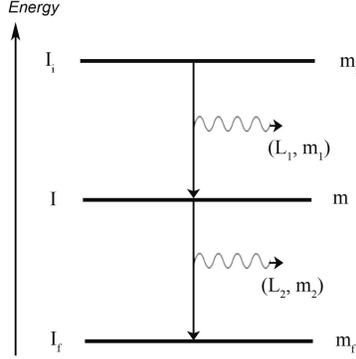


Abbildung 6: Quantenzahlen für $\gamma\gamma$ -Kaskade mit reinen Multipolaritäten

entwickeln [7]. Die Koinzidenzrate pro Raumwinkel $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ ist also proportional zu $W(\theta)$. P_l bezeichnen die Legendre-Polynome, die folgende Gestalt haben (nicht zu verwechseln mit den zugeordneten Legendre-Polynome in Kapitel 1.2) [4]:

$$P_l(\cos\theta) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{d(\cos\theta)^l} (\cos^2\theta - 1)^l \quad (43)$$

Für den Fall, dass die Parität bei der Emission erhalten bleibt, erhält man letztendlich nur gerade Legendre-Polynome. Die Entwicklung bricht außerdem nach einem Glied ab, so dass wir die Winkelverteilung oder Korrelationsfunktion als [8]:

$$W(\theta) = 1 + A_2 \cdot P_2(\cos\theta) + A_4 \cdot P_4(\cos\theta) + \dots + A_{2k_{max}} \cdot P_{2k_{max}}(\cos\theta) \quad (44)$$

schreiben können, mit:

$$k_{max} = \text{Min}(I, L_1, L_2) \quad (45)$$

Hier werden die Drehimpuls Quantenzahlen des ersten und zweiten γ -Quants mit L_1 und L_2 bezeichnet. Die Anfangs-, Zwischen- und Endzustände haben die Kernspin Quantenzahlen: I_i , I und I_f (siehe Abb. 6).

Die Winkelkorrelationskoeffizienten A_k lassen sich dabei als Produkt schreiben [8]:

$$A_k = A_k^{(1)} \cdot A_k^{(2)}, \quad (46)$$

mit die Übergangskoeffizienten:

$$A_k^{(1)} = \frac{1}{1+\delta_1^2} \cdot [F_k(L_1, L_1, I_i, I) + 2\delta_1 \cdot F_k(L_1, L_1 + 1, I_i, I) + \delta_1^2 \cdot F_k(L_1 + 1, L_1 + 1, I_i, I)] \quad (47)$$

$$+ \delta_1^2 \cdot F_k(L_1 + 1, L_1 + 1, I_i, I)] \quad (48)$$

und

$$A_k^{(2)} = \frac{1}{1+\delta_2^2} \cdot [F_k(L_2, L_2, I_f, I) + 2\delta_2 \cdot F_k(L_2, L_2 + 1, I_f, I) + \delta_2^2 \cdot F_k(L_2 + 1, L_2 + 1, I_f, I)] \quad (49)$$

$$+ \delta_2^2 \cdot F_k(L_2 + 1, L_2 + 1, I_f, I)] \quad (50)$$

Die Terme $\delta_{1/2}$ sind sogenannte Mischungsparameter. Sie sind durch die Verhältnisse der reduzierten Gamma-Matrixelemente definiert:

$$\delta_1 = \frac{\langle I | \sigma'_1 L'_1 | I_i \rangle}{\langle I | \sigma_1 L_1 | I_i \rangle} \quad (51)$$

$$\delta_2 = \frac{\langle I | \sigma'_2 L'_2 | I_f \rangle}{\langle I | \sigma_2 L_2 | I_f \rangle} \quad (52)$$

wobei die F_k -Koeffizienten algebraische Funktionen der vier Quantenzahlen sind.

Wie schon in Kapitel 1.4 schon erwähnt wurde, betrachtet man in der Praxis meistens nur Übergänge mit reinen Multipolaritäten. Unter dieser Voraussetzung kann man eine Vereinfachung der Theorie, anders gesagt, eine „Naive Theorie“ verwenden. Wir betrachten nun wieder die Übergangswahrscheinlichkeit eines 2-Niveau-Systems und erhalten:

$$W(I_i, m_i \rightarrow I_f, m_f) = \text{const.} \cdot G(m_i, m_f) \quad (53)$$

Hier ist der konstante Term durch das Kernmatrixelement gegeben (siehe Kap 1.4). Der geometrische Term G ist gleich dem Quadrat des Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$G(m_i, m_f) = \langle I_f l m_f M | I_i m_i \rangle^2, \quad (54)$$

wobei die Multipolarität der Strahlung wieder mit l und mit Projektor $M = m_f - m_i$ bezeichnet wird. Für die Winkelverteilung der emittierten Gamma-Strahlung einer orientierten Quelle erhält man [8]:

$$X_l(\theta) = \sum_{m_i, m_f} P(m_i) \cdot \langle I_f l m_f M | I_i m_i \rangle^2 \cdot |\vec{X}_l^{m_i - m_f}(\theta)|, \quad (55)$$

wobei $|\vec{X}_l^{m_i - m_f}(\theta)|$ wieder die vektoriellen Kugelflächenfunktionen sind. Wie schon erwähnt wurde, führt die Emission einer isotropen Quelle in eine festgelegte Richtung (z -Achse) zu einer Orientierung im Endzustand, was eine anisotrope Winkelverteilung der zweiten Strahlung zur Folge hat.

Wir betrachten deswegen wieder das Drei-Niveau-System, welches in Abb. 6 zu sehen ist. Wegen der Annahme reiner Multipolaritäten gilt $m_2 = m - m_f$ und $m_1 = m - m_i$. Für die Besetzungswahrscheinlichkeit im mittleren Zustand I, m bekommen wir:

$$P(m) = \sum_{m_i} \langle I L_1 m m_1 | I_i m_i \rangle^2 \cdot |\vec{X}_{L_1}^{m_i - m}(\theta = 0)| \quad (56)$$

Dies setzen wir in die Gleichung (55) für den zweiten Strahlungsübergang ein und erhalten für die Winkelkorrelationsfunktion:

$$W(\theta) = \sum_{m_f, m, m_i} \langle I L_1 m m_1 | I_i m_i \rangle^2 \cdot |\vec{X}_{L_1}^{m_i - m}(\theta = 0)| \cdot \langle I_f L_2 m_f m_2 | I m \rangle^2 \cdot |\vec{X}_{L_1}^{m - m_f}(\theta)| \quad (57)$$

Die Winkelverteilung lässt sich aber noch weiter simplifizieren. Wir betrachten erneut Gleichung (44) und berechnen die Polynome für $l = 2$ und $l = 4$:

$$P_2(\cos\theta) = \frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad P_4(\cos\theta) = \frac{35}{8}\cos^4\theta - \frac{30}{8}\cos^2\theta + \frac{3}{8} \quad (58)$$

Wie man hier schon sieht, bestehen die Polynome nur aus gerade Potenzen von $\cos\theta$. Dies gilt weiterhin für alle geraden Legendre Polynome. In der Fachliteratur wird deswegen die Korrelationsfunktion oft als Summe gerade Potenzen von $\cos\theta$ dargestellt [5]:

$$W(\theta) = 1 + a_2 \cdot \cos^2\theta + a_4 \cdot \cos^4\theta + \dots + a_{2k_{max}} \cdot \cos^{2k_{max}}\theta, \quad (59)$$

wobei die Reihe wieder bei $k_{max} = \min(I, L_1, L_2)$ abbricht. Es wurde auch das erste Glied auf 1 normiert, so dass man sich in der Praxis meistens nur für die Koeffizienten a_2 und a_4 interessiert. Sie können experimentell aus einer gemessenen Winkelverteilung bestimmt werden. Es werden in Tabelle 2 die theoretischen Zahlenwerte für a_2 und a_4 für einige γ -Kaskaden angegeben. Für eine detaillierte Herleitung einiger dieser Werte wird auf [9] hingewiesen.

Kaskade	I_i	(L_1)	$I(L_2)$	I_f	a_2	a_4
0	(1)	1	(1)	0	+1	0
1	(1)	1	(1)	0	$-\frac{1}{3}$	0
1	(2)	1	(1)	0	$-\frac{1}{3}$	0
2	(1)	1	(1)	0	$-\frac{1}{3}$	0
3	(2)	1	(1)	0	$-\frac{3}{29}$	0
0	(2)	2	(2)	0	-3	+4
1	(1)	2	(2)	0	$-\frac{1}{3}$	0
2	(1)	2	(2)	0	$+\frac{3}{7}$	0
2	(2)	2	(2)	0	$-\frac{15}{13}$	$+\frac{16}{13}$
3	(1)	2	(2)	0	$-\frac{3}{29}$	0
4	(2)	2	(2)	0	$+\frac{1}{8}$	$+\frac{1}{24}$

Tabelle 2: Die Koeffizienten a_2 und a_4 für einige γ -Kaskaden, entnommen aus [5].

Anhand dieser Tabelle werden die Grenzen der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation als Messmethode direkt klar. Die gemessene Winkelverteilung liefert keine eindeutige Zuordnung der Koeffizienten zu einer bestimmten Kaskade. Außerdem liefert diese Methode keine eindeutigen Informationen über die Parität des Zustands, da die obigen Ergebnisse sowohl für elektrische als auch magnetische Strahlung gelten. Die Parität kann nur bestimmt werden, wenn andere Randbedingungen bekannt sind.

Man sollte sich auch bewusst sein, dass man immer noch eine Vereinfachung der Theorie verwendet. Um die Gleichung (59) und die dazugehörige Koeffizienten (siehe Tabelle 2) verwendet zu können, müssen folgende Bedingungen erfüllt werden [5]:

1. Beide Strahlungsübergänge müssen reine Multipolarität besitzen (wo eine Multipolordnung dominiert). Gemischte Multipolaritäten führen zu ungeraden Potenzen von $\cos\theta$.
2. Die Subniveaus m_i des Ausgangszustandes müssen gleichmäßig besetzt werden.
3. Jedes Niveau muss für sich isoliert sein. Es darf also keine Mischung der Niveaus stattfinden.
4. Man geht von freien, unpolarisierten Kernen aus.

Im Zusatz zu diesen theoretischen Einschränkungen, wird die experimentelle Problematik in Kapitel 2.10 diskutiert. Vor allem wird die Unterscheidung von zufälligen und realen Koinzidenzen im Detail behandelt.

2 Verwendete Elektronik, Versuchsaufbau und Messverfahren

In diesem Abschnitt wird der komplette Versuchsaufbau, einschließlich der verwendeten Hardware beschrieben. Im ersten Teil des Versuchs werden Spektren von ^{137}Cs , ^{22}Na , ^{60}Co und ^{152}Eu mit Hilfe des PCs und der Software *Genie 2000* aufgenommen. Im zweiten Teil werden die Proben ^{22}Na und ^{60}Co mit Hilfe des Koinzidenzaufbaus untersucht und die Winkelkorrelation gemessen. Für Informationen über die Vorversuche, die zur Optimierung des Aufbaus durchgeführt wurden, wird auf die Bachelorarbeit von Thomas Heinze verwiesen [1].

2.1 Der NIM Standard

Für unser Experiment wird der NIM Standard verwendet. Dies ist ein Standard für mechanische Maße und elektrische Größen in der Kernphysik und beruht auf einzelnen Bausteinen, den *Nuclear Instrument Module* (NIM). Jedes Modul hat die gleichen Dimensionen und besitzt außerdem Normen für elektrische Signale. Zusätzlich besitzt jedes Modul eine einheitliche Steckerbelegung zur Spannungsversorgung. Die Idee dahinter ist, dass jedes NIM-Modul in jede Halterung passt. Bei unserem Aufbau werden NIM-Module in einem „NIM-Crate“ montiert. Einige technische Eigenschaften der NIM-Module werden in Tabelle 3 zusammengefasst.

Eigenschaft	Wert
Höhe [cm]	22.225
Breite [cm]	3.43
Analoge Spannungspulse [V]	0 – 10
Ein/Ausgangswiderstand [Ω]	50
Verbindungen	<i>Koaxialkabel</i>

Tabelle 3: Einige wichtige Eigenschaften eines NIM-Modules

Die von uns verwendeten Kabel sind RG-58/C Koaxialkabel, die einen Widerstand von 50Ω besitzen. Jedes Kabel verzögert das Signal um ungefähr 5.14 ns pro Meter Kabel. Dieser Effekt wird bei den Delayeinheiten (Siehe Kap. 2.5) genutzt.

2.2 Die Szintillationsdetektoren $PM1$ und $PM2$

Bei unserem Aufbau wird die γ -Strahlung mit Hilfe zweier Szintillationsdetektoren mit angeschlossenem Photomultiplier und Vorverstärker gemessen. Die Detektoren werden bei der restlichen Arbeit als $PM1$ und $PM2$ bezeichnet. Die Szintillatoren sind aus Thallium dotiertes Natrium-Jodid $\text{NaJ}(\text{Tl})$, welches ein anorganisches Szintillatormaterial ist. Es werden die folgenden Modelle verwendet:

Szintillator/Photomultiplier	Modell
$PM1$	<i>Canberra Model 802</i>
$PM2$	<i>Crismatec Model Sz50N</i>

Im Bändermodell der Materialien existiert ein Leitungsband, welches mit freien Elektronen besetzt ist, und ein Valenzband, welches mit gebundenen Elektronen besetzt ist. Durch die Dotierung eines Szintillatormaterials mit einem „Akzeptor“ kommen aber zusätzliche Energieniveaus dazu. Wenn ein geladenes Teilchen durch das Szintillatormaterial fliegt, werden Elektron-Loch-Paare erzeugt. Die „Löcher“ bewegen sich zu Akzeptoratomen, die dann ionisiert werden. Die angeregten Akzeptoratomen geben dann deren Energie in Form von Szintillationphotonen wieder ab. Diese Photonen erreichen die Kathode des angeschlossenen Photomultipliers und lösen mittels dem Photoelektrischen Effekt Elektronen aus.

Im Photomultiplier werden diese niedrig energetischen Elektronen über eine elektrische Spannung in Richtung Anode beschleunigt. Auf dem Weg treffen die Elektronen auf Dynoden. An den jeweiligen Dynoden werden Sekundärelektronen erzeugt und weiter beschleunigt, bis am Ende des Photomultipliers ein messbares elektrisches Signal zu erkennen ist.

2.3 Hochspannung

Beide Photomultiplier werden mit Hochspannung versorgt. Die verwendeten Power Supplies sind NIM-Module und werden in ein NIM-Crate eingebaut:

Szintillator/Photomultiplier	Power Supply
<i>PM 1</i>	<i>Canberra: High-Voltage Power Supply Model 3125</i>
<i>PM 2</i>	<i>Berthold: HV Power Supply</i>

Das Signal wird aus dem Vorverstärker an den Hauptverstärker geleitet und mit einem Pulshöhenanalysator PHA und Analog-Digital-Konverter verbunden. Damit kann das Spektrum mit Hilfe der *Genie 2000*-Software am Computer aufgezeichnet werden.

Um jeweils den optimalen Spannungswert zu finden wurde das Spektrum der ^{137}Cs -Probe mit beiden Photomultipliern für unterschiedliche Spannungen aufgenommen. Es wurden pro Messung 30 Sekunden lang alle detektierten Teilchen addiert und für jede Einstellung 5 Messungen gemacht. Daraus wurde der Mittelwert und der Fehler auf den Mittelwert gebildet. Es hat sich bei beiden Photomultipliern ein Plateau gebildet, beidem die Zählrate trotz Erhöhung der Spannung nicht ansteigt. Die Mitte des Plateaus entspricht der optimalen Spannungseinstellung. Daraus wurden die folgenden Werte gewählt:

Szintillator/Photomultiplier	Ideale Hochspannung [V]
<i>PM 1</i>	490
<i>PM 2</i>	365

2.4 Hauptverstärker

Es wird für beide Detektoren das gleiche Verstärkermodell verwendet. Die Verstärker sind auch NIM-Module und wurden im NIM-Crate eingebaut. Die für uns wichtigsten Eigenschaften werden in Tabelle 4 zusammengefasst:

Eigenschaft	Wert
Modell	<i>Canberra</i> : Model 2022 Spectroscopy Amplifier
Eingangsspannung	bis $\pm 10 V$ (linear response); bis $\pm 12 V$ (maximum);
Eingangsimpedanz	$Z_{In} \approx 1 k\Omega$
Verstärkung	$\times 3$ bis $\times 3900$, <i>COARSE</i> und <i>FINE GAIN</i>
Signalpolarität	+/- Einstellbar
Ausgänge	Unipolar und Bipolar
Ausgangsspannung	bis $\pm 10 V$ (linear response); bis $\pm 12 V$ (maximum);
Ausgangsimpedanz	$Z_{out} = 1 \Omega$ oder 93Ω

Tabelle 4: Einige wichtige Spezifikationen des verwendeten Hauptverstärkers [10]

Die Verstärkung wird so gewählt, dass am Pulshöhenanalysator alle Kanäle ausgenutzt werden.

Die Signal wird vom Verstärker modelliert um Gaußförmige Pulse zu erzeugen. Dies führt zu einer Verbesserung des Signal- Rauschverhältnisses. Die Formzeit (*shapingtime*) entspricht dann der Pulsbreite. Diese sollte lang genug sein, um alle Ladungen vom Detektor zu sammeln und gleichzeitig kurz genug sein, um genügend hohe Zählraten zu ermöglichen. Bei unserem Versuch werden folgende Einstellungen verwendet (für die spätere Durchführung des Versuchs im Praktikum werden diese als optimale Einstellungen empfohlen):

Szintillator/Photomultiplier	<i>PM 1</i>	<i>PM 2</i>
Coarse Gain	$\times 300$	$\times 1000$
Fine Gain	0.60	0.40
Polarity	+	-
Shaping Time	$0.5 \mu s$	$0.5 \mu s$
Output Impedance	1Ω	1Ω

Eine Shaping Time von $0.5 \mu s$ entspricht der kürzesten Signalbreite, die die SCAs verarbeiten können. *PM 1* erzeugt positive Spannungspulse, und *PM 2* negative Spannungspulse. Der Polarität beim Hauptverstärker wird entsprechend eingestellt.

2.5 SCA: Single Channel Analyser (Einkanal- Diskriminator)

Die Aufgabe eines SCAs ist es, Signale, deren Amplitude außerhalb eines eingestellte Fensters liegen, auszusortieren. Man stellt also eine untere Grenze E und ein Fenster ΔE ein. Es wird für jeden Puls mit Spannung U_{Signal} der innerhalb des Intervals

$$E \leq U_{Signal} \leq E + \Delta E \quad (60)$$

liegt, ein logischer Rechteckpuls erzeugt. Bei unserem Aufbau werden für beide *PM*-Zweige unterschiedliche SCAs mit unterschiedlicher Charakteristik verwendet. Es werden deswegen verschiedene Pulse für die beiden Photomultipliers erzeugt:

	<i>PM 1</i>	<i>PM 2</i>
Länge des logischen Pulses	$0.5 \mu s$	$1.0 \mu s$
Höhe des logischen Pulses	$5 V$	$8 V$

Ein wichtiger Faktor bei der Koinzidenzmessung ist die Auflösungszeit des SCAs, also der Zeitpunkt, bei dem der logische Puls ausgesendet wird. Hier arbeiten noch einmal beide SCAs auf unterschiedliche Art und Weise:

- Der SCA, der die Signale von *PM 1* bearbeitet, wartet ab, bis das Signal vollständig abgeklungen ist. Erst dann wird der logische Puls ausgesendet.
- Der SCA, der die Signale von *PM 2* bearbeitet, sendet sofort ein Signal aus, nachdem das Maximum des Signals erreicht wurde. Es reagiert entsprechend schneller als der erste SCA. Dazu kommt es zu einem Zeitunterschied von mehreren 100 ns . Dieser Zeitunterschied muß im Aufbau durch Einführung mehrerer Delayeinheiten kompensiert werden.

Es kann für beide SCAs die untere Grenze E zwischen 0 V und 10 V und das Fenster ΔE zwischen 0 V und 10 V eingestellt werden. Bei der SCA des *PM 1* Zweigs kann das Fenster in 0.001 V Schritten verändert werden, bei der SCA des *PM 2* Zweigs nur in 0.01 V Schritten. Es werden die folgenden Modelle verwendet:

Szintillator/Photomultiplier	SCA Modell
<i>PM 1</i>	<i>Canberra</i> : Model 2030 Single Channel Analyzer
<i>PM 2</i>	<i>Schlumberger</i> : Type 7142 Single Channel Analyzer

2.6 Analog- Digital Konverter (ADC) und Pulshöhenanalysator (PHA)

Ein Pulshöhenanalysator wird bei unserem Versuch für die Energiespektographie verwendet. Mit dessen Hilfe wird das Energiespektrum jeder der Proben aufgenommen. Es wird also gemessen, wie oft welche Energie auftritt. Das analoge Signal von Photomultiplier/Verstärker liegt zwischen 0 V und 10 V . Mit Hilfe eines Analog- Digital- Konverters (ADC) wird dieser Spannungsbereich in 8192 gleich breite Kanäle unterteilt. Es wird dann gezählt, wie oft welcher Kanal vorkommt. Eine graphische Darstellung von Counts/Kanal liefert eine Abbildung des Energiespektrums.

Der PHA und ADC werden mit Hilfe der Software *Genie 2000* der Firma Canberra gesteuert und ausgelesen. Die Spektren werden jeweils unter dem Dateiformat *.tka* gespeichert (dadurch wird eine ASCII-Datei erzeugt). In der erzeugten Datei wird in der ersten Zeile die eingestellte Messzeit und in der zweiten Zeile die tatsächlich gemessene Zeit in Sekunden angegeben. Jede weitere Zeile entspricht einem Kanal des VKA. Es kann mit Hilfe bekannten Photopeaks eine Energie- Kanal Kalibrierung durchgeführt werden.

2.7 Koinzidenzeinheit und Counter

Die Koinzidenzrate wird mit Hilfe einer Koinzidenzeinheit gemessen. Wenn zwei Pulse innerhalb eines festen Zeitintervalls bei der Koinzidenzeinheit ankommen, sendet diese einen logischen Puls aus, der von einem Zähler (Counter) gezählt wird.

Im einfachsten Fall werden die Pulse addiert. Das erste Signal wird über die Auflösungszeit τ gestreckt. Wenn ein zweiter Puls innerhalb dieses Zeitfensters bei der Koinzidenzeinheit ankommt, wird eine Gesamtspannung erzeugt, die über einem festen Sollwert liegt. Erst dann wird ein logischer Puls erzeugt.

Diese Art von Schaltung wird als Logik-Schaltung bezeichnet, weil ausschließlich logische Pulse verwendet werden. Die Koinzidenzeinheit kann deswegen als eine logische UND- Schaltung beschrieben werden.

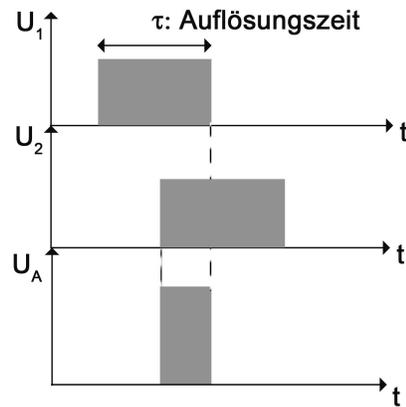


Abbildung 7: Koinzidenzeinheit mit zwei Eingängen. Oben: *Puls vom ersten Zweig*. Mitte: *Puls vom zweiten Zweig*. Unten: *Erzeugter logischer Puls*

Das von uns verwendete Modul ist das „Model 2040 Coincidence Analyser“ von *Canberra*. Die Auflösungszeit der Koinzidenzeinheit τ kann zwischen 10 ns und 100 ns oder zwischen $0.1\text{ }\mu\text{s}$ und $1\text{ }\mu\text{s}$ eingestellt werden.

Der von uns verwendete Zähler ist der Model 2071 Dual Counter Timer von *Canberra*. Bei diesem Zähler ist eine Uhr eingebaut, so dass die Messzeit eingestellt werden kann. Über die Uhr kann eine maximale Messzeit in Sekunden oder Minuten eingestellt werden. Die Zeit muß in der Form $N M \cdot 10^P$ eingegeben werden, wobei N die 10er, M der 1er und p die Potenz von 10 bezeichnet. Für 10 Minuten Meßzeit wird also $N = 1$, $M = 0$ und $p = 1$ eingestellt.

2.8 Versuchsaufbau: Spektographie

Beide Detektoren sind zur Spektographie gut geeignet. Daher wurde in einem Optimierungsverfahren die Energieauflösung der beiden Detektoren $PM\ 1$ und $PM\ 2$ untersucht. Das *Canberra*: Model 802 ($PM\ 1$) hat eine bessere Energieauflösung erwiesen und wird deswegen im Praktikum zur Aufnahme der Spektren verwendet². Die mit $PM\ 1$ und $PM\ 2$ aufgenommenen Spektren befinden sich im Kapitel 3.

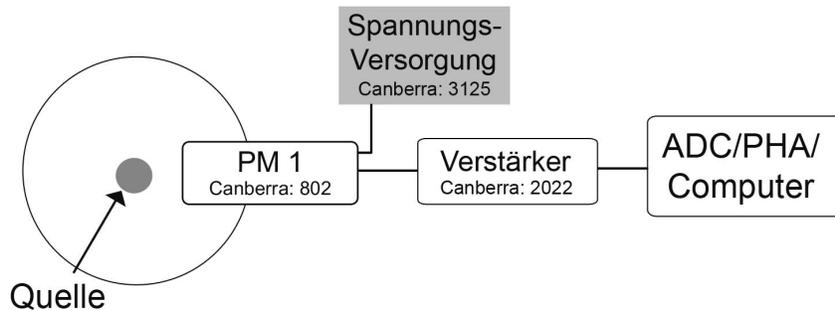


Abbildung 8: Versuchsaufbau zur Aufnahme von Spektren

Für den Praktikumsversuch „ $\gamma\gamma$ – Winkelkorrelation“ wird folgenden Aufbau zur Spektroskopieaufnahme verwendet:

- Der festmontierter Detektor $PM\ 1$ wird mit einer Hochspannung von $490\ V$ versorgt.
- Das Signalkabel des $PM\ 1$ wird in den Eingang des Hauptverstärkers gesteckt. Der Verstärker wird gemäß Abschnitt 2.4 eingestellt.
- Der unipolare Ausgang des Amplifiers (Verstärker) wird mit dem ADC/PHA verbunden, die in den PC eingebaut sind.
- Messungen können mit Hilfe vom Start/Stop Tasten auf der *Genie 2000* Benutzeroberfläche angefangen/aufgehört werden.
- Mit Hilfe der Energie-Kanal- Kalibrierung können die Energiespektren aufgezeichnet werden.

Zur Spektroskopie mit $PM\ 2$ wird die Apparatur auf die gleiche Art und Weise verkabelt, allerdings mit unterschiedlichen Modellen und Einstellungen:

- $PM\ 2$: *Crismatec* Model *Sz50N*
- Spannungsversorgung: *Berthold* HV Power Supply auf $365\ V$ eingestellt

²Für mehr Information dazu, wird auf die Bachelorarbeit von Thomas Heinze verwiesen [1]

2.9 Versuchsaufbau: Koinzidenzmessung

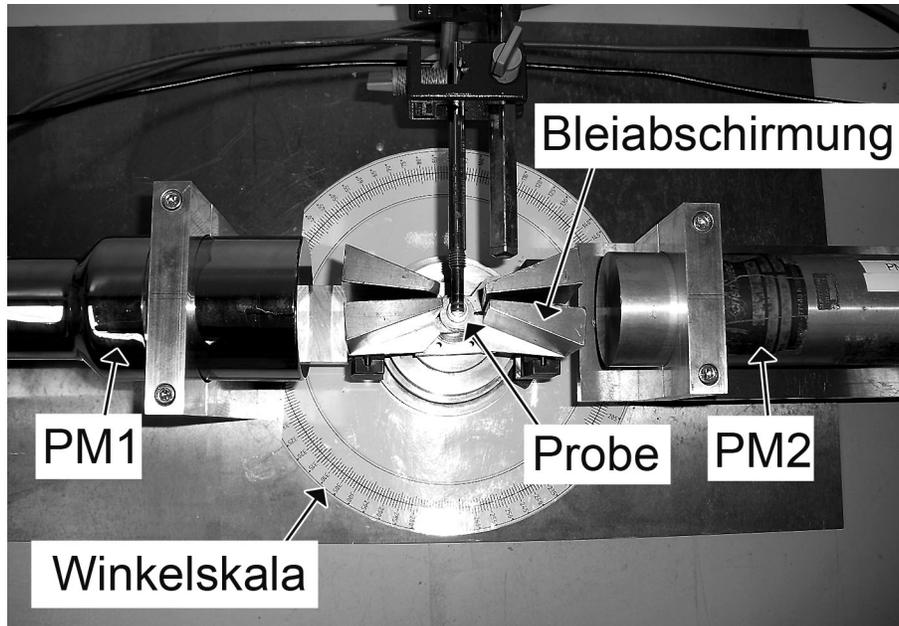


Abbildung 9: Verwendeter mechanischer Aufbau zur Messung der Winkelkorrelation mit festem $PM1$ und drehbarem $PM2$

Bei der Versuchsdurchführung wird die Koinzidenzzählrate in Abhängigkeit vom Winkel zwischen den beiden Detektoren $PM1$ und $PM2$ ermittelt.

Im Mittelpunkt des Aufbaus steht die Quelle. Es wird beim Versuch mit Quellen unterschiedlicher Geometrie gearbeitet. Die meisten Proben passen in die vorgesehenen Messing-Halterung. Proben anderer Geometrie, etwa Stabquellen oder Quellen in Schutzhülle, können mit einer Stativstange und Klammern montiert werden.

Auf der linken Seite ist der eine Detektor ($PM1$) auf der Arbeitsplatte festmontiert. Der zweite Detektor ($PM2$) ist auf einem Dreharm befestigt. Die Detektoren sind so montiert, dass die Mitten der Detektorflächen auf einer gemeinsamen Höhe mit der Probe liegen. Mit Hilfe des Dreharms kann der Winkel zwischen den beiden Detektoren in 1° -Schritten von 180° bis 270° eingestellt werden. An der unteren Seite des Dreharms ist eine Spitze montiert, die über eine auf der Platte fixierten Winkelskala gleitet. Mit diesem Hilfsmittel kann der Winkel einfach und exakt eingestellt werden.

Auf Grund ihrer Größe decken die Detektorflächen jeweils einen großen Winkelbereich ab. Um den gemessenen Winkel einzuschränken, sind vor jeden Detektor Bleikeile gesetzt. Die Bleiabschirmung reduziert den systematischen Fehler auf die Winkelverteilung. Die Öffnungswinkel zwischen den Bleikeilen ist variabel einstellbar, und wird in Versuchsteil 4.1 optimiert. Um Spektren zu messen, können die Bleiiegel sogar komplett entfernt werden.

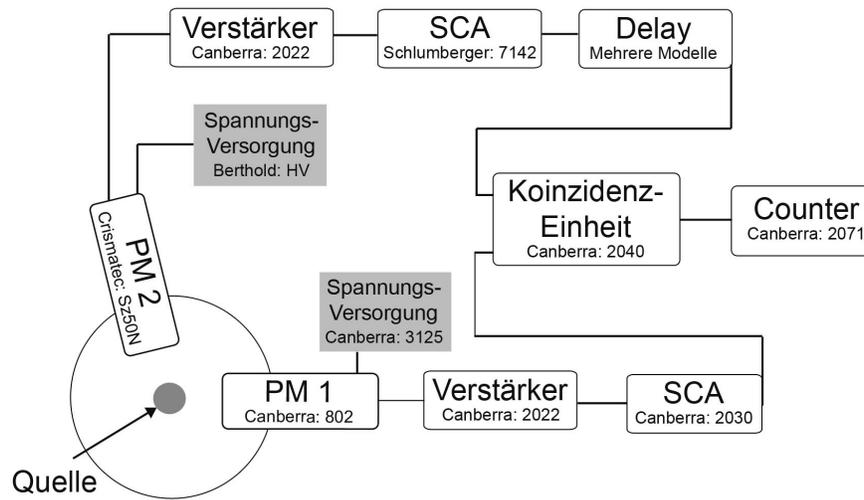


Abbildung 10: Der Versuchsaufbau mit langsamer Koinzidenz. *PM 1* und *PM 2* bezeichnen die beiden Szintillatoren/Photomultiplier mit eingebauter Vorverstärkung

- Die Signale aus den Detektoren werden zunächst beide mit Hilfe des Amplifiers modelliert und verstärkt.
- Die verstärkten Signale werden jeweils in einen SCA geleitet. Nur wenn die Signale einer bestimmten Photonenenergie entsprechen, werden logische Pulse vom SCA weitergegeben.
- Wegen der im Kapitel 2.5 besprochenen Unterschiede der beiden SCAs müssen die Signale des *PM 2* Zweigs durch eine Kette von Delay-Einheiten verzögert werden.
- Die Signale aus den SCAs werden nun bei der Koinzidenzeinheit zusammengeführt. Wenn Signale aus beiden Zweigen innerhalb der Auflösungszeit τ ankommen, sendet die Koinzidenzeinheit ein logisches Signal an den Zähler (Counter) weiter.
- Die Koinzidenzen werden beim Zähler registriert und zusammen addiert.

2.10 Wahre und zufällige Koinzidenzen³

Ein wichtiger Aspekt dieses Versuchs ist die Unterscheidung zwischen echten und zufälligen Koinzidenzen. Nur die wahren Koinzidenzen liefern Information über die Kerne. Die sogenannten zufälligen Koinzidenzen entstehen durch Hintergrund- Ereignisse wie kosmische Strahlung oder Ähnliches. Wir bezeichnen die Einzelnachweiswahrscheinlichkeit zweier Ereignisse p_1 und p_2 und erhalten die Einzelzählraten für die beiden Ereignisse: $N_1 = p_1 \cdot A$ und $N_2 = p_2 \cdot A$. Es wird dabei vorausgesetzt, dass beide Ereignisse von der selben Quelle mit Aktivität A ausgehen. Die wahre Koinzidenzzählrate ergibt sich dann zu:

$$N_{real}^{coinc} = p_1 \cdot p_2 \cdot A \quad (61)$$

³Es wurde in diesem Abschnitt hauptsächlich die Argumentation von [11] verwendet.

Die Auflösungszeit des Aufbaus T_A setzt sich aus der Impulsbreite, der Anstiegszeit des Pulses und den Schaltzeiten der verwendeten Geräte zusammen. Diese Zeit spielt eine wichtige Rolle bei der zufälligen Koinzidenzrate N_{random}^{coinc} , weil die Zählrate N_{random}^{coinc} die Anzahl zufälliger Ereignisse innerhalb des Zeitintervalls T_A beschreibt. Unter der Annahme, dass beide Ereignisse die gleiche Zeit T benötigen, gilt für die gesamte Auflösungszeit $T_A = 2T$ und wir erhalten für die zufällige Koinzidenzrate:

$$N_{random}^{coinc} = T_A \cdot N_1 \cdot N_2 = 2 \cdot T \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot A^2 \quad (62)$$

Es gilt selbstverständlich für die gemessene Koinzidenzrate:

$$N_{measured}^{coinc} = N_{real}^{coinc} + N_{random}^{coinc} \quad (63)$$

Die Auflösungszeit ist so zu wählen, dass zwar alle echten Koinzidenzen erfasst werden, aber gleichzeitig möglichst wenig zufällige Koinzidenzen auftreten. Es ist also nötig, die optimale Auflösungszeit T_A zu bestimmen. Dazu gibt es im Allgemeinen zwei Verfahren:

1. Man misst die Zählraten N_1 und N_2 und die zufällige Koinzidenzrate N_{random}^{coinc} . Dadurch bekommt man für die Auflösungszeit:

$$T_A = \frac{N_{random}^{coinc}}{N_1 \cdot N_2} \quad (64)$$

Die zufällige Koinzidenzrate kann mit Hilfe folgender Methoden experimentell bestimmt werden:

- Man wählt absichtlich eine Winkelstellung, in der keine echten Koinzidenzen vorkommen sollen. Man wählt z.B. ^{22}Na und stellt die beiden Photomultiplier 120° auseinander.
 - Man wählt eine radioaktive Probe, bei der keine Winkelabhängigkeit vorkommt, wie z.B. bei ^{137}Cs . Wichtig ist nur, dass die Aktivität dieser Probe sich von der zu vermessenden Probe mit der Winkelabhängigkeit nicht unterscheidet.
 - Man betrachtet mit Hilfe der beiden SCAs Photonen der gleichen Energie (und die auch gleichwahrscheinlich auftreten), die aber nicht bei der selben Reaktion erzeugt werden können. Man stellt z.B. für ^{60}Co beide SCAs auf $1773keV$ ein. Die gemessenen Koinzidenzen können dann nicht vom gleichen Kern erzeugt werden und zählen dadurch als zufällige Koinzidenzen.
2. Bei der zweiten Methode wird die Verzögerungszeit zwischen den beiden Photomultiplier-Zweigen variiert. Für eine Verzögerungszeit, die außerhalb der Auflösungszeit des Aufbaus T_A liegt, bekommt man ausschließlich zufällige Koinzidenzen. Durch Auftragen der gemessenen Koinzidenzrate (äquivalent zu der Wahrscheinlichkeit für eine logische „1“) gegen die Verzögerungszeit t erhält man eine sogenannte „Zeitauflösungsfunktion“ (siehe Abb. 11). Die ideale Zeitauflösungskurve ist eine Rechteckfunktion der Breite $2 \cdot T = T_A$. Wie in Abschnitt 2.5 schon erwähnt, gibt es zwischen den beiden SCAs eine Verzögerung von mehreren $100 ns$. Diese Verzögerung muß mit Delay-Einheiten kompensiert werden. Die Mitte der Verteilung t_0 entspricht der optimalen Verzögerungszeit.

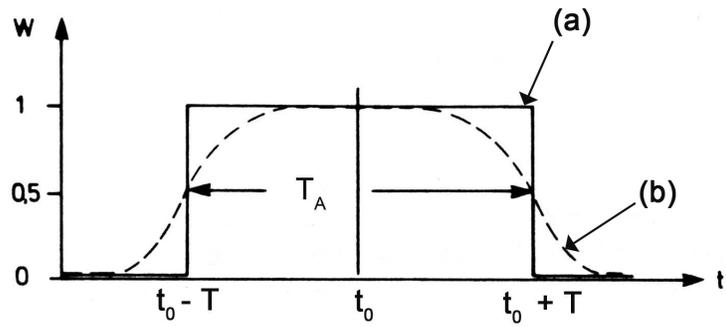


Abbildung 11: Die Zeitauföslungsfunktion einer Koinzidenzstufe, modifiziert aus [11]. t_0 entspricht der optimalen Verzögerungszeit. T_A entspricht der Auflöslungszeit des Aufbaus. (a) Ideale Zeitauföslungsfunktion (b) Reale Zeitauföslungsfunktion

3 Radioaktive Proben und Auswertung der Spektographie

In diesem Kapitel werden die vier Quellen, die im Rahmen dieser Arbeit verwendet werden, betrachtet: ^{22}Na , ^{60}Co , ^{137}Cs und ^{152}Eu . Die theoretischen Ergebnisse für jede diese Quellen werden kurz diskutiert. Zusätzlich werden die Ergebnisse der Spektographie Messungen vorgestellt.

Es wurden mit *PM 1* und *PM 2* Spektren aufgenommen. Die Spektren wurden mit einem PHA mit 8192 Kanälen aufgezeichnet. Die Lagen der Photopeaks wurden in den Kanälen bestimmt und mit aus der Literatur bekannten Energien verglichen. Dazu wurden nur die Photopeaks verwendet, da die Comptonkante und andere Merkmale des Spektrums nicht mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden konnten. Eine Umrechnungsformel für die den Kanälen zugeordneten Energien wurde aus einer linearen Regression berechnet. Die Positionsbestimmung für jeden der Photopeaks erfolgte durch Anpassung einer Gaußkurve mit linearem Hintergrund. Die Unsicherheit auf die Energiewerte wurde mit 0.5 keV angenommen. Diese Unsicherheiten wurden in die lineare Regression eingesetzt um eine Unsicherheit auf Steigung und Achsenabschnitt berechnen zu können. Die Kalibrationskurven sind in Abbildungen 12 und 13 zu sehen.

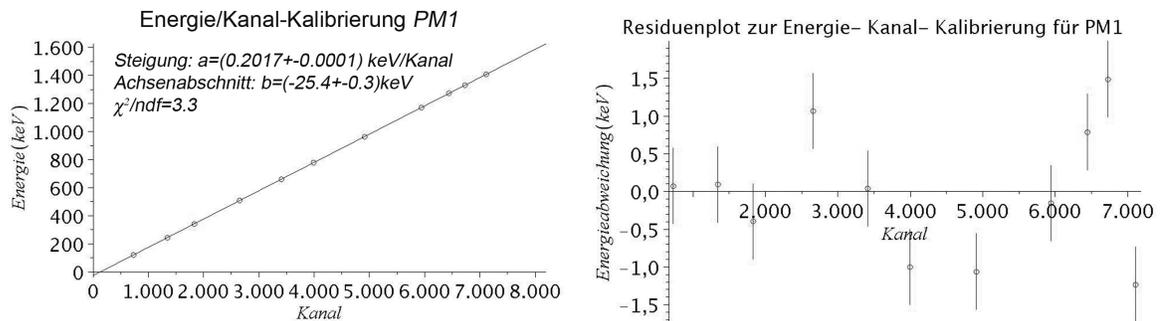


Abbildung 12: Energie/Kanal-Kalibrierung für *PM 1* mit Residuenplot

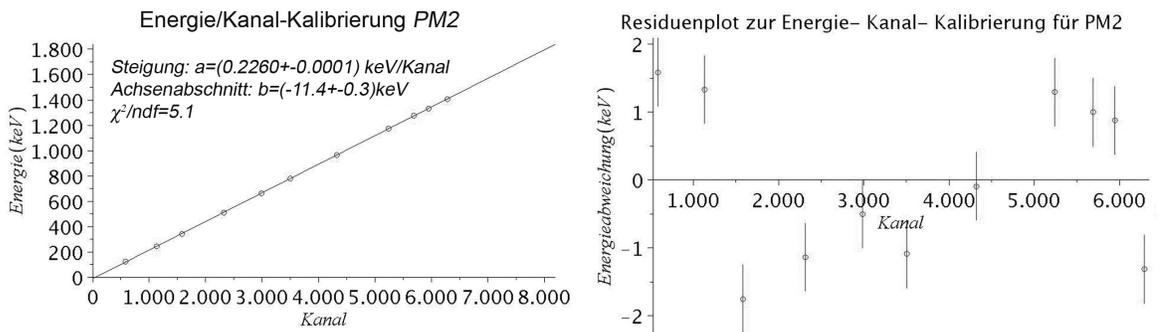


Abbildung 13: Energie/Kanal-Kalibrierung für *PM 2* mit Residuenplot

Der Umrechnungsgleichung für $PM 1$ lautet:

$$(0.2017 \pm 0.0001) \frac{keV}{K_{anal}} \cdot K_1 + (-25.4 \pm 0.3) keV \quad (65)$$

und für $PM 2$:

$$(0.2260 \pm 0.0001) \frac{keV}{K_{anal}} \cdot K_2 + (-11.4 \pm 0.3) keV \quad (66)$$

Alle Proben wurden in einem Abstand von $(6.0 \pm 0.3) cm$ zum Detektor gemessen. Die Messzeit betrug jeweils $1200 s$.

3.1 Radioaktive Probe: ^{22}Na

Das erste Element, das wir im Rahmen dieses Experiments betrachten wollen, ist Natrium. Natrium Na ist ein Reinelement mit der Ordnungszahl 11. Die Bezeichnung "Reinelement" bedeutet, dass nur ein einziges Isotop, ^{23}Na in der Natur vorkommt. Es gibt aber insgesamt 15 bekannte Isotope Natrium, von ^{18}Na bis ^{33}Na . Wir interessieren uns für das langlebigste künstliche Isotop, ^{22}Na , das eine Halbwertszeit von 2.60 Jahren besitzt [13]. Das Isotop wird durch β^+ -Zerfall (unter Aussendung eines Positrons) in Neon umgewandelt:



Die emittierten Positronen annihilieren mit Elektronen des Natriums selbst oder mit Elektronen des Aufbaus (siehe Abb. 14).

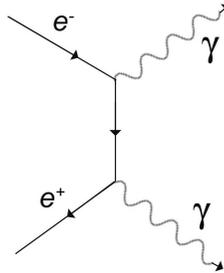


Abbildung 14: e^-e^+ -Annihilation

Bei diesem Prozess entstehen zwei Photonen, die aus Gründen der Impulserhaltung in einem Winkel von 180° auseinander fliegen. Aus genau diesem Grund erweist sich das Isotop in der Koinzidenzmessung als sehr nützlich. Die ideale Winkelverteilung besitzt die Form $W(\theta) = \delta(\theta - \pi)$, was mit Messungen des Koinzidenzaufbaus verglichen werden kann. Daraus lässt sich leicht die Funktionstüchtigkeit des Aufbaus überprüfen und gleichzeitig einen systematischen Fehler aus der Winkelmessung schätzen.

Die wichtigsten Übergänge werden in Abb. 15 gezeigt. Der wahrscheinlichste Übergang ist der $0.5459 MeV \beta^+$ -Übergang:

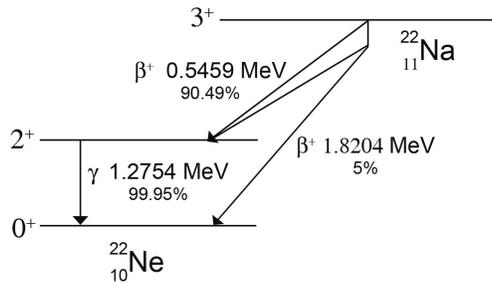


Abbildung 15: Simplifiziertes Zerfallsschema für ^{22}Na mit Übergangsenergien und -wahrscheinlichkeiten [13]

Die mit $PM\ 1$ und $PM\ 2$ aufgenommenen Spektren sind in Abbildung 16 zu sehen. Im Spektrum von ^{22}Na ist der Annihilationspeak deutlich bei 511 keV zu erkennen, sowie der Photopeak bei 1275 keV , die Comptonkante und der Rückstreupeak.

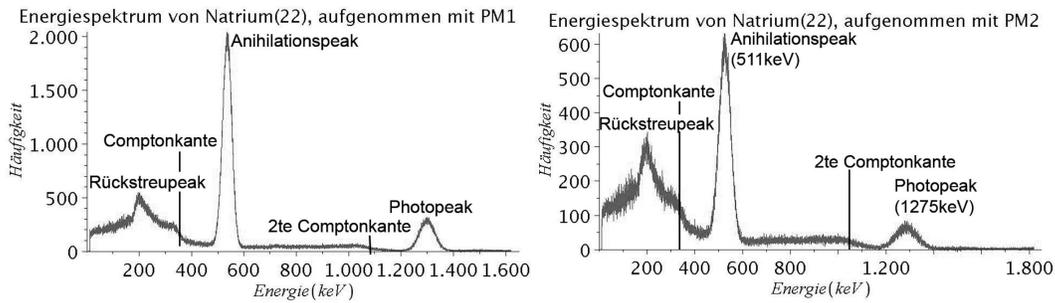


Abbildung 16: Aufgenommene Energiespektren von ^{22}Na

3.2 Radioaktive Probe: ^{137}Cs

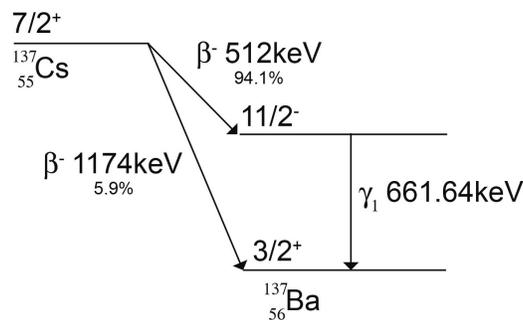


Abbildung 17: Zerfallsschema für ^{137}Cs

Caesium Cs ist ein Reinelement mit der Ordnungszahl 55, wobei nur das Isotop ^{133}Cs stabil ist. Wir interessieren uns für das künstliche Isotop ^{137}Cs , welches eine Halbwertszeit von 30 Jahren besitzt [13]. Der Zerfall selbst ist für eine Koinzidenzmessung nicht besonders interessant, da es sich nicht um eine γ -Kaskade handelt (siehe Zerfallsschema, Abb. 17). Im vorliegenden Experiment wird das Isotop aber nur zur Spektroskopie verwendet. Die Photopeak, Comptonkante und Rückstreupeak sind relativ leicht zu identifizieren:

- Der Photopeak wird durch den Photoelektrischen Effekt erzeugt, wobei ein Photon mit einem Absorberatom wechselwirkt. Das Elektron bekommt dann die Energie: $E_{Elektron} = \hbar\omega - E_{Bindung}$ und wird vom Atom befreit. Durch weitere Stöße und Wechselwirkungen entstehen letztendlich mehrere Photonen die im Szintillator als Energiepuls festgestellt werden. Die Photopeak für ^{137}Cs sollte bei 661.6 keV liegen[13].
- Beim Compton-Effekt geht es auch um eine Wechselwirkung zwischen Photon und Elektron. Das Photon mit Energie $E_{Photon}^{Initial} = \hbar\omega$ ändert seine Richtung und gibt einen Teil seiner Energie an das Elektron ab. Die dem Photon verbleibende Energie beträgt dann $E_{Photon}^{final} = \frac{\hbar\omega}{1+(1-\cos\theta)\cdot\frac{\hbar\omega}{m_e c^2}}$. Bis zur Comptonkante gibt es ein Kontinuum, das die Compton-Streuung bei Winkeln zwischen $0^\circ - 90^\circ$ wiedergibt. Man erhält bei der Comptonkante ($\theta = 180^\circ$) dann:

$$E_c = \frac{\hbar\omega}{1 + 2\frac{\hbar\omega}{m_e c^2}} \quad (68)$$

und misst im Spektrum einen Energiewert von $E_{Comptonkante} = E_{Photon}^{Initial} - E_c$. Bei ^{137}Cs sollte die Comptonkante bei $E_{Comptonkante} = 477.2\text{ keV}$ liegen. Dies lässt sich aber schwer experimentell bestimmen, da die Kante in der Regel verschmiert ist.

- Der Rückstreupeak entsteht, wenn Photonen in einem Winkel von größer als 120° gestreut werden. Der Rückstreupeak befindet sich bei $E_{Rückstreu} = E_c$. Für ^{137}Cs sollte dieser bei $E_{Rückstreu} = 184.3\text{ keV}$ liegen.

Die mit $PM\ 1$ und $PM\ 2$ aufgenommenen Spektren befinden sich in Abbildung 18. Photopeak, Rückstreupeak und Comptonkante sind gut zu erkennen.

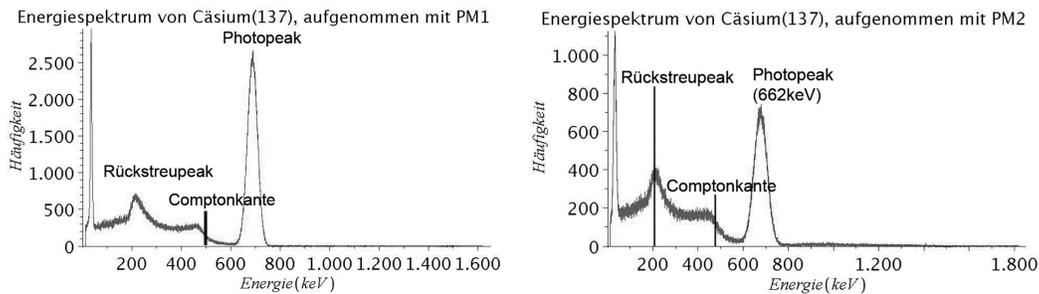


Abbildung 18: Aufgenommene Energiespektren von ^{137}Cs

3.3 Radioaktive Probe: ^{60}Co

Cobalt Co ist auch ein Reinelement und hat die Ordnungszahl 27. Das Isotop ^{59}Co ist das einzige Isotop, das in der Natur vorkommt, und ist außerdem das einzige stabile Isotop. Es

existieren insgesamt 28 Isotope, wobei das langlebigste der instabilen Isotope ^{60}Co ist, welches eine Halbwertszeit von ungefähr 5.26 Jahren besitzt. ^{60}Co wird aus reinem ^{59}Co im Linearbeschleuniger erzeugt, und wird hauptsächlich in der Medizin zur Materialuntersuchung und in der Krebstherapie verwendet [14].

^{60}Co ist für die $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation besonders gut geeignet, nicht zuletzt wegen seines recht übersichtlichen Zerfallsschemas mit einer relativ eindeutigen Zerfallsart (Abb. 19). Das Isotop wird zunächst durch β^- -Zerfall in Nickel umgewandelt:



wobei der Kern sich dann in zwei möglichen Anregungszuständen befindet. Nach anschließender Emission zweier γ -Quanten (oder zu 0.12% eines Quants) befindet sich der Kern dann im Grundzustand. Die Lebensdauer des 2^+ -Zwischenzustandes beträgt nur 0.7ps , so dass die Emission des zweiten γ -Quants als Koinzidenz gut messbar ist.

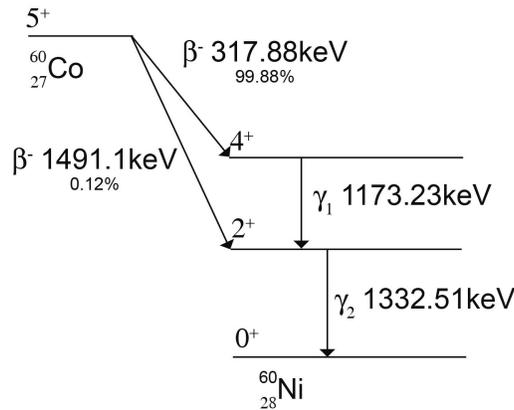


Abbildung 19: Simplifiziertes Zerfallsschema für ^{60}Co mit Übergangsenergien und Wahrscheinlichkeiten [13]

Wie man im Zerfallsschema sieht, geht es hier um einer $4^+(2) - 2^+(2) - 0^+$ Kaskade. Mit Hilfe der Tabelle 2 auf Seite 17 und Verwendung der Gleichung (59) erwartet man bei der Koinzidenzmessung folgende Korrelationsfunktion:

$$W(\theta) = 1 + \frac{1}{8} \cdot \cos^2(\theta) + \frac{1}{24} \cdot \cos^4(\theta) \quad (70)$$

Höhere Potenzen von $\cos(\theta)$ tragen nicht zur Korrelationsfunktion bei, wegen der Nebenbedingung in Gleichung (59). Für diese Zerfallskaskade gilt:

$$k_{max} = \min(I, L_1, L_2) = 2 \quad (71)$$

Mit Hilfe von Tabelle 1 auf Seite 11 erkennt man, dass es sich bei beiden Übergängen um elektrische Quadropolstrahlung handelt.

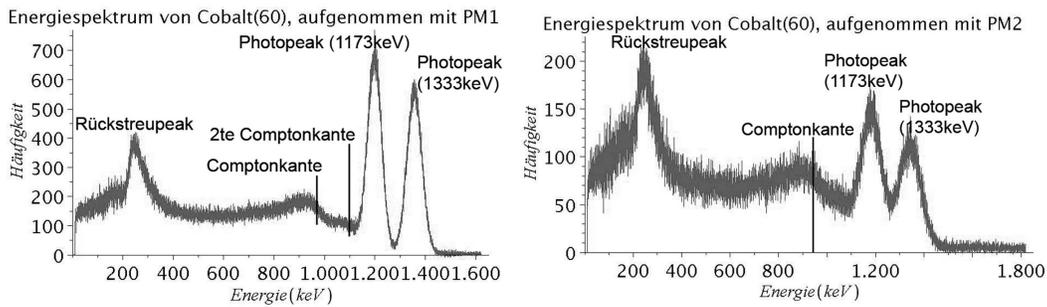


Abbildung 20: Aufgenommene Energiespektren für ^{60}Co

Die mit $PM1$ und $PM2$ aufgenommenen Spektren befinden sich in Abbildung 20. Beide Photopeaks, sowie Rückstreupeak und Comptonkante sind gut zu erkennen. Mit $PM1$ war es auch möglich, die Lage der zweiten Comptonkante zu schätzen. Sehr gut zu erkennen ist die schlechtere Energieauflösung des $PM2$ anhand der Trennung der beiden Photopeaks bei 1333 keV und 1733 keV . Die schlechtere Effizienz des $PM2$ wird auch durch die niedrigere Zählrate verdeutlicht.

3.4 Radioaktive Probe: ^{152}Eu

Europium ist eines der reaktivsten Metalle der seltenen Erden und hat die Ordnungszahl 63. In die Natur kommen nur die Isotope ^{151}Eu und ^{153}Eu vor, aber es existieren zusätzlich 35 künstliche Isotope.

Das Isotop ^{152}Eu hat eine Halbwertszeit von 12 Jahren und zerfällt in zwei Endprodukte, ^{152}Sm und ^{152}Gd . Das Zerfallsschema von ^{152}Eu ist recht kompliziert (siehe Anhang), aber wir interessieren uns hauptsächlich für die zwei wahrscheinlichsten Zerfallskanäle (siehe Abb. 21).

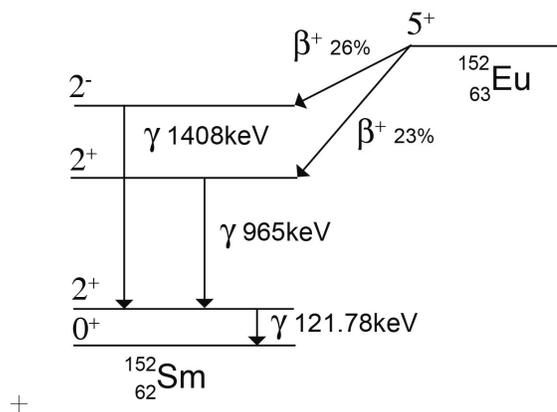


Abbildung 21: Zwei wahrscheinlichsten Zerfallskanäle von ^{152}Eu [13]

Die $2^- (1) - 2^+ (2) - 0^+$ Kaskade (mit Paritätsänderung)

^{152}Eu ist vor allem als Probe interessant, da bei einem der beiden Kanäle (26% Wahrscheinlichkeit) eine Paritätsänderung stattfindet. Es ist also theoretisch möglich, diese anhand der Multipolarität zu bestätigen. Es handelt sich hier um eine $2^- (1) - 2^+ (2) - 0^+$ Kaskade [15]. Es gilt für den ersten Übergang: $\Delta I = 0$ mit Paritätsänderung (wegen $- \rightarrow +$). Es dominiert also bei $2^- \rightarrow 2^+$ die elektrische Dipolstrahlung $E1$ (siehe nochmal Tabelle 1 auf Seite 11). Beim zweiten Übergang ändert sich die Parität aber nicht, also dominiert von $2^+ \rightarrow 0^+$ die elektrische Quadropolstrahlung $E2$. Es handelt sich hier also um eine Dipol-Quadropol Kaskade, mit:

$$k_{max} = \min(I, L_1, L_2) = 1 \quad (72)$$

Man erwartet daher:

$$W(\theta) = 1 + \frac{3}{7} \cdot \cos^2(\theta) \quad (73)$$

Die $2^+ (2) - 2^+ (2) - 0^+$ Kaskade (keine Paritätsänderung)

Wir betrachten nun den zweitwahrscheinlichsten Zerfallskanal mit 23% Wahrscheinlichkeit. Es geht dieses Mal um eine $2^+ (2) - 2^+ (2) - 0^+$ Kaskade [15]. Für den ersten Übergang, $2^+ \rightarrow 2^+$ gilt $\Delta I = 0$ (ohne Paritätsänderung). Laut Tabelle 1 auf Seite 11 handelt es sich um einen gemischten $M1/E2$ Übergang. Bei dem zweiten Übergang dominiert die elektrische Quadropolstrahlung $E2$. Da der erste Übergang keine reine Multipolarität mehr besitzt, darf die naive Theorie zunächst nicht verwendet werden und wir betrachten stattdessen die Gleichung 44 auf Seite 15. Die Koeffizienten A_2 und A_4 können nicht ohne zusätzliche Informationen berechnet werden, weshalb wir auf experimentelle Werte von A. Aquili et al. zurückgreifen müssen[16]. Die erwartete Korrelation nimmt damit folgende Gestalt an:

$$W(\theta) = 1 + (-0.035 \pm 0.023) \cdot P_2(\cos\theta) + (0.31 \pm 0.06) \cdot P_4(\cos\theta) \quad (74)$$

Eine Umformung ergibt:

$$W(\theta) = (1.13 \pm 1.01) + (1.22 \pm 0.19) \cdot \cos^2\theta + (1.36 \pm 0.26) \cdot \cos^4\theta \quad (75)$$

Zum Vergleich betrachten wir die mit der naiven Theorie berechnete Korrelationsfunktion:

$$W(\theta) = 1 - \frac{15}{13} \cdot \cos^2\theta + \frac{16}{13} \cdot \cos^4\theta \quad (76)$$

Die naive Theorie bietet also eine gute Approximation der Winkelverteilung. Die Koeffizienten aus beiden Methoden sind innerhalb von 1σ miteinander kompatibel.

Die Spektren

Die mit $PM 1$ und $PM 2$ aufgenommenen Spektren befinden sich in Abbildung 22. Die Photopeaks im höheren Energiebereich lassen sich deutlich besser mit $PM 1$ identifizieren.

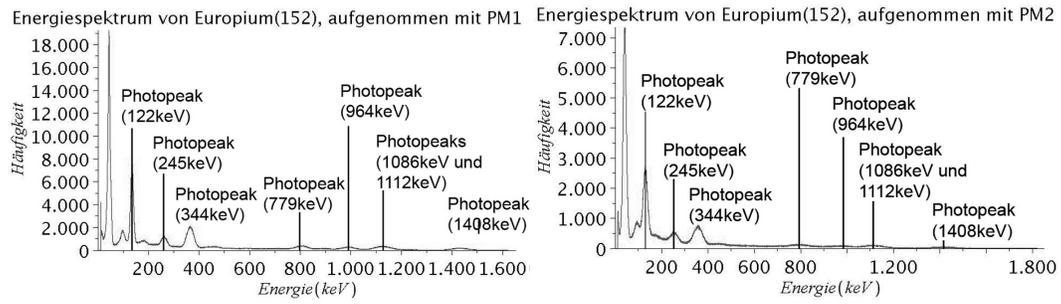


Abbildung 22: Aufgenommene Energiespektren für ^{152}Eu

4 Auswertung und Durchführung der Koinzidenzmessung

Hauptaufgabe des Praktikumsversuchs wird es sein, mit dem in Kapitel 2.9 beschriebenen Koinzidenzaufbau drei Proben zu untersuchen. Im folgenden Abschnitt werden die Messungen vorgeführt und die Hauptergebnisse präsentiert. Der Annihilationspeak des Isotops ^{22}Na wird verwendet, um den Aufbau zu optimieren und um eine statistische und systematische Fehlerschätzung zu machen. Die Winkelkorrelation von ^{60}Co und ^{152}Eu wird verwendet, um Informationen über den Kernspin und die Parität zu liefern. Die Korrelationsfunktionen werden dann mit theoretischen Werten verglichen.

4.1 Winkelauflösung mit ^{22}Na

Wie in Kapitel 3.1 schon erklärt wurde, ist die theoretische Winkelverteilung des Annihilationspeaks von ^{22}Na durch eine δ -Funktion bei 180° gegeben. Wegen unvermeidbaren experimentellen Unsicherheiten bekommt man aber im besten Fall eine Gaußförmige Winkelverteilung.

Es müssen zunächst beide SCAs auf dem Annihilationspeak bei 511 keV eingestellt werden. Dazu wird das Spektrum mit konstantem Fenster ΔE und variabler unterer Grenze E abgefahren. Eine zu kleine Fensterbreite beeinflusst die Genauigkeit der Messung. Andererseits kann eine zu große Breite zu sehr langen Messzeiten führen. Eine Fensterbreite von $\Delta E = 0.2\text{ V}$ hat sich als ein guter Kompromiss herausgestellt. Die untere Grenze wird auch in 0.2 V Schritten variiert. Bei jedem Schritt wird 10 Sekunden lang die Einzelzählrate gemessen.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 23 zu sehen. Die eingetragenen Fehler ergeben sich aus Mehrfachmessungen. Der Annihilationspeak ist als höchster Peak im Spektrum gut zu erkennen.

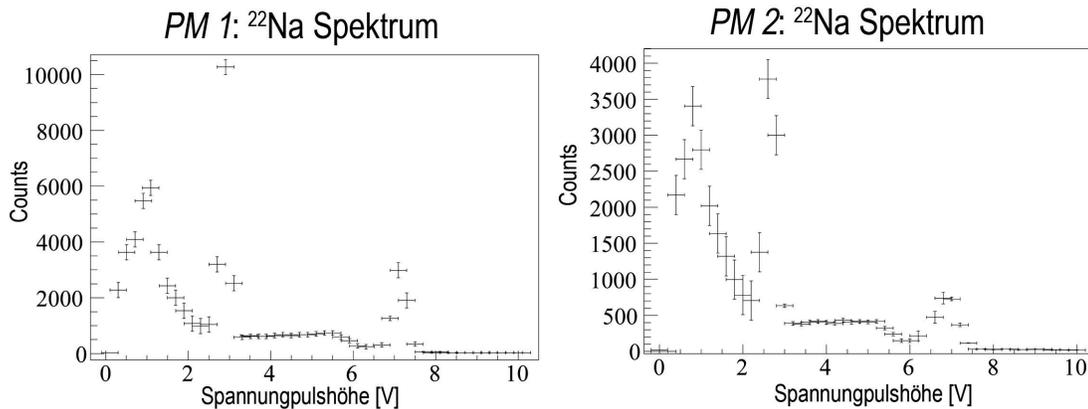


Abbildung 23: Spektrum von ^{22}Na , aufgezeichnet mit $PM\ 1$ und $PM\ 2$. Die Zählraten wurden jeweils mittels Durchfahren des Spektrums mit dem SCA bestimmt.

Als nächstes wird die Zeitauflösfunktion gemäß Kapitel 2.10 aufgetragen. Daraus lässt sich die optimale Verzögerungszeit sowie die Auflösungszeit der Koinzidenzschaltung bestimmen. Die Detektoren werden mit Hilfe der Spitze und Winkelskala mit einer Genauigkeit von einem halben Grad 180° auseinander gestellt. Es wird ein Abstand von $(8.5 \pm 0.3)\text{ cm}$ zwischen den

Detektoren und der Quelle gewählt und die Auflösungszeit wird auf die höchst mögliche Zeit eingestellt ($1 \mu s$). Es wird zuerst *PM 1* verzögert, was als negative Verzögerungszeit eingetragen wird, und dann *PM 2*. Eine Einstellung mit $t = 0$ bezeichnet, dass beide Zweige komplett unverzögert sind. Das Ergebnis ist in Abbildung 24 zu sehen.

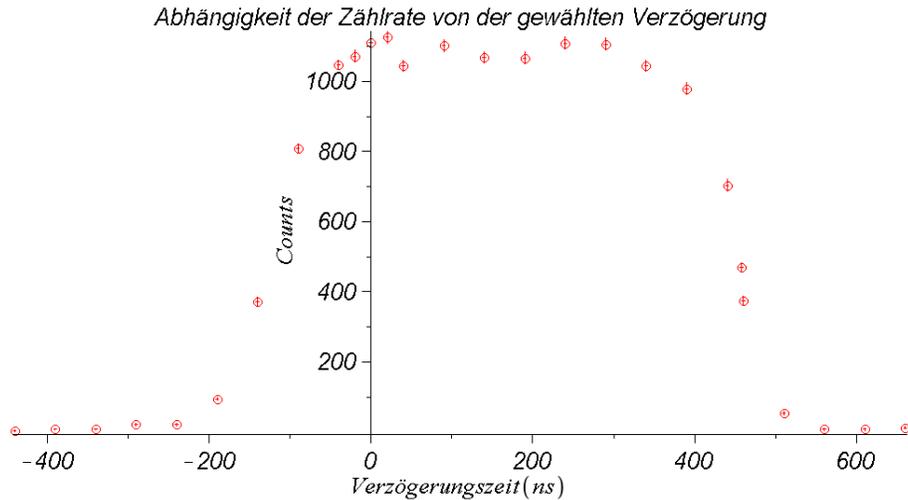


Abbildung 24: Die Zeitauflösungsfunktion: Gemessene Koinzidenzrate bei Variation der Verzögerungszeit. Verzögerung von *PM 1* wird als negative Verzögerungszeit aufgetragen, Verzögerung von *PM 2* als positive Verzögerungszeit.

Es werden insgesamt 8 Delayeinheiten benötigt. Selbst wenn alle Delayeinheiten auf Null gesetzt sind, gibt es pro Einheit eine Verzögerung von ca. $2.5 \mu s$, was zu einer zusätzlichen Verzögerung von $20 \mu s$ führt. Bei der Abbildung 24 ist diese zusätzliche Verzögerung bereits mitberechnet.

Es wird mit Hilfe von Anpassungen in verschiedenen Bereichen der Verteilung eine optimale Verzögerung von $t_0 = (162 \pm 2) ns$ ermittelt. Die Auflösungszeit, die dem FWHM der Verteilung entspricht, beträgt $T_A = (570 \pm 5) ns$. Diese Werte werden nun eingestellt, und im weiteren Verlauf dabei belassen. Die Auflösungszeit kann nicht bei der Koinzidenzeinheit direkt eingegeben werden, sondern lässt sich mit Hilfe [12] in eine Einstellung von 8.80 übersetzen.

4.2 Winkelkorrelation bei ^{60}Co

Es muß analog zum letzten Abschnitt das Spektrum mit Hilfe der beiden SCAs abgefahren werden. Die elektronischen Einstellungen bleiben so, wie sie im Kapitel 2 beschrieben wurden. Die optimale Verzögerungszeit ist unabhängig von der gemessenen Quelle, und kann deswegen vom letzten Abschnitt übernommen werden. Es wird ein Fenster von $\Delta E = 0.2 V$ gewählt. Die untere Grenze wird in $0.2 V$ Schritten von $0 V - 10 V$ variiert und es wird jeweils 10 Sekunden lang gemessen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 25 zu sehen.

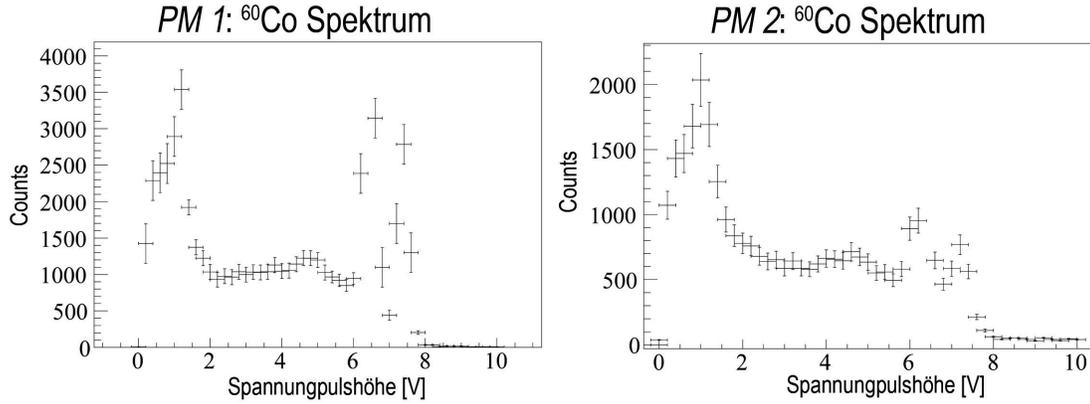


Abbildung 25: Spektrum von ^{60}Co , aufgezeichnet mit $PM\ 1$ und $PM\ 2$. Die Zählraten wurden jeweils mittels Durchfahren des Spektrums mit dem SCA bestimmt.

Anhand dieser Bilder ist das Spektrum wegen der groben Abtastung nur schwer zu erkennen. Nichts desto Trotz sind die beiden Peaks relativ leicht zu identifizieren. Ein Vergleich der beiden Spektren zeigt, dass der $PM\ 1$ Zweig eine bessere Energieauflösung im höheren Bereich besitzt. $PM\ 1$ eignet sich also besser, um den höheren der beiden Photopeaks zu identifizieren. Es werden für die beiden Photopeaks folgende SCA-Einstellungen gewählt:

Zweig	Photopeak	E	ΔE
$PM\ 1$	1333 keV	7.5 V	0.7 V
$PM\ 2$	1173 keV	6.1 V	0.5 V

Somit wird das erste Photon der Kaskade vom festen Detektor $PM\ 1$ bei 0° gemessen und das zweite Photon von $PM\ 2$ unter einem Winkel θ relativ dazu.

Als nächstes wird die zufällige Koinzidenzrate gemessen. Dazu wird eine extreme Verzögerung eines der beiden Signale eingestellt, damit keine echten Koinzidenzen registriert werden können. Über eine Messzeit von 60 Minuten wurden aber nur 2 zufällige Koinzidenzen registriert. Die zufällige Koinzidenzrate kann deswegen für unseren Aufbau als vernachlässigbar klein beurteilt werden.

Es wird nun die Winkelkorrelation für ^{60}Co gemessen. Die Winkeleinstellung wird in 10° Schritten über einem 90° Intervall variiert. Die Messreihe wurde dreimal durchgeführt, um daraus Mittelwert und Standardabweichung zu bestimmen. Um mit der Theorie besser vergleichen zu können, wird die Korrelationsfunktion in der normierten Form

$$W(\theta) = N_{measured}^{coinc}(\theta) / N_{measured}^{coinc}(270^\circ) \quad (77)$$

aufgetragen, wobei $N_{measured}^{coinc}$ die gemessene Koinzidenzzählrate bezeichnet. Die Fehler sind daher mit Fehlerfortpflanzung der Form

$$\sigma_{W(\theta)} = \sqrt{\left(\frac{1}{N(270^\circ)}\right)^2 \cdot \sigma_{N(\theta)}^2 + \left(\frac{N(\theta)}{N(270^\circ)}\right)^2 \cdot \sigma_{N(270^\circ)}^2} \quad (78)$$

verrechnet. Die Messergebnisse mit Fehlern sind in Abbildung 26 zu sehen. Die dazugehörigen Residuengraphen werden in Abbildung 27 gezeigt.

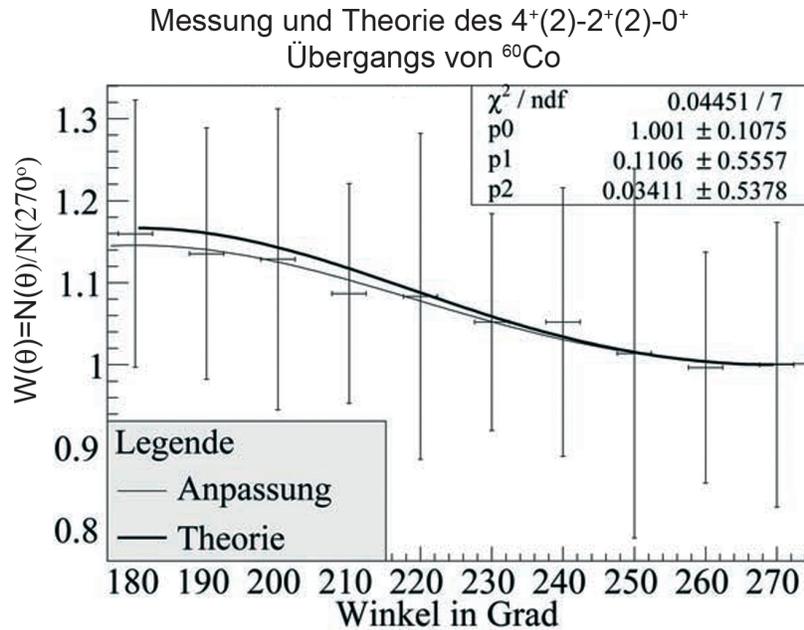


Abbildung 26: Gemessene Winkelverteilung mit Anpassung der Form $W(\theta) = p_0 + p_1 \cdot \cos^2\theta + p_2 \cdot \cos^4\theta$ im Vergleich zur theoretischen Winkelkorrelation mit $W(\theta) = 1 + \frac{1}{8} \cdot \cos^2\theta + \frac{1}{24} \cdot \cos^4\theta$.

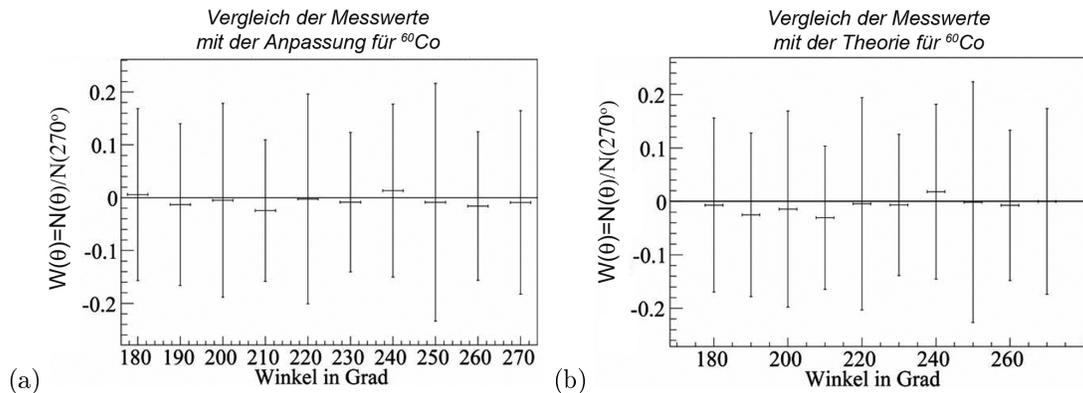


Abbildung 27: Korrelationsfunktion ^{60}Co Residuengraphen: (a) Vergleich der Messdaten mit der Anpassung (b) Vergleich der Messdaten mit der theoretischen Erwartung

An den Messwerte wurde mittels Minimierung des χ^2 eine Funktion der Form

$$W(\theta) = p_0 + p_1 \cdot \cos^2\theta + p_2 \cdot \cos^4\theta \quad (79)$$

angepasst, wobei wegen der Normierung $p_0 = 1$ erwartet wird. Wir erhalten die Koeffizienten:

Koeffizient	Theorie	Experiment
p_0	1	1.0010 ± 0.1075
p_1	$\frac{1}{8} = 0.125$	0.1106 ± 0.5557
p_2	$\frac{1}{24} = 0.042$	0.0341 ± 0.5378

Wie man in Abbildung 26 auf der vorherigen Seite sieht, folgen die gemessenen Daten sehr gut dem erwarteten theoretischen Verlauf. Dies wird durch das $\chi^2/ndf = 0.08$ (Messwerte mit Theorie) auch gezeigt, wobei die statistischen Schwankungen der Messwerte offenbar sehr groß sind. Der mittlere Fehler aus den Mehrfachmessungen beträgt $\bar{\sigma}_{W(\theta)} = 0.17 \pm 0.03$. Interessant ist auch der große Fehler auf die Koeffizienten p_0 , p_1 und p_2 (p_1 und p_2 sollen den theoretischen Koeffizienten a_2 und a_4 entsprechen). Dies liegt an der Empfindlichkeit von p_1 und p_2 gegenüber Veränderungen des Verlaufs. Leichte Veränderungen der Messpunkte haben eine starke Auswirkung auf die Parameter.

4.3 Winkelkorrelation bei ^{152}Eu

Für die Messungen mit ^{152}Eu können wieder die Einstellungen der Auflösungszeit und Verzögerungszeit aus dem letzten Abschnitt übernommen werden. Es müssen zunächst die Spannungswerte der Photopeaks durch Abfahren des Spektrums bestimmt werden. Da das Spektrum von ^{152}Eu sehr kompliziert ist, wird hier die untere Grenze E in feineren Schritten von 0.1 V variiert. Die mit den beiden SCAs aufgenommenen Spektren sind in Abbildung 28 zu sehen.

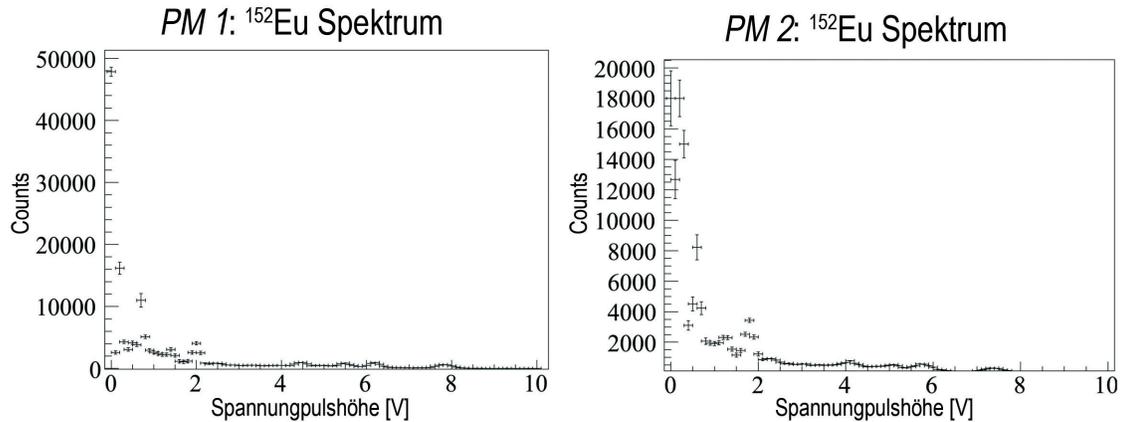


Abbildung 28: Spektrum von ^{152}Eu , aufgezeichnet mit $PM\ 1$ und $PM\ 2$. Die Zählraten wurden jeweils mittels Durchfahren des Spektrums mit dem SCA bestimmt.

Die Zuordnung der Energien zu den Peaks erfolgt mit Hilfe des mit $PM\ 1$ aufgenommenen Spektrums (siehe Anhang). Aus unseren Messungen werden jeweils folgende SCA Einstellungen gewählt:

Zweig	Photopeak	E	ΔE
$PM\ 1$	$1408\ keV$	$7.4\ V$	$1.0\ V$
	$964\ keV$	$5.1\ V$	$0.7\ V$
$PM\ 2$	$122\ keV$	$0.9\ V$	$0.6\ V$

Es wird zunächst die $2^- (1) - 2^+ (2) - 0^+$ Kaskade mit den Photonenergien 1408 keV und 122 keV betrachtet. Die gemessene Korrelationsfunktion mit Anpassung ist in Abbildung 29 zu sehen. Es wird, genau wie bei ^{60}Co , auf dem ersten Glied normiert.

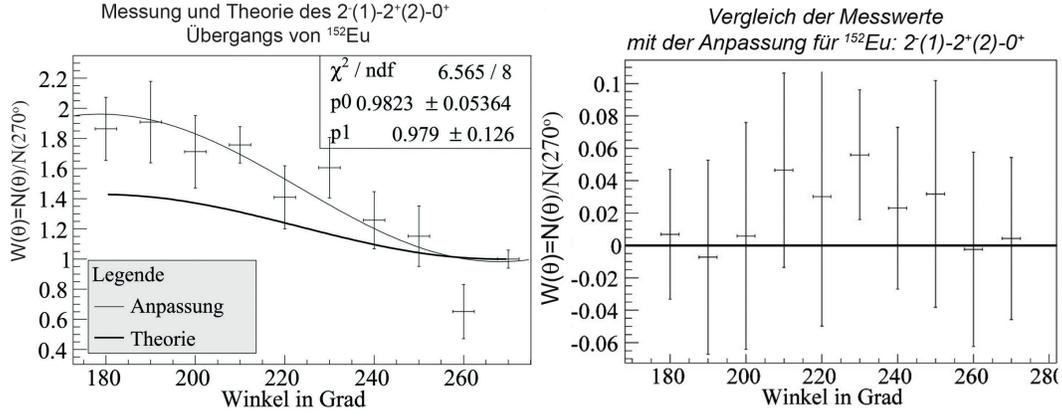


Abbildung 29: Gemessene Winkelverteilung mit Anpassung der Form $W(\theta) = p_0 + p_1 \cdot \cos^2\theta$ im Vergleich zur theoretischen Winkelkorrelation mit $W(\theta) = 1 + \frac{3}{7} \cdot \cos^2\theta$. Rechts: Residuengraph der Messdaten im Vergleich mit der theoretischen Erwartung

Anhand der Abbildung ist gut zu erkennen, dass die Messdaten der erwarteten Kuve der Form $W(\theta) = 1 + a_2 \cdot \cos^2\theta$ gut folgen. Der betrachtete Zerfallskanal kann mit Hilfe von Tabelle 2 auf Seite 17 als $2(1) - 2(2) - 0$ Übergang identifiziert werden. Würde man bei einem Polarisationsexperiment die Strahlung als elektrisch identifizieren, könnte man nach Tabelle 1 auf Seite 11 eine Paritätsänderung feststellen.

Der verwendete ^{152}Eu Probe war ursprünglich nicht für diesen Versuch vorgesehen. Die Geometrie der Probe ist nicht optimal und die Aktivität der Probe ist sehr gering. Bei einer Messzeit von einer Stunde pro Winklereinstellung konnten maximal 15 Koinzidenzen gemessen werden. Dies führt zu großen statistischen Schwankungen. Die eingetragenen Fehler sind für die durchgeführte Anpassung sehr groß, was ein χ^2 pro Freiheitsgrad kleiner 1 ergibt. Außerdem bedeutet die lange Messzeit, dass die nötigen Mehrfachmessungen mehrere Tage gedauert haben.

Die durch die Anpassung ermittelten Werte liegen zum Teil mehrere Standardabweichungen vom theoretischen Wert entfernt, was auch durch das $\chi^2/\text{ndf} = 3.3$ zur theoretischen Erwartung gezeigt wird. Eine andere Ursache für diese systematische Abweichung, außer der Probengeometrie⁴, konnte nicht gefunden werden.

Wir betrachten als nächstes die $2^+ (2) - 2^+ (2) - 0^+$ Kaskade mit den Photoenergien 964 keV und 122 keV . Laut der Naive Theorie handelt es sich um eine Korrelationsfunktion der Form:

$$W(\theta) = 1 - \frac{15}{13} \cdot \cos^2\theta + \frac{16}{13} \cdot \cos^4\theta \quad (80)$$

Die gemessene Korrelationsfunktion ist zusammen mit der theoretischen Erwartung in Abbildung 30 zu sehen.

⁴Die ^{152}Eu Probe befindet sich in einem quadratischen Plastikhalter und kann nicht entfernt werden.

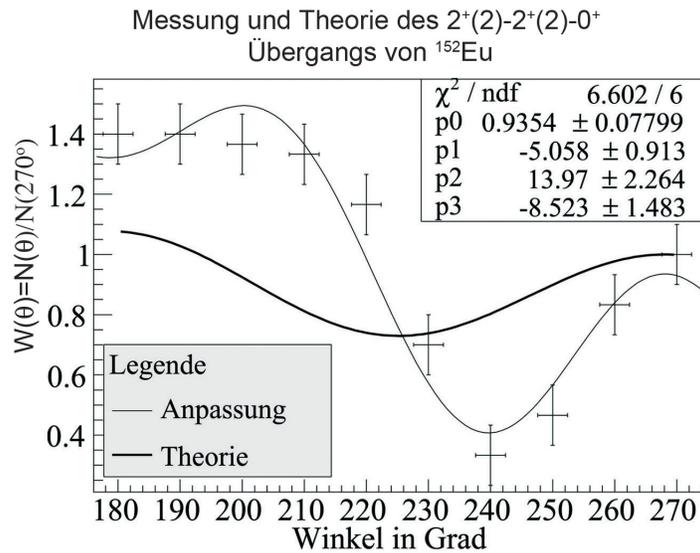


Abbildung 30: Gemessene Winkelverteilung mit Anpassung der Form $W(\theta) = p_0 + p_1 \cdot \cos^2\theta + p_2 \cdot \cos^4\theta + p_3 \cdot \cos^6\theta$ im Vergleich zur theoretischen Winkelkorrelation mit $W(\theta) = 1 - \frac{15}{13} \cdot \cos^2\theta + \frac{16}{13} \cdot \cos^4\theta$.

Wie man sieht, stimmen Theorie und Experiment nicht mehr gut miteinander überein. Durch Einführung eines zusätzlichen Terms in der Anpassung ($\cos^6\theta$) konnten die Daten besser angepasst werden. Dies würde wegen der Bedingung $k_{max} = \min(I, L_1, L_2)$ bei der Gleichung 59 auf einem Oktopol-Übergang (also $E3$ oder $M3$) hindeuten. Beim Zerfall von ^{152}Eu gibt es aber keine bekannten Oktopolübergänge in der Nähe der beiden Photopeaks.

Aufgrund dieser letzten Ergebnisse stellt man fest, dass Messungen der Übergänge des Isotops ^{152}Eu mit dem verwendeten Aufbau und Quelle leider nicht im Rahmen des Praktikums durchführbar sind.

5 Entwicklung des Versuchs für das Bachelor Fortgeschrittenenpraktikum

Ab dem WS 10/11 sollen Studenten den Versuch „ $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation“ als Teil des Fortgeschrittenen Praktikums für Physiker durchführen können. In diesem Kapitel werden die Lernziele des Versuchs erläutert sowie die Entwicklung des Versuchs für Studenten. Da das Bachelor Studium sich in mancher Hinsicht sehr von dem Diplom Studiengang unterscheidet, wurde bei unserer Arbeit viel Wert darauf gelegt, den Versuch entsprechend dem durchschnittlichen Lernstand eines Bachelorstudenten anzupassen. Dazu wurde der Versuch von einem „durchschnittlichen“ Bachelor Studenten im sechsten Semester durchgeführt. Seine Erfolge mit dem Versuch werden hier berichtet.

5.1 Lernziele

5.1.1 Theorie

Um die theoretischen Grundlagen des Versuchs vollständig zu verstehen, müssen Konzepte aus mehreren Modulen des Bachelorstudiums angewendet und kombiniert werden[17]:

- *Theoretische Physik II*: Elektromagnetische Wellen: Strahlungsfelder, Abstrahlung von Wellen, Multipolentwicklung, „Formulierung und mathematische Bearbeitung von elektrodynamischen Problemstellungen“ (spezifisch: Legendre Polynome, Kugelflächenfunktionen)
- *Experimentalphysik IV*: Emission von Strahlung, Radioaktivität, Eigenschaften der Atomkerne (spezifisch: die Anregungszustände eines Kerns, Kernspin)
- *Experimentalphysik V*: Parität, Spektren (Photopeak, Comptonkante, Rückstreupeak), Wechselwirkungen (spezifisch: e^-e^+ -Annihilation), Bandstrukturen

Ziel dieses Versuch ist es nicht, alle mathematischen Schritte nachzuvorziehen, da das mathematische Konzept der Winkelkorrelation relativ komplex ist. Der Student sollte zum Beispiel nicht versuchen, die reduzierten Gamma-Matrixelemente zu berechnen oder sich zu lange mit Clebsch-Gordon-Koeffizienten beschäftigen.

Die Lernziele mit Bezug auf die Theorie sind folgende:

1. Der Student soll die Charakteristik eines Spektrums kennenlernen, wie z.B. den Photopeak und die Comptonkante.
2. Der Student soll verstehen, dass ein angeregter Kern in einen energetisch niedrigeren Zustand zerfällt, meistens durch Emission eines Photons γ . Es soll auch klar werden, dass Photonemissionen als elektromagnetische Strahlung gemessen werden.
3. Es soll verstanden werden, dass die gemessene Strahlung eine Überlagerung elektrischer und magnetischer Multipolordnungen ist, wobei die niedrigste Ordnung meistens dominiert.

4. Der Student soll lernen, dass der Drehimpuls des emittierten Quants l auch der Multipolordnung der Strahlung entspricht und dass der Zusammenhang $l = |I_f - I_i|$ bei 2-Niveau-Übergängen und niedrigster Multipolordnung gilt.
5. Es soll verstanden werden, dass nur korrelierte Quants zu einer messbaren Winkelverteilung führen, weil sonst die Intensität der Strahlung isotrop über den Winkel θ ist.
6. Der Student soll realisieren, dass die Winkelkorrelationsfunktion Informationen über den Kernspin von Anregungszuständen liefert. Die genauen Zusammenhänge müssen aber nicht nachvollzogen werden.

Letztendlich wird der Student theoretische Erwartungen bestätigen, indem die Koeffizienten a_2 und a_4 in Gleichung (59) durch Anpassung einer Kurve bestimmt werden. Diese Ergebnisse können dann mit Hilfe zweier Tabellen interpretiert werden. Mit Hilfe von Tabelle 2 kann der Kaskadenzerfall in der Form $I_i(L_1)I(L_2)I_f$ abgelesen und mit der erwarteten ^{60}Co -Zerfallskaskade verglichen werden. Tabelle 1 erlaubt, die Multipolarität der beiden Übergänge abzulesen. An dieser Stelle sollte der aufmerksame Student realisieren, dass die Multipolarität auch mit der Parität zusammenhängt, und dass die $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation deswegen keine eindeutigen Informationen über den Kern liefert.

Es war ursprünglich geplant, Koinzidenzmessungen des Isotops ^{152}Eu im Versuch durchzuführen. Das Isotop ist wegen der im Kapitel 3.4 erwähnten Paritätsänderung sehr interessant. Eine rein qualitative Unterscheidung der beiden Hauptübergänge (mit und ohne Paritätsänderung) wird im fortgeschrittenen Praktikum der Universität München durchgeführt [18]. Es wurde aber letztendlich entschieden, dass Messungen der Übergänge des Isotops ^{152}Eu mit dem verwendeten Aufbau und Quelle zu zeitaufwendig sind, und außerdem zu unschlüssigen Ergebnissen führen.

5.1.2 Praxis

Der Schwerpunkt des Versuchs „ $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation“ liegt bei der Durchführung. Im Gegenteil zu vielen anderen Versuchen des jetzigen fortgeschrittenen Praktikums muss der Praktikant sich selbst mit dem elektronischen Aufbau beschäftigen. Zum Beispiel ist beim NMR-Versuch und bei dem Neutronenexperiment der komplette Aufbau bereits verkabelt. Bei unserem Experiment wurde hingegen früh im Entwicklungsprozess entschieden, dass der Student den Aufbau selbst verkabeln sollte. Auf der einen Seite bedeutet dies notwendigerweise eine aufmerksame Betreuung am Anfang des Versuchs, andererseits gewinnt der Student Vieles an praktischer Erfahrung.

Die Lernziele mit Bezug auf die praktische Durchführung sind folgende:

1. Der Praktikant soll die Methoden der Koinzidenzmessung kennenlernen: Die Zusammenhänge der verschiedenen Komponenten und die Funktionsweise von elektronischen Schaltkreisen sollen verstanden werden.
2. Der Umgang mit Verstärkern, SCAs, Delay-Einheiten, Photomultipliern, Koinzidenzeinheit, Counter und Oszilloskop wird im Versuch geübt.
3. Der Student soll den Unterschied zwischen digitalen- (logischen-) und analogen-Pulsen lernen.

4. Der Student soll lernen, sicher und verantwortungsbewusst mit radioaktiven Stoffen umzugehen.
5. Spektren aufnehmen und Auswerten: Die Lage von Photonpeaks, Comptonkante und andere Merkmale sollen gefunden werden. Zusätzlich wird der Umgang mit Software und die Auswertung von ASSCI-Dateien gefordert.
6. Es soll gelernt werden, wie man die Energieauflösung und Effizienz eines Detektors misst.

Bemerkung: Es wurde auch ein Alternativaufbau mit einem TAC (Time-Amplitude-Converter) und einem PC getestet. Die Ergebnisse mit diesen Aufbau waren nicht erheblich besser als die mit unseren Hauptaufbau. Es wurde letztendlich aus Gründen der Übersichtlichkeit der Aufbau mit SCA und Counter gewählt. Für eine Auswertung der Daten des Alternativaufbaus wird auf die Arbeit von Thomas Heinze verwiesen [1].

5.2 Bericht der Durchführung mit einem Test-Studenten

Der Test-Student hat nach einem Tag Vorbereitung den Versuch durchgeführt. Bei der Durchführung nach dem ersten Entwurf der Anleitung musste einige Male eingegriffen werden, bzw. es wurden uns Fragen gestellt. Die Hauptberichtspunkte sind hier aufgelistet:

1. Der ursprüngliche Theorieteil der Anleitung war relativ kompakt. Der Student hat sich mehr Details gewünscht, insbesonde mehr Zwischenschritte bei der geometrischen Herleitung. Daraufhin wurde die Anleitung nachträglich modifiziert.
2. Beim Verkablen des ersten Teils wurde der elektronische Schaltkreis im Prinzip gut verstanden. Es wurde aber festgestellt, dass der Student manchmal über bestimmte Details verwirrt war, zum Beispiel welche Spannungsversorgung aus den beiden verwendet werden soll und wie man mit dem PC/PHA die Verbindung schafft. Daher wurden nachträglich sämtliche Hinweise in die Anleitung eingebracht, wie z.B „das Kabel, das zum PC führt“ oder „das schwarze Kabel mit rotem Kopf“. Es wurde auch darauf geachtet, dass die Modellnamen der Module explizit erwähnt wurden.
3. Der Student hat sich natürlich gefragt, ob bei der *Genie* 2000 Software irgendetwas eingestellt werden muss. Der Versuchsbetreuer sollte deswegen bei der Vorbesprechung erwähnen, dass die Software bereits richtig eingestellt ist und sie vielleicht einmal kurz vorführen.
4. In der Anleitung werden „gute“ Verstärkereinstellungen vorgeschlagen. Es wurde schnell festgestellt, dass hier möglicherweise Abweichungen auftreten können. Der Betreuer sollte erwähnen, dass die Verstärker-Einstellungen verändert werden können, falls die Spektren nicht gut aussehen. Es wird vorgeschlagen, dass die von uns aufgenommenen Spektren (siehe Anhang) als Referenz verwendet werden.
5. Bei der Einstellung des SCAs wurde zuerst geplant, dass der Student mit Hilfe der aufgenommenen Spektren überlegen sollte, bei welchem Spannungswert die Peaks zu erwarten sind. Der Student sollte dann rund um diese Bereiche die Peak-Einstellungen des SCAs finden. Der Test-Student hatte aber Probleme damit. Daher wurde entschieden, dass der Student das gesamte Spektrum mit dem SCA aufnehmen soll, um die richtige Einstellungen zu finden. Außerdem wird dadurch das Verständnis der Funktionsweise eines SCAs verstärkt.

6. Leider kann die „Resolving Time“ nur mit Hilfe der *Canberra* Anleitung bei der Koinzidenzeinheit eingestellt werden. Diese Anleitung sollte daher mit einer Lineal zum Ablesen der Tabelle bereit liegen. Der Betreuer sollte dies bei der Vorbesprechung erwähnen.
7. Der Test-Student war mit dem Umgang eines Oszilloskops nicht vertraut. Dies ist nicht untypisch für Bachelorstudenten des sechsten Semesters. Es wurden deshalb „Zwischenaufgaben“, bei denen er das Oszilloskop verwenden muss, gestellt. Diese haben nur indirekt mit dem Versuch zu tun; es ist also nicht essentiell, dass der Student diese Aufgaben schafft.

5.3 Entwicklung der Anleitung

Es wurde früh in der Entwicklung des neuen Versuchs entschieden, eine detailreiche Anleitung mit vielen Zusatzinformationen und Hinweisen zu schreiben.

Bei der Durchführung wird ausschließlich die „Naive Theorie“ der Winkelkorrelation verwendet. In der Literatur befinden sich mindestens drei Darstellungen der Korrelationsfunktion. Wir haben uns für die einfachste Näherung entschieden. Im Rahmen dieses Versuchs ist die Genauigkeit dieser Theorie aber mehr als ausreichend.

Wir haben uns bemüht, die Versuchsanleitung lesbar und übersichtlich zu konstruieren. Es wurden viele Diagramme und Bilder zur Veranschaulichung eingebaut. Außerdem werden zahlreiche Hinweise und Zwischenfragen zum besseren Verständnis eingestreut.

6 Schlussbemerkung

Der Koinzidenzaufbau wurde erfolgreich aufgebaut und in Betrieb genommen. Die Messungen erzielten vernünftige Ergebnisse, die mit unserem Aufbau und mit Hilfe der Anleitung gut reproduzierbar sind. Somit ist die Apparatur für das Fortgeschrittenenpraktikum einsatzbereit.

Wir glauben, letztendlich einen interessanten und studentenfreundlichen Versuch entwickelt zu haben. Die neu entwickelte Anleitung wurde auf ihre Eignung für das Fortgeschrittenenpraktikum von einem Test-Studenten überprüft und befindet sich im Anhang.

Literatur

- [1] Thomas Heinze: *Aufbau und Inbetriebnahme einer Apparatur zur Messung der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation*, Aachen, 2010.
- [2] W.N. Cottingham & D.A. Greenwood: *An Introduction to Nuclear Physics*, Cambridge University Press
- [3] T. Mayer-Kuckuk: *Physik der Atomkerne*, Teubner Studienbücher
- [4] Torsten Fließbach: *Elektrodynamik*, Spektrum-Verlag
- [5] Haro v. Buttlar: *Einführung in die Grundlagen der Kernphysik*
- [6] Jackson: *Classical Electrodynamics*, J. Wiley and Sons
- [7] M. E. Rose: *The Analysis of Angular Correlation and Angular Distribution Data*, Physical Review Volume 91 (S.610), Oak Ridge, Tennessee, 1953
- [8] Erwin Bodenstedt: *Experimente der Kernphysik und ihre Deutung*, B.I. Wissenschaftsverlag
- [9] Donald R. Hamilton: *On Directional Correlation of Successive Quanta*, Physical Review Volume 58 (S.122), Cambridge Massachusetts, 1940
- [10] Canberra Industries: *Model 2022 Spectroscopy Amplifier - User's Manual*. Canberra Industries, Meriden, 2003.
- [11] H.U.Schmidt: *Meßelektronik in der Kernphysik*, Teubner Studienbücher, 1986
- [12] Canberra Industries: *Model 2040 Coincidence Analyzer - User's Manual*. Canberra Industries, Meriden, 1979.
- [13] M.J. Martin & P.H. Blichert-Toft: *Radioactive Atoms*, Nuclear Data Project, Oak Ridge, Tennessee, 1970
- [14] Centers for Disease Control and Prevention, <http://www.bt.cdc.gov/radiation/isotopes/cobalt.asp>
- [15] C. Michael Lederer: *Table of Isotopes*. 6th. Edition, John Wiley & Sons, New York, 1967.
- [16] A. Aquili, R. Cesareo, M. Giannini: *Gamma-Ray Transitions and Gamma Gamma Angular Correlations in ^{152}Sm* , Il Nuovo Cimento, Vol LXII N.1, Rome, 1968
- [17] Prüfungsordnungsbeschreibung: Physik (B.Sc.) [BSPhy], RWTH Aachen University, <http://www.physik.rwth-aachen.de/studium-undlehre/studierende/pruefungsordnungen/>
- [18] Fortgeschrittenenpraktikum, Lehrstuhl E12 TU-München, Anleitung: Gamma Spektroskopie
- [19] C. Michael Lederer & Edgardo Browne: *Table of Isotopes*, 7th. Edition, John Wiley & Sons, New York, 1978

A Zerfallsschema ^{152}Eu

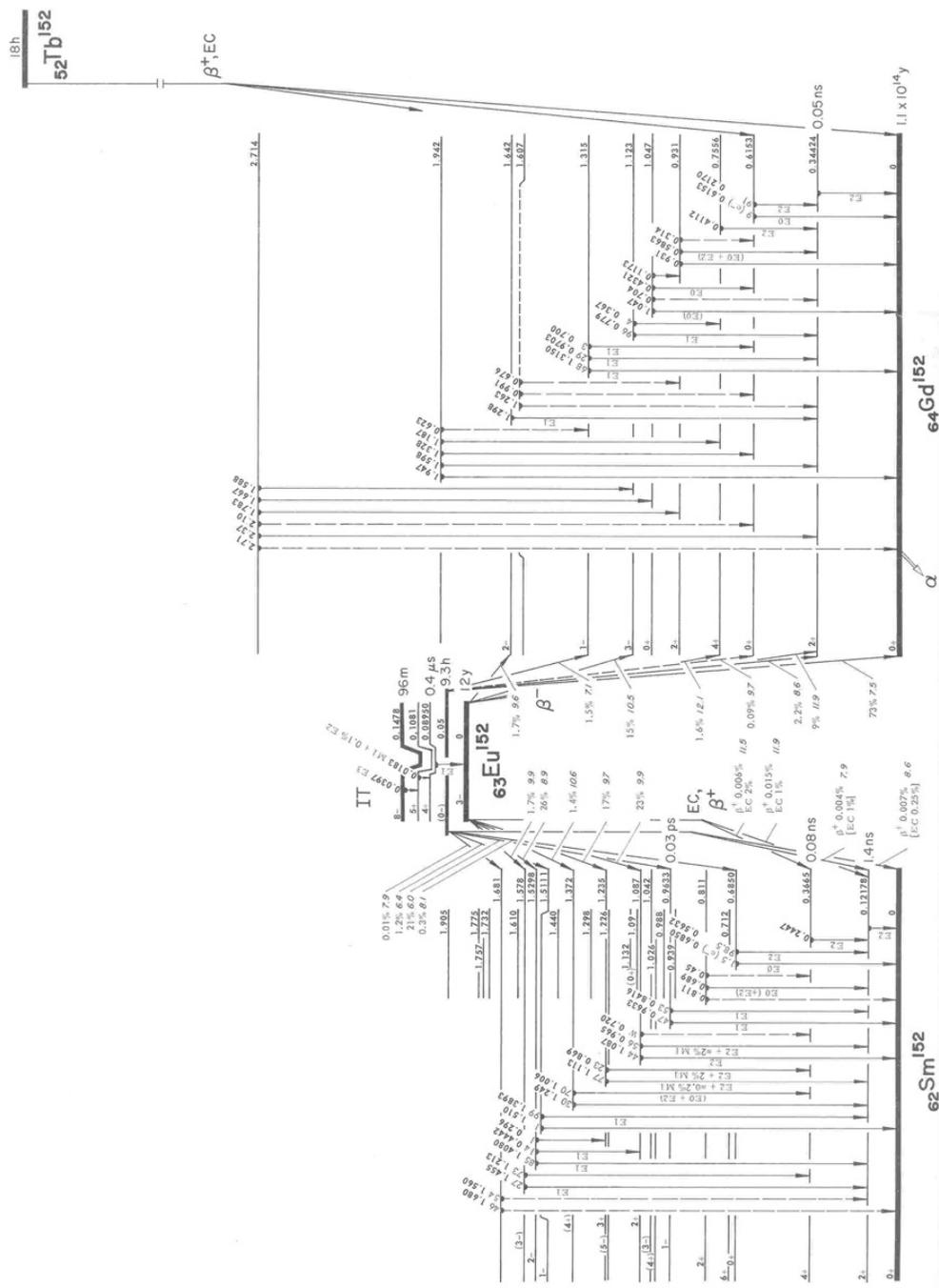


Abbildung 31: Zerfallsschema ^{152}Eu , entnommen aus [19]

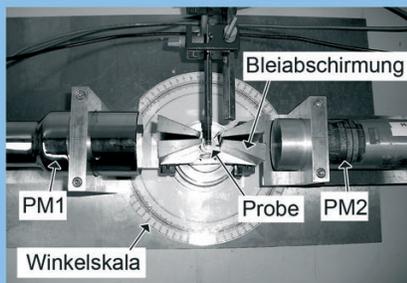
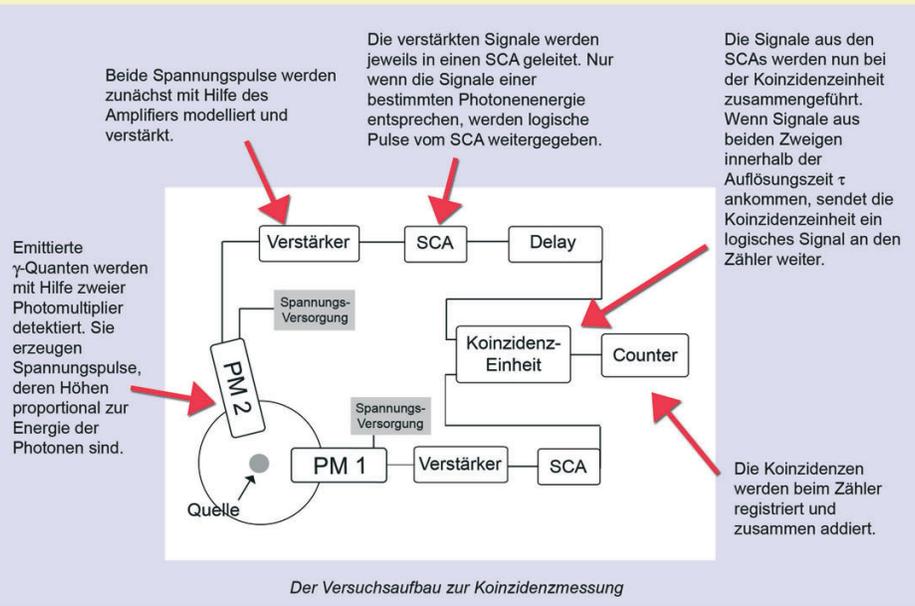
B Plakat

$\gamma\gamma$ - Winkelkorrelation

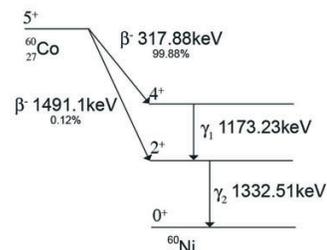
Bei Übergängen zwischen Anregungszuständen eines Kerns werden γ -Quanten emittiert. Durch Messung der Winkelverteilungen dieser Emissionen können Rückschlüsse auf Kerneigenschaften wie Kernspin und Parität gezogen werden.

Problem: Die Winkelverteilung kann nur mit Bezug auf eine feste Quantisierungsachse gemessen werden. Die Intensität der Strahlung ist sonst isotrop.

Lösung: Beim Kaskadenzerfall werden oft zwei γ -Quanten „praktisch zeitgleich“ emittiert. Ein solches Ereignis wird **Koinzidenz** genannt. Durch Emission des ersten Quants wird eine Quantisierungsachse festgelegt. Die Strahlrichtung des zweiten Quants wird dann relativ dazu gemessen.



Im Mittelpunkt des Aufbaus ist die Quelle. Auf der linken Seite ist der eine Detektor (PM 1) auf der Arbeitsplatte festmontiert. Der zweite Detektor (PM 2) ist auf einem Dreharm befestigt. Mit diesem Dreharm wird der Winkel θ zwischen den beiden Detektoren von 180° bis 270° variiert.



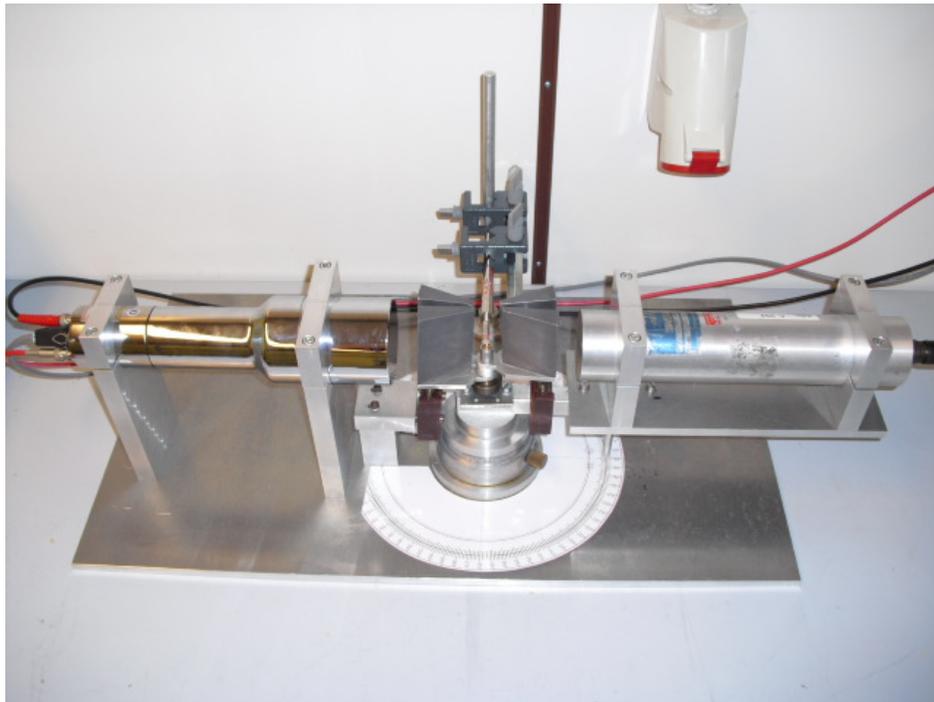
Zerfallskaskade für ^{60}Co

Mit Hilfe der gemessenen **Winkelkorrelationsfunktion** (Koinzidenzzählrate gegen θ) erhalten wir wichtige Informationen über den Kaskadenzerfall und den Kern selbst.

Abbildung 32: Das Plakat: $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation

C Versuchsanleitung

Fortgeschrittenenpraktikum für
Bachelorstudenten der Physik
RWTH Aachen



Versuch T3
 $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation

August 2010

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	3
2	Theorie	3
2.1	γ -Energiespektroskopie mit Szintillationsdetektoren	3
2.2	Räumliche Gestalt der γ -Strahlung	6
2.3	Die Parität	9
2.4	Die Koinzidenzmessung	10
2.5	Wahre und zufällige Koinzidenzen	13
2.6	Radioaktive Probe: ^{22}Na	13
2.7	Radioaktive Probe: ^{60}Co	14
3	Verwendete Hardware	16
3.1	Schnelle und langsame Koinzidenzschaltung	16
3.2	NIM Standard und Verzögerung von Signalen	17
3.3	Hauptverstärker (Amplifier)	17
3.4	Einkanaldiskriminator (Single Channel Analyzer, SCA)	18
3.5	Analog- Digital Konverter (ADC) und Pulshöhenanalysator (PHA)	18
3.6	Koinzidenzeinheit und Counter	19
4	Versuchsdurchführung	20
4.1	Energiespektroskopie	20
4.2	Koinzidenzmessung	21
4.2.1	Annihilationspeak von Na^{22}	21
4.2.2	Winkelverteilung von Co^{60}	23
5	Auswertung	23
5.1	Energiespektographie	23
5.2	Koinzidenzmessung	23
5.2.1	Annihilationspeak von Na^{22}	23
5.2.2	Winkelverteilung von Co^{60}	24

1 Einführung

Die Kernspektroskopie ist eins der wichtigsten Arbeitsgebiete der Kernphysik. Bei Übergängen zwischen Anregungszuständen eines Kerns werden γ -Quanten emittiert. Durch Messung der Winkelverteilungen dieser Emissionen können Rückschlüsse auf Kerneigenschaften wie Kernspin und Parität gezogen werden.

Häufig gehen angeregte Kerne in Form eines Kaskaden-Zerfalls in ihren Grundzustand über. Dabei ist die Lebensdauer eines Zwischenzustandes oft so gering, dass der Kern sich in dieser Zeit nicht umorientieren kann. In diesen Fall kann der erste Quant zur Festlegung der Strahlungsachse verwendet werden. Die Strahlrichtung des zweiten Quants wird dann relativ dazu gemessen. Bei der $\gamma\gamma$ - Winkelkorrelation werden solche korrelierten Gamma Quanten oder "Koinzidenzen" nachgewiesen. Die Winkelverteilung der Koinzidenzrate liefert dann ein Bild über die Strahlungscharakteristik des Kerns.

2 Theorie

2.1 γ -Energiespektroskopie mit Szintillationsdetektoren

Als Nachweisgerät für die γ - Strahlung werden Szintillationsdetektoren mit angeschlossenem Photomultiplier verwendet. Der Nachweis der γ - Strahlung erfolgt dabei indirekt über die Wechselwirkung der Photonen mit dem Szintillationsmaterial. Dabei treten drei wesentliche Effekte auf, die die Charakteristik des Energiespektrums einer Probe ausmachen und eine vollständige oder teilweise Energieübertragung des Photons an Elektronen bewirken.

- Beim Photoelektrischen Effekt, auch Photoeffekt genannt, kommt es zu einer Wechselwirkung des Photons mit einem Absorberatom. Das Photon wird absorbiert und gibt seine Energie $h \cdot \nu$ an ein zuvor festgebundenes Elektron ab. Dieses hat dann die Photonenenergie abzüglich seiner Bindungsenergie $E_{Elektron} = h \cdot \nu - E_{Bindung}$. Der Großteil der Photonenenergie bleibt damit dem Elektron als kinetische Energie. Die Leerstelle, die durch das freigewordene Elektron entsteht, wird meist schnell aus oberen Schalen des Atoms wieder gefüllt, wobei die höher energetischen Elektronen ihre Energie wiederum mittels Photonen abgeben, die aber in äußeren Schalen absorbiert werden und nur selten detektiert werden. Der Photoeffekt ist besonders bei Absorbermaterialien mit hoher Kernladungszahl Z dominant. Für den Wirkungsquerschnitt σ gilt $\sigma \propto \frac{Z^5}{E^3}$. [1]
- Beim Compton- Effekt kommt es zu einer Wechselwirkung des Photons mit einem Elektron aus dem Absorbermaterial. Das Photon ändert seine Richtung und überträgt einen Teil seiner Energie an das Elektron. Der Energieübertrag ist dabei vom Stoßwinkel zwischen Photon und Elektron abhängig und kann von Null bis fast $h \cdot \nu$ gehen. Die dem Photon verbleibende Energie beträgt $h \cdot \nu' = \frac{h \cdot \nu}{1 + (1 - \cos(\theta)) \cdot \frac{h \cdot \nu}{m_e \cdot c^2}}$. Der Abstand der Comptonkante ($\theta = 180^\circ$) vom Photopeak im Energiespektrum liegt also bei $E_C = \frac{h \cdot \nu}{1 + 2 \cdot \frac{h \cdot \nu}{m_e \cdot c^2}}$. Unter der Annahme, dass $h \cdot \nu \gg \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot c^2$, folgt, dass $E_C \approx \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot c^2$. Bis zur Comptonkante gibt es ein Kontinuum, das die Compton- Streuung bei Winkeln von 0° bis 180° wiedergibt. Im Energiespektrum treten auch Energien zwischen Comptonkante und Photopeak auf. Diese lassen sich auf mehrfache Comptonstreuung zurückführen. Der Wir-

kungsquerschnitt zur Compton-Streuung wird durch die Klein-Nishina-Formel wiedergegeben. Ebenfalls auf Comptonstreuung beruht der Rückstreupic, der entsteht, wenn Photonen mit den den Detektor umgebenden Materialien in einem Winkel von mehr als 120° streuen. Der Rückstreupic tritt um die Energie $E_{Rückstreu} = E_C \approx \frac{1}{2}m_e c^2$ auf.[1]

- Als dritte Wechselwirkung tritt die Paarerzeugung auf. Wenn die Photonenenergie $E_\gamma = h \cdot \nu$ größer ist als die doppelte Ruheenergie eines Elektrons $m_e c^2$, dann ist die Paarerzeugung möglich, wobei aus dem Photon ein Elektron und ein Positron entstehen. Zusätzliche Photonenenergie geht in die kinetische Energie des erzeugten Elektron-Positron Paares über, die beide durch Wechselwirkungen wieder verlieren. Es gilt für die kinetischen Energien $E_{Elektron}^{kin} + E_{Positron}^{kin} = h \cdot \nu - 2 \cdot m_e \cdot c^2$. Das dabei entstandene Elektron verbleibt im Absorbermaterial, das Positron annihiliert mit einem anderen Elektron in seiner Umgebung. Dabei entstehen zwei Photonen der Energie 511 keV. Werden beide Annihilationsphotonen und die Photonen von der Abgabe der kinetischen Energie registriert, so ergibt sich wieder die Energie des Photons und im Spektrum wird dies im Photopeak registriert. Entweicht ein Annihilationsphoton aus dem Material ohne detektiert zu werden, so besteht der Abstand vom Photopeak zum Single-Escape-Peak $E_{single-escape} = h\nu - m_e c^2$. Entweichen beide Annihilationsphotonen undetektiert, so beträgt der Abstand zwischen dem Photopeak und dem Double-Escape-Peak $E_{double-escape} = h\nu - 2m_e c^2$.

Zusätzlich zu diesen drei Effekten gibt es noch eine Vielzahl anderer Effekte und Überlagerungen von Effekten, die zu einem Kontinuum führen. Bei diversen Spektren führt dies zu einem erkennbaren und messbaren linearem Untergrund, weshalb bei der Auswertung der Spektren die Peakbestimmung mittels einer Überlagerung von Gaußkurve und einem Polynom 1. Grades erfolgt.

Alle drei beschriebenen Wechselwirkungen verursachen auch die Abschwächung von γ -Strahlung in Materie. Der lineare Abschwächungskoeffizient μ ergibt sich aus der Summe der Wirkungsquerschnitte der Wechselwirkungen. Die Intensität der Photonen lässt exponentiell nach und wird durch $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$ nach dem zurückgelegten der Strecke x im Absorbermaterial beschrieben.

An das Szintillationsmaterial ergeben sich somit mehrere Forderungen. Zum einen muss das verwendete Material für die Strahlungsart und den Energiebereich sensitiv sein, zum anderen muss es einen möglichst linearen Zusammenhang zwischen Photonenenergie und Szintillationsphotonen liefern, die im weiteren zu einem linearen Zusammenhang zwischen Photonenenergie und Höhe des Spannungspulses führen. Zudem muss das Szintillatormaterial für die eigenen ausgesendeten Szintillationsphotonen transparent und formbar sein, sowie einen Brechungsindex von ca. 1.5 aufweisen, um einen guten Übergang zur Photokathode des Photomultipliers zu gewährleisten. Bei den hier eingesetzten Szintillatoren wird mit Thallium dotiertes Natrium-Jodid (NaJ(Tl)) und somit ein anorganisches Szintillatormaterial verwendet. Anorganische Materialien sind gegenüber organischen Materialien langsamer, bieten aber dafür eine gute, lineare Lichtausbeute. NaJ(Tl) ist fast über den gesamten Energiebereich linear und ist deshalb heutzutage ein Standardmaterial für Szintillationsdetektoren. Die Nachteile von NaJ(Tl) sind desweiteren, dass es zerbrechlich und hygroskopisch ist, weshalb es vor der Luft geschützt werden muss.

Die Vorgänge im Szintillatormaterial können im Bändermodell erklärt werden. In anorganischen Materialien befinden sich im Leitungsband freie, im Valenzband hingegen gebundene Elektronen. In der Bandlücke zwischen beiden Bändern existieren in einem reinen Material

keine erlaubten Zustände. Durch die Dotierung mit einem Akzeptor kommen jedoch neue Zustände, angeregte und Grundzustände des Akzeptors, hinzu. Tritt nun ein geladenes Teilchen durch das Material, so werden Elektron-Loch-Paare erzeugt. Die so erzeugten Löcher bewegen sich zu Akzeptoratomen und ionisieren diese, regen die Atome also auf höhere Energieniveaus an. Die Elektronen hingegen gehen ins Leitungsband und bewegen sich im Kristall frei, bis sie auf ionisierte, angeregte Akzeptoratome treffen. Das so neutralisierte Akzeptoratom fällt schnell auf den Grundzustand zurück und sendet dabei ein Szintillationsphoton aus, das im Wellenlängenbereich des sichtbaren Lichts liegt.

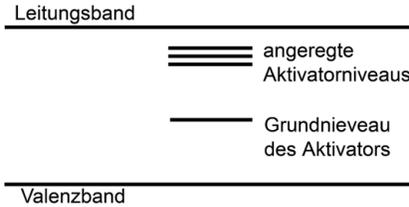


Abbildung 1: Bandmodell zum Szintillatormaterial mit Valenz- und Leitungsband des Basismaterials und mit zusätzlichen Niveaus des eingebrachten Aktivormaterials.

Die an der Photokathode entstehenden Elektronen werden gebündelt und dann über eine anliegende Spannung nacheinander auf mehrere Dynoden geschickt. Dabei werden die Elektronen immer wieder beschleunigt, so dass Sie an den jeweiligen Dynoden Sekundärelektronen erzeugen. Bei durchschnittlichen Dynodenmaterialien sind das etwa 5 bis 10 Elektronen pro Dynode und auftreffendem Elektron. Die Verstärkung kann beschrieben werden mit $V = \delta^N$, wobei N die Anzahl der Dynoden, hier 10, und δ die Anzahl der ausgelösten Sekundärelektronen ist. Die Erzeugung von Sekundärelektronen ist allerdings ein statistischer Prozess, so dass die Unsicherheit $\sqrt{\delta}$ beträgt. Auf diese Weise können einige hundert Photonen auf einen messbaren Spannungspuls verstärkt werden. Insgesamt erreichen für jedes an der Photokathode ausgelöste Elektron $10^5 - 10^7$ Elektronen die Anode.

Wichtige Größen zur Charakterisierung der verwendeten Detektoren sind die Energieauflösung und die Effizienz. Die Energieauflösung gibt Auskunft darüber, welche Photonenenergien noch getrennt gemessen werden können und die Effizienz gibt an, wie viele der erwarteten ankommenden Photonen in ein gemessenes Signal umgewandelt werden. Die Energieauflösung ist energieabhängig. Der Zusammenhang kann mit

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{E}} \quad (1)$$

beschrieben werden.

Bei der Effizienz eines Detektors unterscheidet man zwei Arten von Effizienz. Die totale Effizienz ist definiert über $\epsilon_{tot} = \frac{\text{registrierte Ereignisse}}{\text{von der Quelle ausgesendete Ereignisse}}$ und die intrinsische Effizienz als $\epsilon_{int} = \frac{\text{registrierte Ereignisse}}{\text{am Detektor ankommende Ereignisse}}$. Im vorliegenden Fall ist die intrinsische Effizienz von Interesse, also wie viele der am Detektor ankommenden Ereignisse in ein elektrisches Signal umgewandelt werden. Es gilt: $\epsilon_{int} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot m}{F_D \cdot A \cdot I_\gamma}$. Die registrierten Ereignisse ergeben sich aus der Zählrate m , also der Summe über alle registrierten Teilchen gemittelt über die Messzeit. Die am Detektor ankommenden Ereignisse ergeben sich rechnerisch aus der Anzahl der

Teilchen, die beim betrachteten Zerfall entstehen und einem geometrischen Faktor. Die Anzahl der betrachteten Teilchen entspricht dem Produkt aus Aktivität der Probe A und dem prozentualen Anteil des betrachteten Zerfalls an der gesamten Aktivität, beschrieben durch I_γ . Der geometrische Faktor ergibt sich näherungsweise aus dem Anteil der Detektorfläche F_D an der Kreisoberfläche mit dem Radius r, der dem Abstand von Quelle zum Detektor entspricht. Dabei wird angenommen, dass sich die Teilchen in alle Raumrichtungen gleichmäßig ausbreiten und die Krümmung der Kurve an der Detektorfläche vernachlässigt werden kann.

Weitere Informationen zur Energiespektroskopie und der Funktionsweise der Detektoren finden Sie in den Anleitungen zu den Versuchen T1 und T2.

2.2 Räumliche Gestalt der γ -Strahlung

Bei der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation interessieren wir uns ausschließlich für die γ -Emission, die als elektromagnetische Strahlung wahrgenommen wird.

Um die räumliche Gestalt der Strahlungsintensität zu verstehen, kann man die Maxwellgleichungen im Vakuum verwenden:

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \quad \text{rot}\vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}; \quad (2)$$

Es wird dabei berücksichtigt, dass die Felder quellenfrei sind:

$$\text{div}\vec{E} = \text{div}\vec{B} = 0 \quad (3)$$

Mit der Annahme, dass die \vec{E} - und \vec{B} -Felder eine Zeitabhängigkeit der Form $e^{-i\omega t}$ besitzen und mit der nichtrelativistischen Dispersionsrelation $c = \frac{\omega}{k}$, bekommt man:

$$\text{rot}\vec{E} = ick\vec{B}; \quad \text{rot}\vec{B} = -\frac{ik}{c}\vec{E} \quad (4)$$

Die Gleichungen können nun ineinander eingesetzt werden, um die bekannte Wellengleichungen zu bekommen:

$$(\Delta + k^2)\vec{E} = 0; \quad (\Delta + k^2)\vec{B} = 0 \quad (5)$$

Wir suchen zunächst die Lösungen der entsprechenden skalaren Wellengleichung:

$$(\Delta + k^2)\psi(\vec{r}) = 0 \quad (6)$$

Um eine Quelle gehen die Strahlung kugelförmig aus. Es wird deswegen der kugelförmige Ansatz gewählt:

$$\psi(r, \theta, \phi) = \frac{U(r)}{r} \cdot P(\cos\theta) \cdot Q(\phi) \quad (7)$$

Durch Aufstellung von Differentialgleichungen in Kugelkoordinaten und Verwendung eines Potenzreihenansatzes (siehe z.B. [2]) bekommt man als Lösungen der θ -Abhängigkeit die zugeordnete Legendrepolynome:

$$P_l^m(x) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1 - \cos^2\theta)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{d(\cos\theta)^{l+m}} (\cos^2\theta - 1)^l, \quad (8)$$

wobei $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ und $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l$ sind. Die Felder sind also quantisiert. Die φ -abhängigen Lösungen sind ganz einfach durch

$$Q(\varphi) = e^{im\varphi} \quad (9)$$

gegeben. Die Radialabhängigkeit wird durch die sphärischen Besselfunktionen beschrieben:

$$j_L(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{l+\frac{1}{2}}(kr), \quad (10)$$

wobei $J_{l+\frac{1}{2}}$ die gewöhnlichen Besselfunktionen sind. Für unsere Zwecke ist diese radiale Abhängigkeit aber nicht interessant, da wir später nur Winkelverteilungen betrachten werden. Die φ - und θ -Terme der Lösungen können wir aber als Kugelflächefunktionen zusammenfassen:

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \cdot P_l^m(\cos\theta) \cdot e^{im\varphi} \quad (11)$$

Die Anregungszustände des Kerns können als Eigenfunktionen des Kernspins \vec{I} beschrieben werden. Beim Übergang zwischen Anregungszuständen werden γ -Quants mit Energien emittiert, die den Energiedifferenzen der Zustände entsprechen. Deshalb ist es auch logisch, dass das Strahlungsfeld der Kerne auch als Eigenfunktionen des Drehimpulses \vec{l} beschreiben werden kann. Im nächsten Schritt suchen wir die Lösungen der Feldgleichungen (5), indem wir den Drehimpulsoperator

$$\vec{l} = -i(\vec{r} \times \vec{\nabla}) \quad (12)$$

an die skalaren Wellenfunktion $\psi(\vec{r})$ anwenden. Wir bekommen mit Hilfe der vektoriellen Kugelflächenfunktion $X_l^m(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \vec{l} \cdot Y_l^m(\theta, \varphi)$ folgende Abhängigkeiten:

$$E_l^m \propto X_l^m; \quad \text{und} \quad B_l^m \propto -\frac{i}{kc} \text{rot} \left(E_l^m \right) \quad (13)$$

$$B_l^m \propto X_l^m; \quad \text{und} \quad E_l^m \propto \frac{ic}{k} \text{rot} \left(B_l^m \right) \quad (14)$$

Durch Summieren dieser Lösungen für alle möglichen m und l bekommt man eine vollständige Multipolentwicklung des elektromagnetischen Strahlungsfeldes. Wir bezeichnen nun der Kernspin des Anfangs- bzw. Endzustands durch \vec{I}_1 bzw. \vec{I}_2 . Wegen der Drehimpulserhaltung bekommt man folgenden Auswahlregeln für die Quantenzahlen:

$$|I_1 - I_2| \leq l \leq I_1 + I_2; \quad \text{mit} \quad m = m_1 - m_2 \quad \text{und} \quad |m| \leq l, \quad (15)$$

wobei meistens die niedrigste Multipolordnung dominiert. Für eine Erklärung dazu wird auf [3] hingewiesen.

In der Kernspektographie ist es wichtig zwischen elektrischer E und magnetischer M Multipolstrahlung zu unterscheiden. Leider ist es nur durch die Messung der Polarisation der γ -Strahlung möglich, den Strahlungscharakter, also ob es sich um eine El - oder Ml -Strahlung handelt, zu bestimmen. Es lässt sich aber theoretisch zeigen, dass die Übergangswahrscheinlichkeit für elektrische Multipolstrahlung viel höher als die für magnetische Multipolstrahlung bei derselben Ordnung ist.

Photonen werden in der Form eines 2^l -Pol Multipolfelds der Multipolordnung l emittiert. Man merke, dass $\hbar l$ dem vom Photon angenommenen Gesamtdrehimpuls entspricht, mit einer Projektion auf der z -Achse von $m\hbar$. Da das Photon einen intrinsischen Spin von 1 besitzt, ist der Wert $l = 0$ nicht möglich. Abbildung 2 zeigt ein Beispiel von erlaubten und nicht erlaubten Übergängen anhand einer $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ Kaskade.

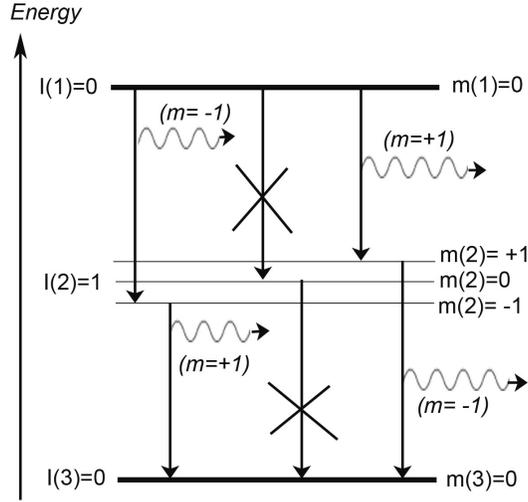


Abbildung 2: Beispiel erlaubter Übergänge für $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ Kaskade

Das Bild zeigt, dass für $\Delta I = 1$ die Übergänge mit $m = 0$ nicht erlaubt sind. Die physikalische Begründung dafür wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

Letztendlich interessieren wir uns für die gemessene Intensität, die durch den Betrag des Poynting Vektors gegeben ist:

$$I = |\vec{S}| = \varepsilon_0 c E^2 \propto |X_l^m|^2 \quad (16)$$

Durch Anwendung Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren berechnet man für den Betrag der vektoriellen Kugelflächenfunktion [4]:

$$|X_l^m(\theta)|^2 = \frac{1}{2l(l+1)} [(l(l+1) - m(m+1)) \cdot |Y_l^{m+1}(\cos\theta)|^2 + (l(l+1) - m(m-1)) \cdot |Y_l^{m-1}(\cos\theta)|^2] \quad (17)$$

Durch Einsetzen von $l = 1$ und $m = 0, \pm 1$ bekommt man dann folgende Lösungen:

$$|X_1^0|^2 = \frac{3}{8\pi} \cdot \sin^2\theta; \quad \text{und} \quad |X_1^{\pm 1}|^2 = \frac{3}{16\pi} \cdot (1 + \cos^2\theta) \quad (18)$$

In Abbildung 3 werden die beide Lösungen als Polardiagramme dargestellt.

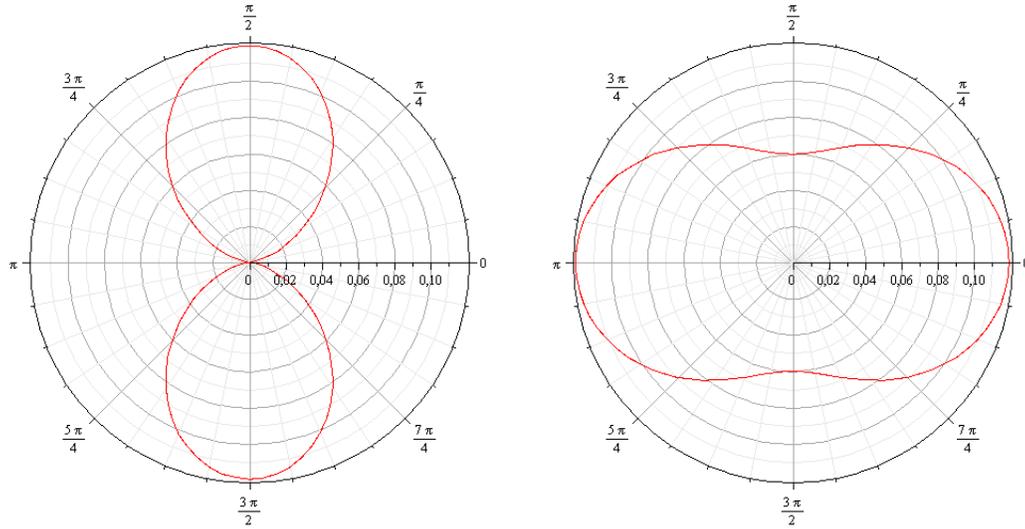


Abbildung 3: Gestalt der vektoriellen Kugelflächenfunktionen. Links: $|X_1^0(\theta)|^2$ Rechts: $|X_1^{\pm 1}(\theta)|^2$

Anhand dieser Bilder ist deutlich zu sehen, dass die Winkelverteilungen und deswegen auch die Intensitäten spiegelsymmetrisch zur 90° -Achse sind. Eine genauere Betrachtung der Gestalt der Kugelflächenfunktion, bzw. des zugeordneten Legendrepolynomes zeigt, dass beim Quadrieren nur gerade Potenzen von $\cos(\theta)$ vorkommen. Es ist auch leicht zu sehen, dass die φ -abhängige Komponente $Q(\varphi) = e^{im\varphi}$ beim Bilden des Betragsquadrats weg fällt. Deswegen ist die Winkelverteilung auch nur von θ abhängig.

Für unsere in Abb. (2) gezeigten Beispiel mit $\Delta I = 1$ sind $|X_1^0(\theta)|^2$ und $|X_1^{\pm 1}(\theta)|^2$ die beiden möglichen Winkelverteilungen. Wie man in Abb. (3) sieht, emittiert nur $|X_1^{\pm 1}(\theta)|^2$ Quanten in z -Richtung. Die Winkelverteilung lässt sich aber nur gegen eine festgelegte z -Achse bestimmen. Es können also mit Hinsicht auf diese Quantisierungsrichtung nur die Zustände mit den magnetischen Quantenzahlen $m = \pm 1$ besetzt werden.

2.3 Die Parität

Die Parität Π ist eine multiplikative Quantenzahl, die den Symmetriecharakter der Wellenfunktion bei Raumspiegelung beschreibt. Durch Spiegelung der Koordinatensystems an der Ursprung:

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r} \tag{19}$$

sollen sich bei Erhaltung der Parität die Eigenschaften des Systems nicht ändern. Die Wellenfunktion darf sich nur um den konstanten Wert Π ändern, wobei eine Rücktransformation wieder die ursprüngliche Funktion liefert, also $\Pi^2 = 1$. Ein System hat die Parität $+1$ wenn gilt [5]:

$$\psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r}) \tag{20}$$

und hat die Parität -1 für:

$$\psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r}). \quad (21)$$

Die Parität ist in der elektromagnetischen Wechselwirkung eine Erhaltungsgröße des Systems. Durch Anwenden des Paritätsoperators auf die Multipolfelder, bekommt man für die elektrische Multipolstrahlung eine Parität von $\Pi = (-1)^l$ und für die magnetische Multipolstrahlung eine Parität von $\Pi = (-1)^{l+1}$. Beim Übergang zwischen Kernzuständen 1 und 2 gilt also die Beziehung:

$$\Pi_1 = (-1)^l \cdot \Pi_2 \quad (22)$$

für elektrische Strahlung und

$$\Pi_1 = (-1)^{l+1} \cdot \Pi_2 \quad (23)$$

für magnetische Strahlung.

Anhand die beide Gleichungen ist es also grundsätzlich möglich zu bestimmen, ob beim Strahlungsübergang eine **Paritätsänderung** stattgefunden hat. In Tabelle (1) sind mehrere Beispiele von γ -Übergängen für unterschiedliche Multipolordnungen und Kernspinänderungen gegeben. Die in Klammern gesetzte M-Strahlungen sind wegen der niedrigen Übergangswahrscheinlichkeit praktisch nicht zu sehen.

Kernspinänderung $ \Delta I $	0	1	2	3	4
Paritätsänderung	E1; (M2)	E1; (M2)	M2; E3	E3; (M4)	M4; E5
keine Paritätsänderung	M1; E2	M1; E2	E2; (M3)	M3; E4	E4; (M5)

Tabelle 1: Multipolordnung El und Ml in Abhängigkeit von der Kernspin- und Paritätsänderung. Entnommen aus [3].

Hinweis: Der Bezeichnung I^+ bzw. I^- bedeutet Kernspin I mit Parität $\Pi = \pm 1$.

2.4 Die Koinzidenzmessung

Wie schon erwähnt wurde, ist die Intensität der emittierten Strahlung durch $I \propto |\vec{X}_l^m(\theta)|^2$ gegeben. Falls die magnetischen Unterniveaus m gleichwahrscheinlich besetzt sind, ist die emittierte Strahlung aber letztendlich eine Überlagerung aller verschiedenen Unterniveaus. Zum Beispiel gibt es für $l = 1$ drei mögliche Unterniveaus: $m = 0, +1, -1$. Damit erhalten wir als Überlagerung:

$$I \propto |\vec{X}_1^0(\theta)|^2 + |\vec{X}_1^{+1}(\theta)|^2 + |\vec{X}_1^{-1}(\theta)|^2 = \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta + \frac{3}{8\pi} (1 + \cos^2\theta) = \frac{3}{4\pi} \quad (24)$$

Die Intensität ist also isotrop über den ganzen Winkel θ . Erst bei einer Ungleichbesetzung der magnetischen Unterzustände, also eine anisotrope Verteilung, ist es möglich, eine Winkelverteilung zu messen.

Die Koinzidenzmessung bietet eine Lösung zu diesem Problem. Es kann letztendlich nur mit Bezug auf eine feste Quantisierungsachse die Winkelverteilung gemessen werden. Durch Emission des ersten γ -Quants wird eine solche Achse festgelegt. Die Unterzustände des Zwischensystems hinsichtlich dieser Richtung sind dann verschieden besetzt: Man bekommt also

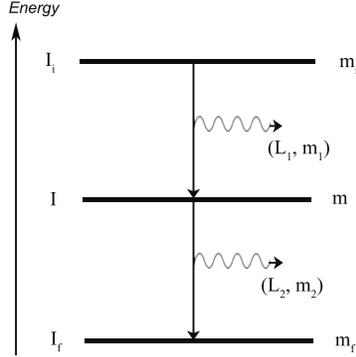


Abbildung 4: Quantenzahlen für $\gamma\gamma$ -Kaskade mit reinen Multipolaritäten

eine Winkelverteilung für das zweite Quant $W(\theta)$. Wie in die Einführung schon erwähnt wurde, interessieren wir uns bei der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation für Zwischenzustände mit extrem kurzen Lebensdauer, so dass beide emittierten Photonen „praktisch zeitgleich“ ankommen (Lebensdauer des Zwischenzustands bis zu $\sim ms$). Ein solches Ereignis wird **Koinzidenz** genannt.

Im Allgemein lässt sich die Winkelverteilung oder „Winkelkorrelation“ $W(\theta)$ in der Form [6]:

$$W(\theta) = 1 + A_2 \cdot P_2(\cos\theta) + A_4 \cdot P_4(\cos\theta) + \dots + A_{2k_{max}} \cdot P_{2k_{max}}(\cos\theta) \quad (25)$$

schreiben, mit

$$k_{max} = \text{Min}(I, L_1, L_2) \quad (26)$$

Hier werden die Drehimpuls Quantenzahlen des ersten und zweiten γ -Quants mit L_1 und L_2 bezeichnet. Die Anfangs-, Zwischen- und Endzustände haben die Kernspin Quantenzahlen: I_i , I und I_f (siehe Abb. 4). $P_\nu(\cos\theta)$ bezeichnen die Legendre Polynome.

Wie oben schon erwähnt wurde, betrachtet man in der Praxis meistens nur Übergänge mit reinen Multipolaritäten. Unter dieser Voraussetzung kann man eine Vereinfachung der Theorie, anders gesagt, eine „Naive Theorie“ verwenden. Wir betrachten nun wieder die Übergangswahrscheinlichkeit eines 2-Niveau-Systems und erhalten:

$$W(I_i, m_i \rightarrow I_f, m_f) = \text{konst.} \cdot G(m_i, m_f) \quad (27)$$

Hier ist der konstante Term durch das Kernmatrixelement gegeben. Der geometrische Term G ist gleich dem Quadrat des Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$G(m_i, m_f) = \langle I_f l m_f M | I_i m_i \rangle^2, \quad (28)$$

wobei die Multipolarität der Strahlung wieder mit l und mit Projektor $M = m_f - m_i$ bezeichnet wird. Für die Winkelverteilung der emittierten Gamma-Strahlung einer orientierten Quelle erhält man [7]:

$$X_l(\theta) = \sum_{m_i, m_f} P(m_i) \cdot \langle I_f l m_f M | I_i m_i \rangle^2 \cdot |\vec{X}_l^{m_i - m_f}(\theta)|, \quad (29)$$

wobei $|\vec{X}_l^{m_i-m_f}(\theta)|$ wieder die vektoriellen Kugelflächefunktionen sind. Wie schon erwähnt wurde, führt die Emission einer isotropen Quelle in eine festgelegte Richtung (z -Achse) zu einer Orientierung im Endzustand, was eine anisotrope Winkelverteilung der zweiten Strahlung zur Folge hat.

Wir betrachten deswegen wieder das Drei-Niveau-System, welches in Abb. 4 zu sehen ist. Wegen der Annahme reiner Multipolaritäten gilt $m_2 = m - m_f$ und $m_1 = m - m_i$. Für die Besetzungswahrscheinlichkeit im mittleren Zustand I , m bekommen wir:

$$P(m) = \sum_{m_i} \langle IL_1 m m_1 | I_i m_i \rangle^2 \cdot |\vec{X}_{L_1}^{m_i-m}(\theta=0)| \quad (30)$$

Dies setzen wir in die Gleichung (29) für den zweiten Strahlungsübergang ein und erhalten für die Winkelkorrelationsfunktion:

$$W(\theta) = \sum_{m_f, m, m_i} \langle IL_1 m m_1 | I_i m_i \rangle^2 \cdot |\vec{X}_{L_1}^{m_i-m}(\theta=0)| \cdot \langle I_f L_2 m_f m_2 | I m \rangle^2 \cdot |\vec{X}_{L_1}^{m-m_f}(\theta)| \quad (31)$$

Die Winkelverteilung lässt sich aber noch weiter simplifizieren. In der Fachliteratur wird die Korrelationsfunktion oft als Summe gerade Potenzen von $\cos\theta$ dargestellt [2]:

$$W(\theta) = 1 + a_2 \cdot \cos^2\theta + a_4 \cdot \cos^4\theta + \dots + a_{2k_{max}} \cdot \cos^{2k_{max}}\theta, \quad (32)$$

wobei die Reihe wieder bei $k_{max} = \min(I, L_1, L_2)$ abbricht. Es wurde auch das erste Glied auf 1 normiert, so dass man sich in der Praxis meistens nur für die Koeffizienten a_2 und a_4 interessiert. Sie können experimentell aus einer gemessenen Winkelverteilung bestimmt werden. Es werden in Tabelle 2 die theoretischen Zahlenwerte für a_2 und a_4 für einige γ -Kaskaden angegeben.

Kaskade $I_i(L_1) I(L_2) I_f$	a_2	a_4
0(1) 1(1) 0	+1	0
1(1) 1(1) 0	$-\frac{1}{3}$	0
1(2) 1(1) 0	$-\frac{1}{3}$	0
2(1) 1(1) 0	$-\frac{1}{3}$	0
3(2) 1(1) 0	$-\frac{3}{29}$	0
0(2) 2(2) 0	-3	+4
1(1) 2(2) 0	$-\frac{1}{3}$	0
2(1) 2(2) 0	$+\frac{3}{7}$	0
2(2) 2(2) 0	$-\frac{15}{13}$	$+\frac{16}{13}$
3(1) 2(2) 0	$-\frac{3}{29}$	0
4(2) 2(2) 0	$+\frac{1}{8}$	$+\frac{1}{24}$

Tabelle 2: Die Koeffizienten a_2 und a_4 für einige γ -Kaskaden, entnommen aus [2].

Anhand dieser Tabelle werden die Begrenzungen der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation als Messmethode direkt klar. Die gemessene Winkelverteilung liefert keine eindeutige Zuordnung der Koeffizienten zu einer bestimmten Kaskade. Außerdem liefert diese Methode keine eindeutigen Informationen über die Parität des Zustands, da die obigen Ergebnisse sowohl für elektrische als auch magnetische Strahlung gelten. Information über die Parität kann nur über ein schon zum Teil bekanntes Bild des Zerfallsschemas gewonnen werden.

2.5 Wahre und zufällige Koinzidenzen

Man unterscheidet zwischen wahren Koinzidenzen, die Rückschlüsse auf physikalische Reaktionen erlauben, und zufälligen Koinzidenzen, die durch Hintergrund- Ereignisse, Rauschen oder Ähnliches entstehen. Weist man zwei Ereignissen die Einzelnachweiswahrscheinlichkeit p_1 und p_2 zu, so ergeben sich die Einzelzählraten für die beiden Ereignisse zu $N_1 = p_1 \cdot A$ und $N_2 = p_2 \cdot A$, wobei vorausgesetzt wird, dass beide Ereignisse von der selben Quelle mit Aktivität A ausgehen. Die echte Koinzidenzzählrate, also die Zählrate für gemeinsames Eintreten beider Ereignisse, ergibt sich somit zu $N_{real}^{coinc} = p_1 \cdot p_2 \cdot A$. Zur gemessenen Koinzidenzzählrate $N_{measured}^{coinc}$ trägt aber auch die Zählrate der zufälligen Koinzidenzen N_{rand}^{coinc} bei. Es gilt:

$$N_{measured}^{coinc} = N_{real}^{coinc} + N_{rand}^{coinc} \quad (33)$$

Bei der Betrachtung der zufälligen Koinzidenzen ist die Auflösungszeit von Bedeutung, da die Zählrate N_{rand}^{coinc} beschreibt, wie viele Ereignisse in der Auflösungszeit unabhängig von physikalischen Reaktionen auftreten. Die Auflösungszeit des Messverfahrens wird durch die Impulsbreite, Anstiegszeit des Pulses und Schaltzeiten der verwendeten Geräte bestimmt. Nimmt man idealerweise an, dass beide Ereignisse die gleiche Zeit τ benötigen, so gilt für die Auflösungszeit $T_A = 2\tau$. Es ergibt sich somit [8]

$$N_{rand}^{coinc} = T_A \cdot N_1 \cdot N_2 = 2\tau \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot A^2 \quad (34)$$

Die Auflösungszeit ist so zu wählen, dass zwar alle echten Koinzidenzen erfasst werden, aber gleichzeitig möglichst wenig zufällige Koinzidenzen auftreten. Es ist also nötig die optimale Auflösungszeit zu bestimmen (siehe Kap. 4.2).

2.6 Radioaktive Probe: ^{22}Na

Als erstes betrachten wir das langlebigste künstliche Isotop von Natrium, ^{22}Na , das eine Halbwertszeit von 2.60 Jahren besitzt[8]. Das Isotop wird durch β^+ -Zerfall (unter Aussendung eines Positrons) in Neon umgewandelt:



Die emittierten Positronen annihilieren mit Elektronen des Natriums selbst oder mit Elektronen des Aufbaus (siehe Abb. 5).

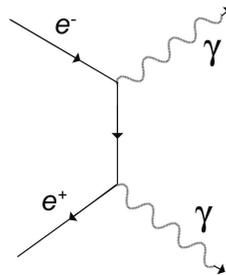


Abbildung 5: e^-e^+ -Annihilation

Bei diesem Prozess entstehen zwei Photonen, die aus Gründen der Impulserhaltung in einem Winkel von 180° auseinander fliegen. Für genau diesen Grund erweist sich das Isotop in der Koinzidenzmessung als sehr nützlich. Die ideale Winkelverteilung besitzt die Form $W(\theta) = \delta(\theta - \pi)$, was mit Messungen des Koinzidenzaufbaus verglichen werden kann. Daraus lässt sich leicht die Funktionstüchtigkeit des Aufbaus überprüfen und gleichzeitig ein systematischer Fehler auf der Winkelmessung abschätzen.

Die wichtigsten Übergänge werden in Abb. 6 gezeigt. Der wahrscheinlichste Übergang ist der 0.5459MeV β^+ -Übergang:

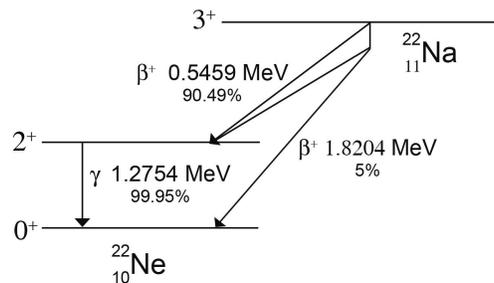


Abbildung 6: Simplifiziertes Zerfallsschema für ^{22}Na mit Übergangsenergien und -wahrscheinlichkeiten

2.7 Radioaktive Probe: ^{60}Co

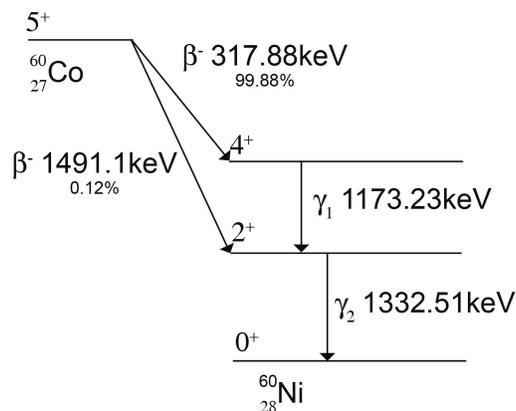


Abbildung 7: Simplifiziertes Zerfallsschema für ^{60}Co mit Übergangsenergien und -wahrscheinlichkeiten

^{60}Co ist für die $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation besonders gut geeignet, nicht zuletzt wegen seines recht übersichtlichen Zerfallsschemas mit einer relativ eindeutigen Zerfallsart (Abb. 7). Das Isotop

wird zunächst durch β^- -Zerfall in Nickel umgewandelt:



wobei der Kern sich dann in zwei möglichen Anregungszuständen befindet. Nach anschließender Emission zweier γ -Quanten (oder zu 0.12% eines Quants) befindet sich der Kern dann im Grundzustand. Die Lebensdauer des 2^+ -Zwischenzustands beträgt nur 0.7 ps , so dass bei der häufigsten Zerfallsart die Emission des zweiten γ -Quants als Koinzidenz gut messbar ist [9].

Wie man in dem Zerfallsschema sieht, geht es hier um eine $4(2) - 2(2) - 0$ Kaskade. Mit Hilfe der Tabelle 2 auf Seite 12 und Verwendung der Gleichung (32) erwartet man bei einer Koinzidenzmessung folgender Korrelationsfunktion:

$$W(\theta) = 1 + \frac{1}{8} \cdot \cos^2(\theta) + \frac{1}{24} \cdot \cos^4(\theta) \quad (37)$$

Höhere Potenzen von $\cos(\theta)$ tragen nicht zur Korrelationsfunktion bei, wegen der Nebenbedingung in Gleichung (32). Für diese Zerfallskaskade gilt:

$$k_{max} = \min(I, L_1, L_2) = 2 \quad (38)$$

Mit Hilfe Tabelle 1 auf Seite 10 erkennt man, dass es sich bei beiden Übergängen um elektrische Quadropolstrahlung handelt.

3 Verwendete Hardware

3.1 Schnelle und langsame Koinzidenzschaltung

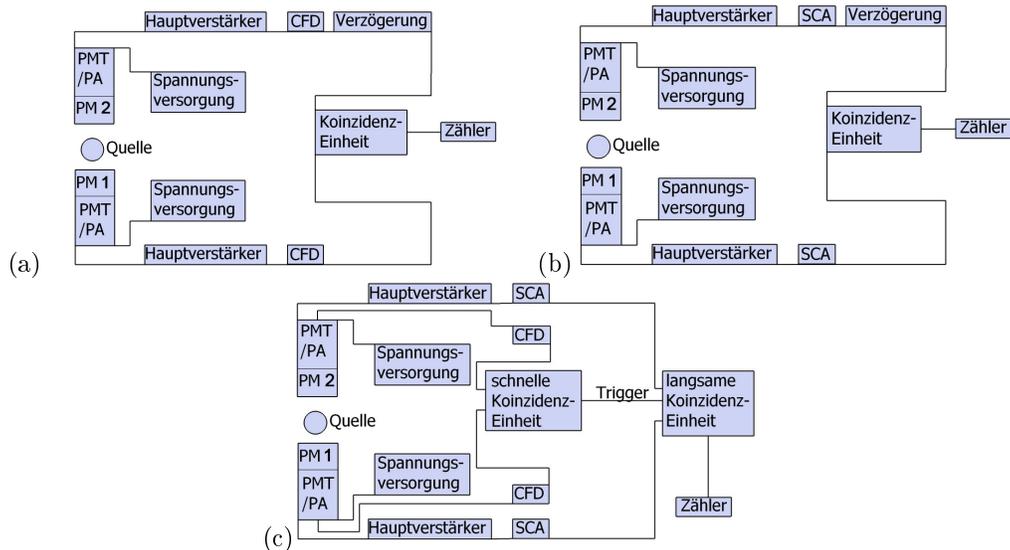


Abbildung 8: Schaltprinzipien für: (a) schnelle Koinzidenzschaltung mit CFD und zeitlicher Sortierung der Signale (b) langsame Koinzidenzschaltung mit SCA und Sortierung der Signale nach Pulshöhen (c) kombinierte schnell-langsame Koinzidenzschaltung, bei der der langsame Kreis mit SCA durch den schnellen Kreis getriggert wird

In der Messtechnik werden drei Koinzidenzverfahren unterschieden, die unterschiedlichen Anforderungen gerecht werden. Die schnelle Koinzidenz liefert eine gute Zeitauflösung, die langsame Koinzidenz eine gute Energieauflösung und die schnell-langsame Koinzidenz ist eine Kombination beider Verfahren. Bei allen drei Verfahren ist das erste Glied im messtechnischen Aufbau der Detektor. Dieser registriert im vorliegenden Fall die Photonen und erzeugt einen Spannungspuls, dessen Höhe proportional zur Energie der registrierten Photonen ist.

Im Verfahren der schnellen Koinzidenz wird das Signal vom Photomultiplier verstärkt und dann an einen Konstant-Verhältnis-Diskriminator (engl. Constant Fraction Discriminator, CFD) weitergeleitet. Dieser dient zum Setzen von genauen Zeitmarken und sendet logische Pulse aus. Die logischen Signale aus beiden CFDs werden im weiteren in einer Koinzidenzeinheit zusammengeführt, die genau dann ein Signal aussendet, wenn beide Signale im Rahmen der eingestellten Auflösungszeit zusammentreffen. Je nach verwendeter Elektronik muss im Aufbau durch den Einbau einer Verzögerungseinheit (engl. Delay) berücksichtigt werden, dass ein Zweig das Signal schneller verarbeitet als der Andere. Die Signale der Koinzidenzeinheit können dann etwa mit einem Zähler (engl. Counter) addiert werden.

Für eine langsame Koinzidenz wird das Signal nach dem Hauptverstärker in einen Einkanalanalysator (engl. Single Channel Analyzer, SCA) geleitet. Dort werden die Pulse nach ihrer Pulshöhe, die proportional zur eingegangenen Photonenenergie ist, sortiert und nur dann

logische Pulse ausgesendet, wenn die Pulshöhen in einem ausgewählten Bereich liegen. Die Signale aus den SCAs werden dann ebenfalls nach dem Durchlaufen einer Verzögerungsschleife in einer Koinzidenzeinheit zusammengeführt und mit einem Zähler ausgewertet.

Die Auflösungszeit des schnellen Koinzidenzkreises ist deutlich kürzer (ca. 4 ns) als die des langsamen Koinzidenzkreises (ca. 500 ns). Dies nutzt man im kombinierten schnell- langsamen Koinzidenzverfahren, in dem man den schnellen Koinzidenzkreis verwendet, um den langsamen zu triggern.

3.2 NIM Standard und Verzögerung von Signalen

Ein Standard für mechanische Maße und elektrische Größen in der Kern- und Teilchenphysik beruht auf einzelnen Bausteinen, den Nuclear Instrument Modulen (NIM). In diesem Standard sind Größen für die Außenmaße für elektrische Module definiert. Grundprinzip ist, dass jedes Modul in jede Halterung passt. Deswegen ist auch die Steckerbelegung zur Spannungsversorgung vereinheitlicht. Die Spannung wird über den Rahmen, das NIM-Grade, bereitgestellt. Alle beschriebenen Module sind NIM Standard.

Als Verbindungskabel zwischen den Modulen werden Koaxialkabel verwendet. Diese bestehen aus einem zylinderförmigen Kondensator mit Dielektrikum. Die verwendeten Kabel verzögern das Signal um etwa 5.14 ns pro Meter Kabel. Dieser Effekt wird in Verzögerungseinheiten genutzt, indem Kabelstücke verschiedener Länge mittels Schalter beliebig kombiniert werden können. Eine Reihenschaltung mehrerer Verzögerungseinheiten ist problemlos möglich, wobei zu beachten ist, dass jedes Modul und jede Zwischenverbindung wieder von sich aus schon eine Verzögerung von $2.5\text{ }\mu\text{s}$ mit sich bringt. Meist, insbesondere bei einer Koinzidenzschaltung, ist die Zeitdifferenz zwischen zwei Signalen relevant. Ein Zeitunterschied kann ausgeglichen werden, indem das zu frühe Signal durch ein längeres Kabel, im Versuchsaufbau die Verzögerungseinheiten, geschickt wird.

3.3 Hauptverstärker (Amplifier)

Für beide Detektoren wird der gleiche Typ von Hauptverstärker verwendet. Dieses Modul bietet zum einen eine Verstärkung des Signals mittels grober und feiner Einstellung (engl. coarse bzw. fine gain), zum anderen eine Signalmodellierung (engl. shaping). Die Verstärkereinstellungen werden so gewählt, dass am Pulshöhenanalysator alle Kanäle mit dem betrachteten Energiebereich ausgenutzt werden. Beim verwendeten Pulshöhenanalysator bedeutet dies, dass die Spannungspulse zwischen 0 V und 10 V liegen. Die Signale des Vorverstärkers, bewegen sich im mV -Bereich, so dass passende Verstärkungsfaktoren sich im Bereich von 150 bis 550 bewegen. Da von den PMs und den jeweiligen Vorverstärkern unterschiedliche Signalstärken kommen, unterscheidet sich die Verstärkungsfaktoren in den Hauptverstärkern zwischen beiden Zweigen. Der Verstärkungsfaktor ergibt sich multiplikativ aus feinem und groben Verstärkungsfaktor. Zu beachten ist noch, dass die Vorverstärker die Signale in unterschiedlicher Polarität ausgeben. PM1 verwendet positive und PM2 negative Spannungspulse. In den Hauptverstärkern ist die Polarität entsprechend einzustellen.

Die Signalmodellierung dient einer Verbesserung des Signal- Rausch- Verhältnisses. Als Signal wird eine Gaußkurvenform verwendet. Die Formzeit (engl. Shaping Time) entspricht dabei geometrisch gesprochen der Standardabweichung, ist also ein Maß für die Pulsbreite. Die Formzeit ist dabei so zu wählen, dass die Zeit ausreicht, um alle Ladungen vom Detektor zu

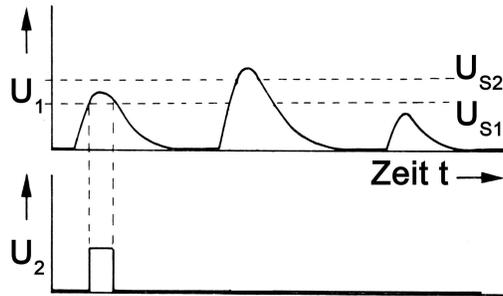


Abbildung 9: Skizze zur Pulsfolge am Einkanaldiskriminator. Der erste Pulsberg im Eingangstrom U_1 liegt im eingestellten Fenster zwischen U_{S1} und U_{S2} . Dieser Pulsberg erzeugt einen logischen Rechteckpuls im Ausgangsstrom U_2 .

sammeln und gleichzeitig kurz genug ist, um hohe Zählraten zu ermöglichen. Je länger die Formzeit ist, desto besser ist dabei das Signal- Rausch- Verhältnis. Ist die Formzeit aber zu groß gewählt, so können bei hoher Zählrate mehrere getrennte Ereignisse zu einem addiert werden. Üblich sind Formzeiten bei modernen Photomultipliern von $0.5 \mu s$ bis $2 \mu s$.

Die Hauptverstärker bieten zwei Ausgänge, einen mit unipolarem und einen mit bipolarem Signal. Das bipolare Signal hat den Vorteil, dass die Lage des Nulldurchgangs amplitudenu-nabhängig ist, sich also gut als Zeitsignal eignet. Dafür unterliegt das bipolare Signal einem höheren Rauschen als das unipolare Signal, was für die Spektroskopie und die Koinzidenz-messung verwendet wird.

3.4 Einkanaldiskriminator (Single Channel Analyzer, SCA)

Als Einkanaldiskriminatoren werden zwei unterschiedliche Module verwendet, die aber auf die gleiche Art und Weise arbeiten und sich nur einigen Details unterscheiden.

Die grundsätzliche Aufgabe eines SCAs ist es, Signale, deren Amplitude unterhalb oder oberhalb eines eingestellten Wertes liegen zu eliminieren. Im vorliegenden Fall werden nur Signale durchgelassen, deren Amplitude innerhalb eines eingestellten Fensters liegt. Für jeden Puls im Fenster erzeugen die SCAs einen logischen Rechteckpuls. Eingestellt werden die untere Grenze E und das Fenster ΔE , worüber die obere Grenze $E + \Delta E$ definiert ist. Als untere Grenze sind beide SCAs von 0 V bis 10 V einstellbar. Im SCA des Zweiges von PM1 lässt sich die Skala des Fensters zwischen 1 V und 10 V umschalten, was eine deutlich feinere Einstellung zulässt als beim anderen SCA, der nur eine 10 V Skala für die Einstellung des Fensters bietet.

3.5 Analog- Digital Konverter (ADC) und Pulshöhenanalysator (PHA)

Für die Energiespektroskopie wird gemessen, wie oft welche Energie in einem gewissen Zeitraum auftritt. Dazu werden die Energien in verschiedene Kanäle eingeteilt. So akzeptiert der verwendete Analog- Digital- Konverter (engl. Analog- Digital- Converter, ADC) Pulse von 0 bis 10 V Höhe. Dieser Bereich ist unterteilt in 8192 gleich breite Kanäle. Für jeden Puls, der

einem bestimmten Kanal zugeordnet wird, erhöht sich die Anzahl im jeweiligen Kanal um eins.

Ausgelesen und gesteuert werden ADC und PHA im vorliegenden Versuch durch die Software *Genie 2000* der Firma Canberra. Diese ermöglicht Einstellung von Messzeiten und Anzahl der Kanäle, aber auch das Setzen von unterer und oberer Diskriminatorschwelle. Letzteres schneidet Rauschen mit geringer Spannungsamplitude ab. Für eine bessere Energieauflösung ist es sinnvoll, die Anzahl der Kanäle auf den höchst möglichen Wert von 8192 einzustellen. Die Software bietet noch eine Vielzahl weiterer Möglichkeiten wie eine automatische Energie-Kanal-Kalibrierung, die aber nicht verwendet wird. Die Daten der Software können als ASCII Files (.TKA) gespeichert werden, in denen die ersten zwei Zeilen die vorgegebene und die tatsächliche Messzeit angeben. Jede weitere Zeile entspricht einem Kanal.

3.6 Koinzidenzeinheit und Counter

Die Aufgabe der Koinzidenzeinheit besteht darin einen logischen Puls auszusenden, wenn zwei oder mehr Signale in einem gewissen Zeitfenster ankommen. Das Gegenteil ist die Anti-koinzidenz, bei der kein Puls gesendet werden soll, wenn zwei Signale in der Auflösungszeit zusammen fallen. Das verwendete Modul kann zwischen zwei Zeitstufen umgeschaltet werden. Es unterstützt die Bereiche von 10 ns bis 100 ns und von $0.1\text{ }\mu\text{s}$ bis $1\text{ }\mu\text{s}$. Dabei ist zu beachten, dass die Einstellungen am Drehrad nicht linear erfolgen. Beachten Sie deshalb unbedingt die Seite 4-3 in der entsprechenden Anleitung von Canberra (Model 2040 Coincidence Analyzer), die am Praktikumsplatz ausliegt.

An die Koinzidenzeinheit wird ein Zähler angeschlossen, der die logischen Pulse zählt. Das verwendete Modul hat zudem eine Uhr, so dass eine Messzeit eingestellt werden kann. Der Zähler hat zwei Kanäle auf denen parallel gezählt werden kann. Die Zählerstände werden auf einem Display eingestellt. Das Zurücksetzen erfolgt über einen Druckknopf, ebenso das Starten und Stoppen der Messung. Über die Uhr kann eine maximale Messzeit wahlweise in 0.01 Sekunden oder 0.01 Minuten eingestellt werden. Zu beachten ist dabei, dass die Zeit in der Schreibweise $NM \cdot 10^p$ eingegeben wird. Das bedeutet N gibt die 10er, M die 1er und p die Potenz von 10 im gewählten Einheitenbereich an. Stellungen von N und M auf 0 schalten die Uhr aus.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Energiespektroskopie

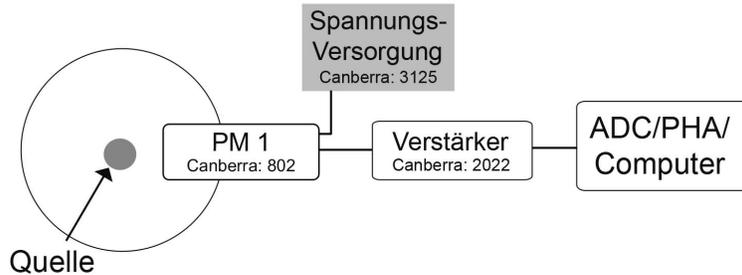


Abbildung 10: Aufbau zur Energiespektroskopie

- Versorgen Sie den PM1, der festmontiert ist, mit einer Hochspannung von 490V (*Canberra* Dual H.V. Supply, Verkabelung ist bereits angeschlossen). Beachten Sie dabei die Zifferndarstellung auf dem HV Power Supply: die kleinste angezeigte Ziffer entspricht 10V
- Stecken Sie das Signalkabel des PM1 (schwarzes Kabel mit rotem Kopf) in den Eingang eines Amplifiers. Setzen Sie die Polarität auf + und verbinden Sie den unipolaren Ausgang des Amplifiers mit dem ADC bzw. PHA, die in den PC eingebaut sind (Kabel das zum PC führt). Als Shaping Time wählen Sie $0.5 \mu\text{s}$.
- Platzieren Sie die Eu^{152} Probe vor dem Detektor und drücken Sie auf *Start* um die Messung zu beginnen. Wählen Sie die Verstärkungseinstellungen so, dass Sie das gesamte Spektrum erfassen. Sie müssen dabei etwa 30 Sekunden warten, bis sich alle Peaks erkennbar herausgebildet haben. Hinweis: *auf der rechten Seite sollen 3 kleine Peaks erkennbar sein plus ein vierter Peak ganz rechts!* Ihre gewählten Verstärkereinstellungen sollten sich im Bereich von 300×0.60 bewegen.
- Zeichnen Sie die Spektren von Eu^{152} , Co^{60} , Na^{22} , Cs^{137} für jeweils 10 Minuten auf und speichern Sie die Spektren jeweils unter dem Dateiformat *.tka*. Dadurch wird eine ASCII-Datei erzeugt. Im erzeugten File wird in der ersten Zeile die eingestellte Messzeit und in der zweiten Zeile die tatsächlich gemessene Zeit in Sekunden angegeben. Jede weitere Zeile entspricht einem Kanal des VKA. Machen Sie zusätzlich eine Leermessung um mögliche Hintergrundeffekte abzuschätzen.
- Aus diesen Messungen sollen Sie zu Hause Energieauflösung und Effizienz des Detektors bestimmen. Überlegen Sie sich, welche weiteren Größen Sie dafür bestimmen müssen und notieren Sie diese. Nutzen Sie die Zeit der Datenaufnahme, um sich mit Hilfe des zweiten Detektors und des Oszilloskops mit den verschiedenen Modulen vertraut zu machen. Betrachten Sie die Signalveränderungen bei unterschiedlichen Shaping- Time Einstellungen und die Unterschiede zwischen uni- und bipolarem Signal. Hinweis: *Verwenden Sie ggf. die Single Seq. Taste am Oszilloskop.*

4.2 Koinzidenzmessung

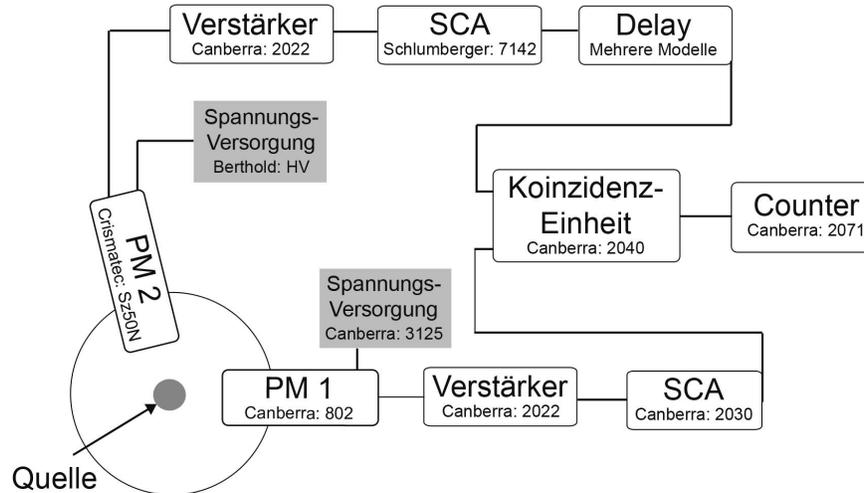


Figure 11: Der Versuchsaufbau zur Koinzidenzmessung

4.2.1 Annihilationspeak von Na^{22}

- Versorgen Sie den $PM2$ mit einer Hochspannung von 365V (*Berthold High Voltage Supply*). Stecken Sie das Signalkabel des $PM2$ (schwarzes Kabel mit gelbem Kopf) in den Eingang des zweiten Hauptverstärkers. Setzen Sie die Polarität auf negativ und stellen Sie eine Shaping Time von $0.5 \mu s$ ein. Plazieren Sie die ^{60}Co Quelle vor dem Detektor und wählen Sie wie zuvor mit Hilfe des PHA eine gute Verstärkereinstellung von ca. 1000×0.40 .
- Verbinden Sie jeweils die unipolaren Ausgänge der Amplifier mit den Eingängen der SCAs. Der $PM1$ -Zweig sollte mit dem Modell 2030 SCA von *Canberra* verbunden werden, der $PM2$ -Zweig mit dem SCA der Firma *Schlumberger*. Als nächste, verbinden Sie den Ausgang des SCAs mit dem Eingang des Counters. Plazieren Sie nun die ^{22}Na Quelle vor dem Detektor. Stellen Sie eine feste Fenstereinstellung (Window ΔE) von 0.2V und fahren Sie das Spektrum ab. Variieren Sie dazu den *Lower Level E* in 0.20V Schritte von 0 – 10V und suchen Sie bei welchem Spannungswert der Annihilationspeak bei den beiden Detektoren zu finden ist. Ihre Fenstereinstellung sollte ungefähr 0.8 V betragen. Wählen Sie auf der Basis dieser Ergebnisse ihre SCA Einstellungen.
- Als nächstes ist es notwendig die Auflösungszeit (“Resolving Time”) und die optimale Verzögerung des Aufbaus zu bestimmen. Plazieren Sie die Na^{22} Probe zwischen beiden Detektoren. Drehen Sie die Resolving Time der Koinzidenzeinheit auf den maximal möglichen Wert. Verbinden Sie einen SCA- Ausgang *Window Out* mit dem Eingang des Delaymoduls. Dann verbinden Sie den Ausgang der Delaymodule, sowie den zweiten SCA Ausgang mit der Koinzidenzeinheit. Die Koinzidenzeinheit wird mit dem Counter

verbunden. Die beiden Kanäle müssen an der Koinzidenzeinheit auf "IN" geschaltet werden. Fahren Sie nun in 60 ns Schritten die Verzögerungen durch und notieren Sie jeweils die Counteranzeige nach einer festen Meßzeit von z.B. 10 sec . Wenn Sie die gezählten Ereignisse gegen die Verzögerungszeit auftragen ergibt sich eine annähernde Rechteckfunktion. Beachten Sie, dass jedes Delaymodul auch ohne zugeschaltete Schleifen eine Verzögerung von $2.5\ \mu\text{s}$ bedeutet. Hinweis: *Die schwarzen Delaymodule beinhalten zwei Einheiten!* Nachdem Sie für einen PM alle Verzögerungszeiten durchlaufen haben, verbinden Sie beide SCA- Ausgänge direkt mit der Koinzidenzeinheit. Diese Messung entspricht der Verzögerung von 0 ns . Danach verzögern Sie den anderen PM.

Abhängigkeit der Zählrate von der gewählten Verzögerung

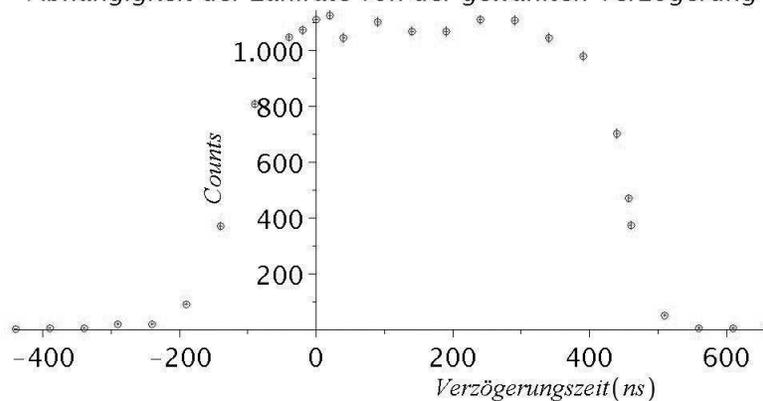


Figure 12: Gemessene Koinzidenzrate bei Variation der Verzögerung je eines Signals der PMs. Verzögerung des PM1 wird negativ gezählt.

- Die Breite der Verteilung (FWHM) entspricht ihrer *Resolving Time*. Stellen Sie mittels der Umrechnung in der Anleitung von Canberra die *Resolving Time* an der Koinzidenzeinheit ein. Auf der Seite 4-3 der Canberra Anleitung lesen Sie auf der y -Achse die von ihnen ermittelte Auflösungszeit ab und bestimmen mit Hilfe des Graphen den Wert auf der x -Achse, den Sie dann am Zählrad einstellen. Die Mitte der Verteilung entspricht ihrer optimalen Verzögerungszeit, die Sie ebenfalls einstellen.
- Das Signal aus einem SCA sollte nun die Delayeinheiten durchlaufen und dann in der Koinzidenzeinheit auf das Signal aus dem zweiten SCA treffen. Kontrollieren Sie mit dem Meßschieber den Abstand zwischen den Detektoren und der Quelle (8 cm) und die Öffnung der Bleikeile vor der Detektoren (Innenkante 0.5 cm an ihrer breitesten Stelle).
- Nutzen Sie die folgenden Messungen, um sich mit der Funktionsweise der Module vertraut zu machen. Nutzen Sie dazu das bereitliegende T-Stück um ein Signal aufzuteilen. Betrachten Sie das unipolare Ausgangssignal und den SCA-Rechteckpuls auf dem Oszilloskop. Betrachten Sie beide SCA-Rechteckpulse.
- Messen Sie nun von 170° bis 190° in 2° Schritten mit beiden Detektoren in Koinzidenz für eine Messzeit von je 2 Minuten.

4.2.2 Winkelverteilung von Co^{60}

- Verbinden Sie jeweils die unipolaren Ausgänge der Amplifier mit den Eingängen der SCAs. Stellen Sie eine feste Fenstereinstellung (Window ΔE) von 0.2V ein und fahren Sie das Spektrum ab. Variieren Sie dazu den *Lower Level E* in 0.20V Schritte von 0 – 10V und suchen Sie bei welchen Spannungswerte die beiden Peaks zu finden sind. Stellen Sie auf Basis dieser Ergebnisse die SCAs auf je einen Photopeak ein.
- Verbinden Sie nun wieder alle Kabel so, wie zum letzten Schritt zum Messen des Annihilationspeaks von Na^{22} .
- Messen Sie wie Winkelverteilung von Co^{60} von 180° bis 270° in 10° Schritten. Die Messzeit sollte jeweils rund 5 Minuten betragen. Führen Sie jede Messung 3 mal pro Winkeleinstellung durch.
- Verzögern Sie zum Schluß einen *PM* maximal. Messen Sie noch einmal 5 Minuten und ziehen Sie die gemessene Anzahl von ihren vorherigen Ergebnissen ab. Was messen Sie bei dieser Einstellung und warum ziehen Sie die Messungen voneinander ab?

5 Auswertung

5.1 Energiespektographie

1. Zeichnen Sie die Spektren von Eu^{152} , Co^{60} , Na^{22} und Cs^{137} auf. Identifizieren Sie jeweils die Lage des Photopeaks und falls möglich der Comptonkante.
2. Erstellen Sie eine Kallibrationsgerade zwischen der Photonen Energie und der Kanalnummer. Bestimmen Sie dazu die Lage der Photopeaks durch eine Anpassung eine Gaußkurve mit linearen Untergrund.
3. Bestimmen Sie die Energieauflösung des Szintillators in Abhängigkeit von der Energie, indem Sie die Halbwertsbreiten der Photopeaks herausfinden. Bestimmen Sie die Koeffizienten a und b gemäß Gleichung (1).
4. Bestimmen Sie die Effizienz ε des Detektors aus dem gemessenen Raten der Photopeaks. Berechnen Sie dazu die Aktivität der verwendeten Proben am Versuchstag.

5.2 Koinzidenzmessung

5.2.1 Annihilationspeak von Na^{22}

1. Tragen Sie die gezählten Ereignisse gegen die Verzögerungszeit. Bestimmen Sie daraus die Auflösungszeit und die optimale Verzögerung des Aufbaus.
2. Es soll nun die Zählraten der Koinzidenzmessung gegen der Winkel θ aufgetragen werden und eine Gaußkurve angepasst werden. Wo liegt die Mittelwert der Verteilung? Wie groß ist die Standardabweichung? In wie weit entspricht dies der theoretischen Erwartung

(siehe Kap. 2.6)? Nehmen Sie im folgenden die Standardabweichung der Gaußkurve als statistischen Fehler auf die Winkelmessung an. Korrigieren Sie gegebenenfalls die Winkelwerte um eine systematische Abweichung.

5.2.2 Winkelverteilung von Co^{60}

1. Zeichnen Sie die Korrelationsfunktion $W(\theta)$ für den Winkelbereich $180^\circ - 270^\circ$, wobei:

$$W(\theta) = N_{measured}^{coinc}(\theta) / N_{measured}^{coinc}(270^\circ) \quad (39)$$

2. Es soll nun eine Anpassung der Form

$$W(\theta) = 1 + a_2 \cdot \cos^2(\theta) + a_4 \cdot \cos^4(\theta) + \dots \quad (40)$$

gemacht werden. Bis zur welcher Potenz von $\cos(\theta)$ sollte man hier anpassen und warum? Bestätigen Sie die theoretische Werte der Koeffizienten a_i , sowie der Güte ihrer Anpassung (Fehlerrechnung!).

Literatur

- [1] Glenn F. Knoll: *Radiation Detection and Measurement*. John Wiley & Sons, New York, 1979.
- [2] Haro v. Buttlar: *Einführung in die Grundlagen der Kernphysik*, Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main, 1964.
- [3] T. Mayer-Kuckuk: *Physik der Atomkerne*, Teubner Studienbücher, Stuttgart, 1994.
- [4] Jackson, *Classical Electrodynamics*, J. Wiley and Sons.
- [5] W.N. Cottingham & D.A. Greenwood: *An Introduction to Nuclear Physics*, Cambridge University Press.
- [6] M.J. Martin & P.H. Blichert-Toft: *Radioactive Atoms*, Nuclear Data Project, Oak Ridge, Tennessee, 1970.
- [7] Erwin Bodenstedt: *Experimente der Kernphysik und ihre Deutung*, B.I. Wissenschaftsverlag
- [8] H.U. Schmidt: *Meßelektronik in der Kernphysik*, B.G. Teubner, Stuttgart, 1986.
- [9] M.J. Martin & P.H. Blichert-Toft: *Radioactive Atoms*, Nuclear Data Project, Oak Ridge, Tennessee, 1970.