Statistik, Fehlerrechnung, Auswertung von Messungen

Vorbereitungskurs F-Praktikum Physik, Teil B
RWTH Aachen

Thomas Hebbeker

Übungsaufgaben (Teil II):

1. Poisson

   Überprüfen Sie, ob die Poissonverteilung

$$f(n) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^n}{n!}$$

   auf 1 normiert ist.

2. Binomial

   In der Physik mißt man oft Asymmetrien A. Bei einer vorgegebenen Zahl von Ereignissen N teilt man alle in genau zwei Klassen A und B auf, mit den zugehörigen Ereigniszahlen N_A und $N_B = N - N_A$. Dann

$$A = \frac{N_A - N_B}{N_A + N_B}$$

   Beispiel: Stern-Gerlach-Versuch, Atome mit Spin 'up' und 'down'. Asymmetrien haben den Vorteil, daß zur Bestimmung keine absolute Normierung erforderlich ist (tritt in Zähler und Nenner auf und 'fällt raus'). Zeigen Sie, dass der statistische Fehler der Asymmetrie gegeben ist durch

$$\Delta A = \frac{1}{\sqrt{N}}\,\sqrt{1 - A^2}$$

3. Kovarianzmatrizen

   Die Koordinaten $x = 7.1$, $y = 12.3$ eines rechtwinkligen Koordinatensystem werden mit den Fehlern $\sigma_x = 0.4$ und $\sigma_y = 0.5$ gemessen. Der Korrelationskoeffizient ρ_{xy} sei null.

   i) Bestimmen Sie $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ und den Fehler.
   ii) Geben Sie die Kovarianzmatrix $V(x, y)$ an.
   iii) Machen Sie eine Variablentransformation $(x, y) \to (r, \phi)$ nach Polarkoordinaten mit

$$x = r\cos\phi \qquad y = r\sin\phi$$

   Berechnen Sie die entsprechende Kovarianzmatrix $V(r, \phi)$.
   iv) Bestimmen Sie den Korrelationskoeffizienten $\rho_{r\phi}$.
   v) Berechnen Sie mit Hilfe der neuen Kovarianzmatrix noch einmal den Fehler von R.

4. Fehlerfortpflanzung

   Masse (in kg) $m = 3.1$ und Geschwindigkeit (in m/s) $v = 12.8$ eines nichtrelativistischen Teilchens wurden gemessen. Die entsprechenden Fehler sind $\sigma_m = 0.4$ und $\sigma_v = 0.7$, der Korrelationskoeffizient beträgt $\rho_{mv} = -0.3$. Bestimmen Sie die kinetische Energie und den Fehler.

5. Monte Carlo

   a) Benutzen Sie einen (besseren) Taschenrechner, um einige Zufallszahlen x_i zu erzeugen. Diese sollen flach verteilt sein im Intervall $(0, 1)$. Füllen Sie ein Histogramm und überprüfen Sie dies (grob).

   b) Erzeugen Sie wieder wie unter a) uniform verteilte Zufallszahlen x_i und bilden Sie jeweils die neue Zufallszahl

   $$y_i = -5 \cdot \ln x_i$$

   und tragen Sie die Häufigkeitsverteilung der y_i auf. Was ist das für eine Verteilung ? Können Sie das verstehen ?