

Der Tanz der Jupiter-Monde

oder

Auf den Spuren Ole Rømers

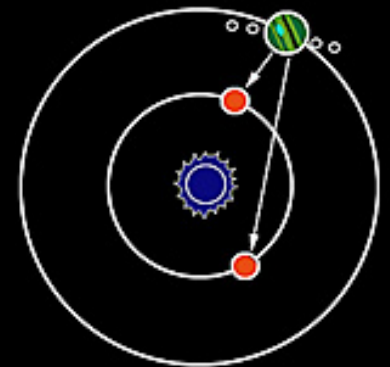
Motivation

- Messung der Bahndaten der 4 Galileischen Jupitermonde
Umlaufzeiten, Bahnradien

- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes $P^2 \sim a^3$

- Berechnung der Jupitermasse $\left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{GM}$

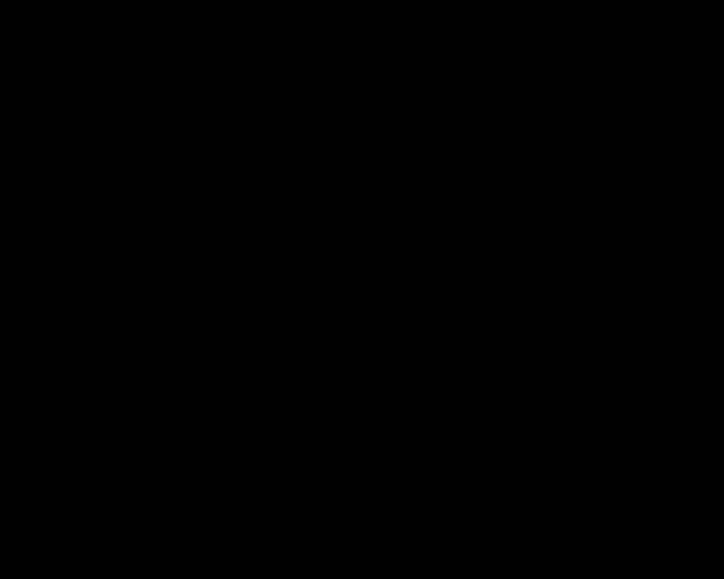
- Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit a la Rømer
bzw. der Astronomischen Einheit



Inhalt

- Vorstellung / Disclaimer / Publikation
- Jupitermonde / Galileo **C**
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Rømer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung





Ich bin weder Astronom
noch Historiker !



STERNE UND WELTRAUM

Spektrum
DER WISSENSCHAFT

11 | 2011

astronomie-heute.de

Tanz der Jupitermonde

Aus ihrer Bewegung folgen
tiefe Einsichten in die Astronomie



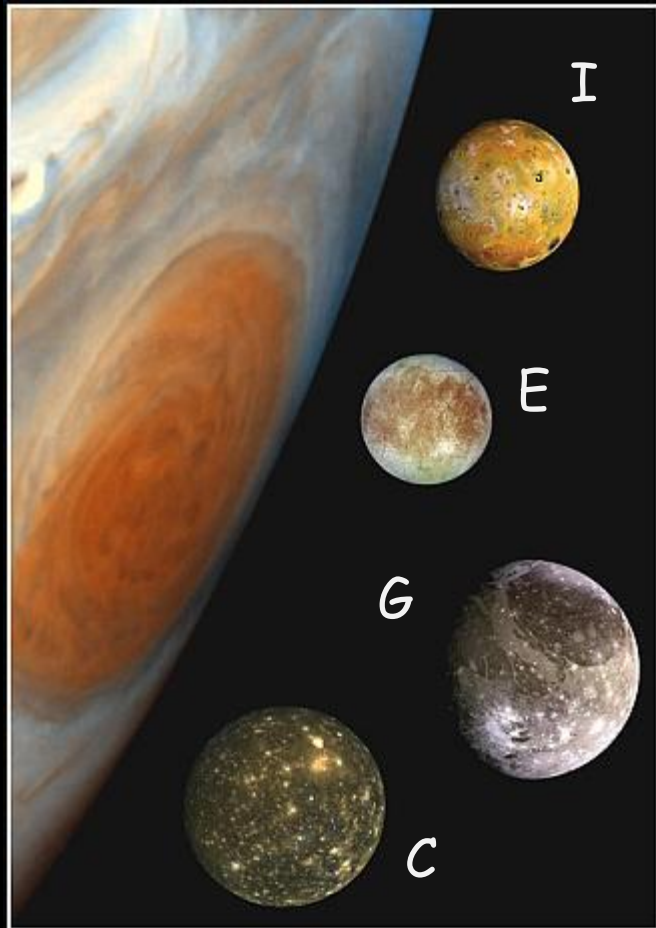
NASA / Damian Peach

- Vorstellung / Disclaimer / Publikation

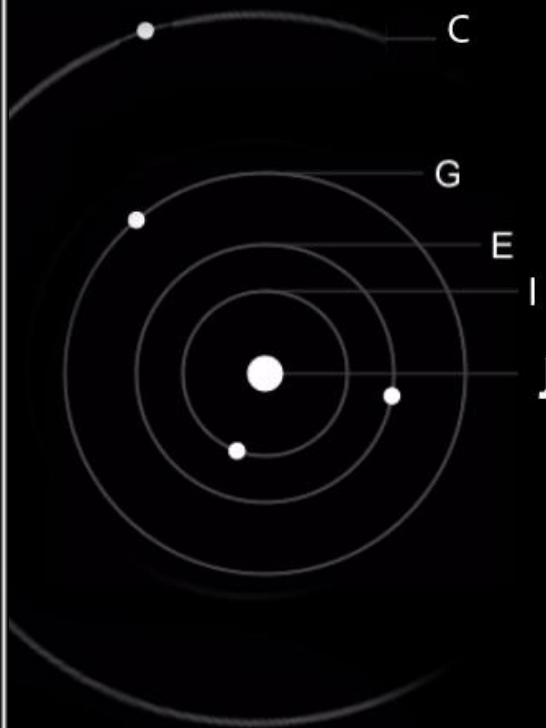
- Jupitermonde / Galileo

- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Die Galileischen Jupitermonde

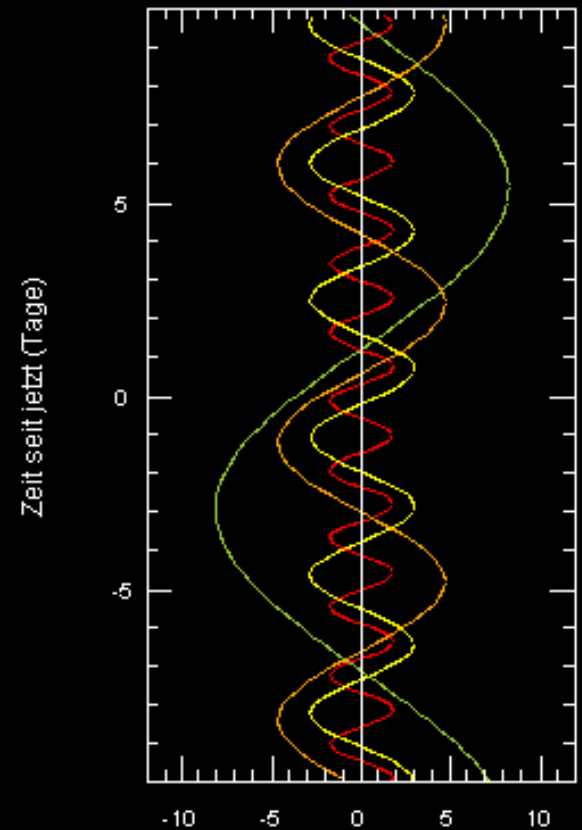


kate93



Wikipedia

Io Europa Ganymede Callisto

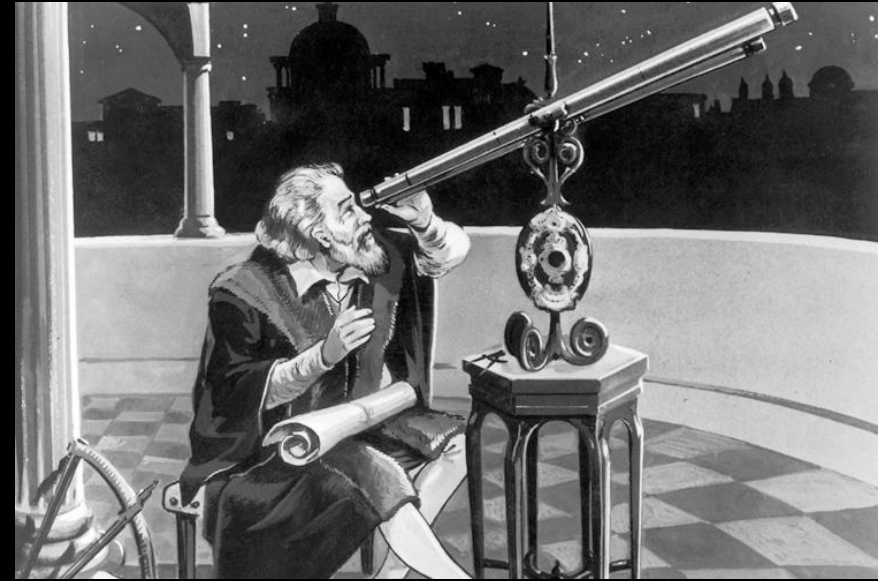


Abweichung von Jupiter (Winkelminuten)



Galileo Galilei und 'seine' Monde

1609: "Revolution" :
Himmelsbeobachtung
mit **Fernrohr**



Spiegel.de



Galilei / Sterne und Weltraum

Entdeckung und Beobachtung

1610

Tagebuch
Galileo

(5. Teleskop)

*Observationes Jovitarum
1610*

<i>2. J. Jovis. mond H. 12</i>	<i>○ **</i>
<i>30. mond</i>	<i>** ○ *</i>
<i>2. Jovis.</i>	<i>○ ** *</i>
<i>3. mond</i>	<i>○ * *</i>
<i>3. Ho. 5.</i>	<i>* ○ *</i>
<i>4. mond!</i>	<i>* ○ **</i>
<i>6. mond</i>	<i>** ○ *</i>
<i>8. mond H. 13.</i>	<i>* * * ○</i>
<i>10. mond!</i>	<i>* * * ○ *</i>
<i>11.</i>	<i>* * ○ *</i>
<i>12. H. 4 weyl!</i>	<i>* ○ *</i>
<i>13. mond!</i>	<i>* ** ○ *</i>
<i>14. Jovis.</i>	<i>* * * ○ *</i>

weltweit
beobachtbare
Uhr !

III. Keplersches
Gesetz erst 1619 !

Die Galileischen Monde

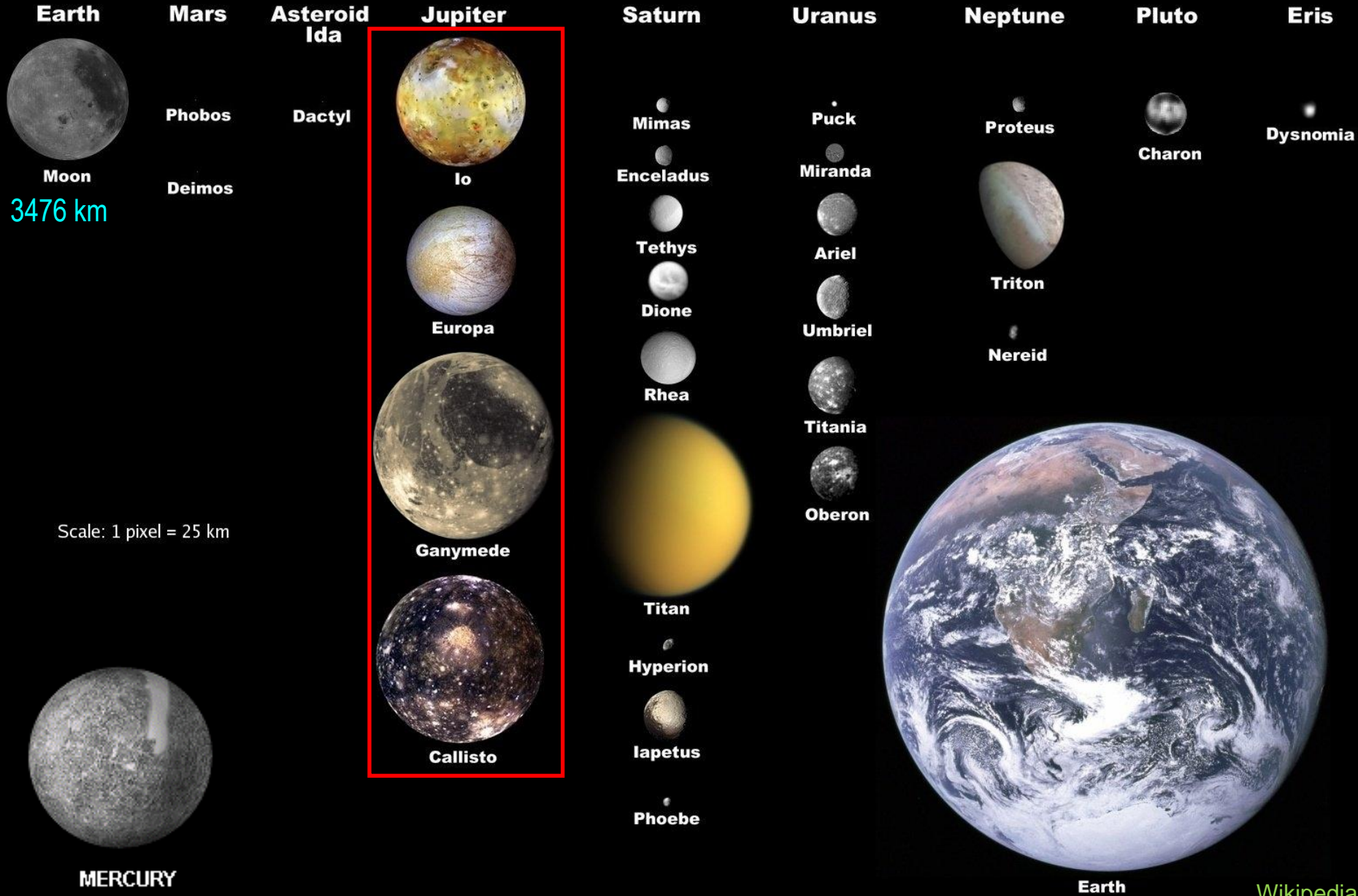
			Durchmesser	max. Abstand zu Jupiter	max. Helligkeit
Io <i>Jupiter I</i>			3600 km	2'	5.0 mag
Europa <i>Jupiter II</i>			3100 km	3'	5.3 mag
Ganymede <i>Jupiter III</i>			5300 km	5'	4.6 mag
Callisto <i>Jupiter IV</i>			4800 km	9'	5.7 mag



Wikipedia

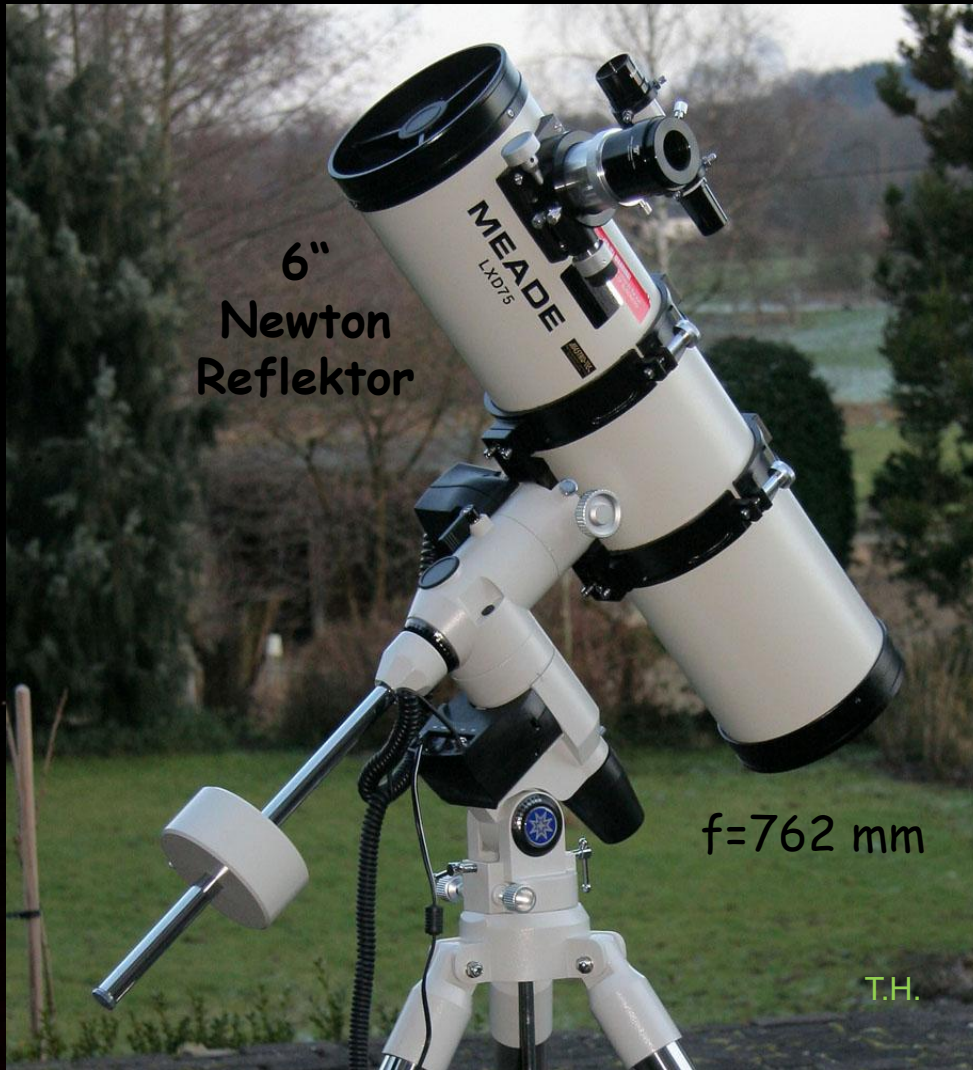
(Jupiter: 0.6')

Selected Moons of the Solar System, with Earth for Scale



- Vorstellung / Disclaimer / Publikation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Teleskop und Kamera



Typ. Aufnahmeparameter:

ISO 1600 1/8 sec
(ohne Nachführung!)

Jupiter nicht zu stark überbelichten!

Es geht
auch ohne
Montierung ...



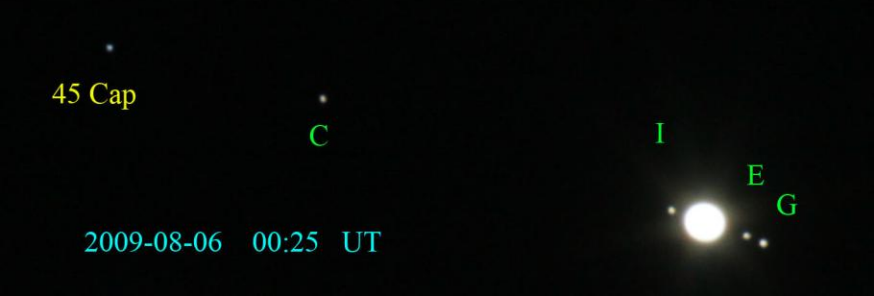
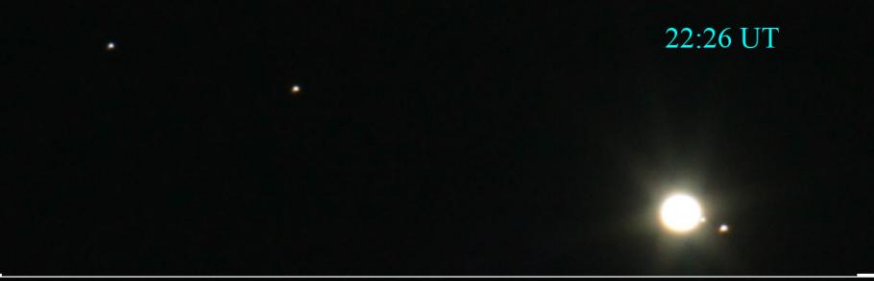
Original-Photo



Ost

West

Bildsequenz



Bildsequenz

T.H.

10 Minuten Abstand
(Montage)



Kalibrierung der Optik mit Referenzsternen



1.092 ± 0.002 pixel / "

- Vorstellung / Disclaimer / Publikation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Positionsmessungen

Fotos:

Juli 2009 – Februar 2011

insgesamt 285 Photos

manchmal 40 pro Nacht,

Lücken bis zu 6 Wochen

Iris - Version 5.58 - c:\users\hebbeker\documents\astronomy_selected-photos\solar_system\jupiter\jupiter-moons\img_1444.jpg

File View Geometry Preprocessing Processing Spectro Analysis Data Base Digital photo Video Help

Output

File Edit

Phot mode 3 - (2547, 1683)
Pixel number in the inner circle = 317
Pixel number for background evaluation = 2508
Intensity = 9692.0 - Magnitude = -9.966
Background mean level = 2.0

E

G

I

C

Zuordnung Monde:
„Stellarium“

Ablezen der
Koordinaten
(x,y; in Pixeln)
mit Programm
„Iris“

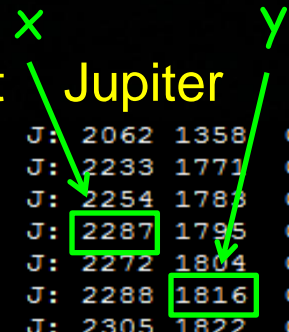
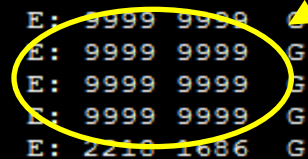
Genauigkeit:
 ± 1 Pixel ($\sim 1''$)

Rohdaten (Ausschnitt)

Bild	Datum	Uhrzeit	Jupiter	Callisto	Europa	Ganymed	Io
1433	2009 08 15	23 03 19	J: 2062 1358	C: 2435 1208	E: 1856 1444	G: 2236 1287	I: 2171 1311
1435	2009 08 15	23 26 33	J: 2233 1771	C: 2603 1620	E: 2032 1860	G: 2403 1702	I: 2349 1722
1436	2009 08 15	23 52 34	J: 2254 1788	C: 2618	E: 2056 1871	G: 2417 1716	I: 2378 1732
1437	2009 08 16	00 18 35	J: 2287 1795	C: 2649	E: 2084 1886	G: 2425 1740	I: 2401 1747
1438	2009 08 16	00 44 37	J: 2272 1804	C: 2629	E: 2125 1901	G: 2448 1764	I: 2443 1763
1439	2009 08 16	01 10 39	J: 2288 1816	C: 2642	E: 2114 1902	G: 2416 1772	I: 2423 1757
1440	2009 08 16	01 36 42	J: 2305 1822	C: 2657	E: 2052 1891	G: 2333 1772	I: 2358 1759
1441	2009 08 16	02 02 45	J: 2278 1826	C: 2624	E: 2159 1428	G: 2516 1674	I: 2442 1625
1442	2009 08 16	02 28 49	J: 2285 1826	C: 2628	E: 2138 1648	G: 2488 1407	I: 2423 1448
1443	2009 08 16	02 54 53	J: 2244 1823	C: 2581	E: 2159 1543	G: 2500 1407	I: 2423 1448
1444	2009 08 16	03 20 57	J: 2212 1820	C: 2548	E: 2131 1441	G: 2465 1212	I: 2419 1241
1533	2009 08 23	00 45 54	J: 2345 1560	C: 1843 1214	E: 2140 1335	G: 2467 1109	I: 2429 1134
1534	2009 08 23	01 10 57	J: 2320 1517	C: 1823 1860	E: 2089 1234	G: 2408 1016	I: 2377 1033
1535	2009 08 23	01 36 01	J: 2337 1415	C: 1841 1758	E: 2071 1134	G: 2381 919	I: 2358 932
1536	2009 08 23	02 01 07	J: 2308 1316	C: 1813 1657	E: 9999 9999	G: 1913 1785	I: 2169 1693
1537	2009 08 23	02 26 13	J: 2315 1212	C: 1820 1551	E: 9999 9999	G: 1912 1795	I: 2170 1704
1538	2009 08 23	02 51 20	J: 2258 1113	C: 1769 1450	E: 9999 9999	G: 1912 1795	I: 2169 1705
1539	2009 08 23	03 16 28	J: 2238 1017	C: 1748 1352	E: 2218 1686	G: 1912 1794	I: 2169 1704
1842	2009 09 22	20 53 24	J: 2258 1390	C: 1825 1829	E: 2216 1685	G: 1912 1795	I: 2168 1704
1887	2009 09 22	23 07 48	J: 2272 1656	C: 1683 1866	E: 2222 1687	G: 1916 1795	I: 2174 1705
1888	2009 09 22	23 09 28	J: 2271 1668	C: 1683 1875	E: 2215 1683	G: 1912 1793	I: 2168 1702
1889	2009 09 22	23 09 36	J: 2269 1668	C: 1683 1875	E: 2220 1686	G: 1917 1796	I: 2173 1705
1890	2009 09 22	23 09 45	J: 2271 1666	C: 1682 1874	E: 2219 1688	G: 1915 1797	I: 2172 1706
1891	2009 09 22	23 09 54	J: 2270 1667	C: 1682 1875	E: 2223 1688	G: 1920 1796	I: 2176 1706
1892	2009 09 22	23 10 03	J: 2276 1668	C: 1686 1876	E: 2220 1687	G: 1917 1796	I: 2172 1706
1893	2009 09 22	23 10 12	J: 2269 1665	C: 1682 1875	E: 2224 1688	G: 1919 1797	I: 2176 1707
1894	2009 09 22	23 10 21	J: 2273 1669	C: 1687 1876	E: 2225 1694	G: 1921 1802	I: 2176 1712
1895	2009 09 22	23 10 30	J: 2273 1671	C: 1685 1877			
1896	2009 09 22	23 10 39	J: 2278 1669	C: 1690 1876			
1897	2009 09 22	23 10 48	J: 2274 1669	C: 1687 1877			
1898	2009 09 22	23 10 57	J: 2278 1670	C: 1690 1878			
1899	2009 09 22	23 11 06	J: 2278 1675	C: 1690 1883			

Kein Vorwissen über
Stellungen der Monde,
insbesondere keine Beachtung
von Okkultationen etc

Nicht sichtbar



Auswertung: Programm-Code (Ausschnitt)

```
theory = radius*cos(omega*time+phase);

observation = dist[i][n];    // in (distance corrected) pixels
error = error_standard;

if(fabs(dist[i][n])<1.) {    // moon hidden in front of or behind jupiter
    if(i_occultation) {
        // are we in front or behind ?

        reduced_phase = omega*time+phase;
        residual = reduced_phase/(2.*PI);
        nresidual = (int) residual;
        reduced_phase = reduced_phase - nresidual*2.*PI;

        ifb = 0;
        if (fabs(reduced_phase-PI/2.)<PI/2.) {    //

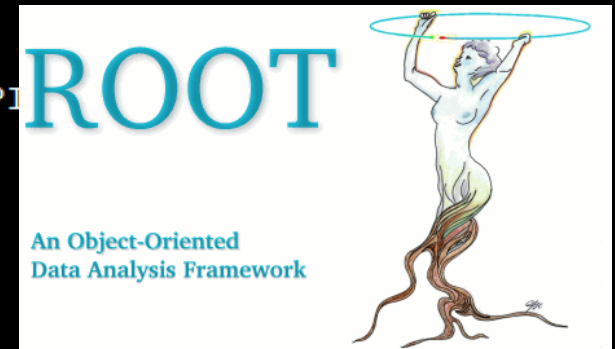
            ifb = -1;

            //occultation by jupiter

            if(fabs(theory) < jupiter_radius_in_pixel[i])
                observation1 = theory;
            if(fabs(theory) >= jupiter_radius_in_pixel[i])
                observation1 = jupiter_radius_in_pixel[i]*correction*theory/fabs(theory);
            error = error_front;

            //invisible since in shadow
            // position relative to center of shadow
            theory_shadow = radius*cos(omega*time+phase+angle_opposition[i]);

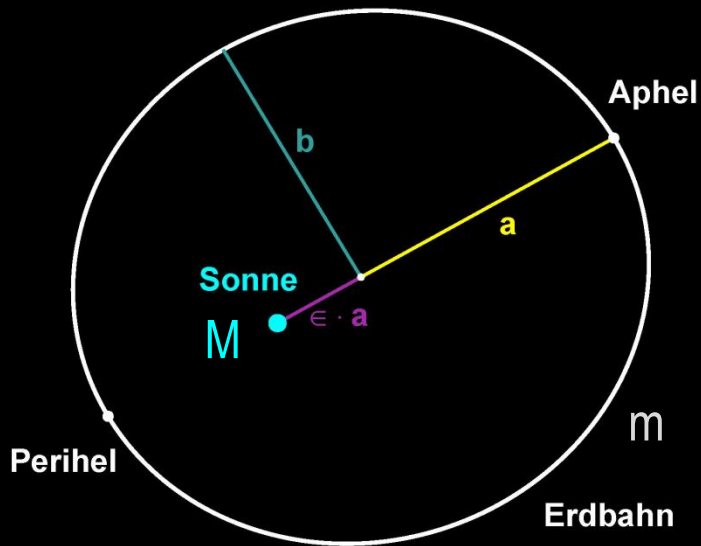
            if(fabs(theory_shadow) < jupiter_radius_in_pixel[i])
                observation2 = theory_shadow;
            if(fabs(theory_shadow) >= jupiter_radius_in_pixel[i])
                observation2 = jupiter_radius_in_pixel[i]
                    *theory_shadow/fabs(theory_shadow);
```



- Vorstellung / Disclaimer / Publikation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Das III. Keplersche Gesetz

T.H.



Kepler, empirisch, 1618/1619:
(Daten von Tycho Brahe)

$$P^2 \sim a^3$$

gemeinsame
Zentralmasse

Periode

große Halbachse

Newton, 1684:

$$m \omega^2 a = G \frac{M m}{a^2}$$

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GM}$$

- Vorstellung / Disclaimer / Publikation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Annahmen/Näherungen

- Bahnen von Erde und Jupiter und Abstände bekannt
Astronomische Einheit AE = Erde-Sonne-Abstand
= 150 Millionen km

- Lichtgeschwindigkeit bekannt $c = 300000$ km/s

- alle Bewegungen in der Ekliptik
(korrekt: < 2 Grad Abweichung Jupiter/Monde)

- Jupitermond-Bahnen: Exzentrizität = 0
(korrekt: < 0.01)

- Keplersche Mondbahnen ohne gegenseitige Störungen
(Orbital-Resonanz !)

- Identifizierung der Jupitermonde mit Stellarium etc.

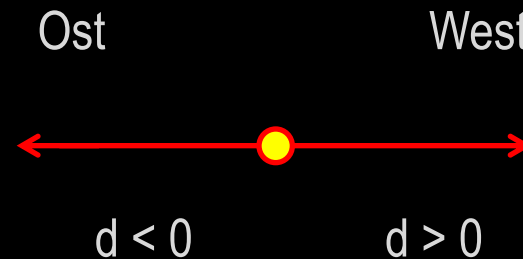
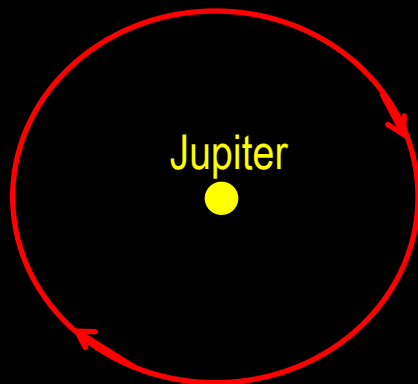


Blick auf Kante !

Bestimmung von Umlaufzeiten und "Bahnradien"

Benutze nur Messungen während der Jupiteropposition (21.9.2010)
+- eine Woche: **21 Fotos**
(verschiedene Korrekturen nicht erforderlich, s.u.)

Kreisbahn von der Kante gesehen: harmonische Pendelbewegung

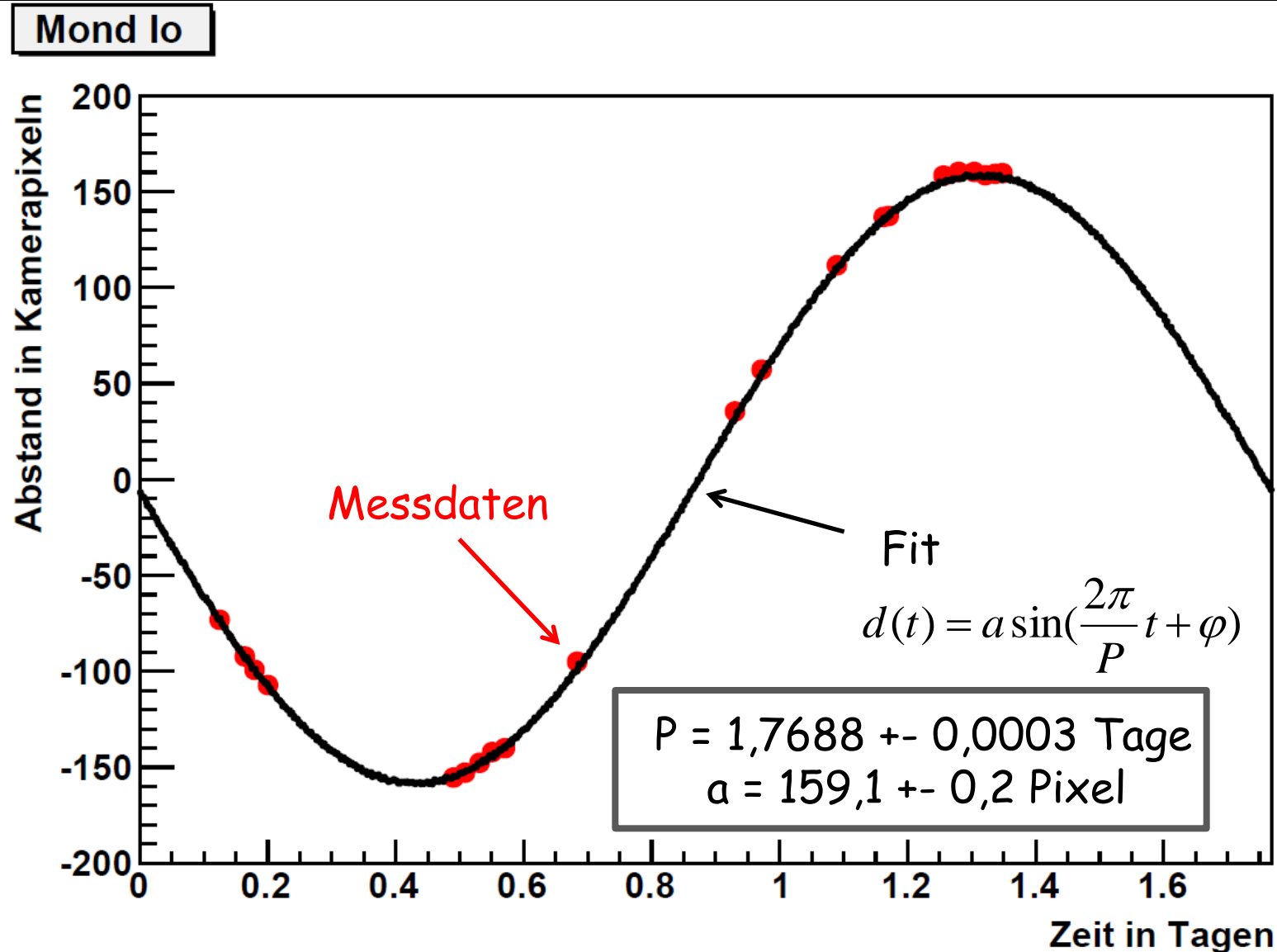


Abstand von Jupiter \longrightarrow $d(t) = a \sin\left(\frac{2\pi}{P}t + \phi\right)$ \longleftarrow Phase (Zeitnullpunkt)

Anpassung: Parameter P und a (und ϕ)

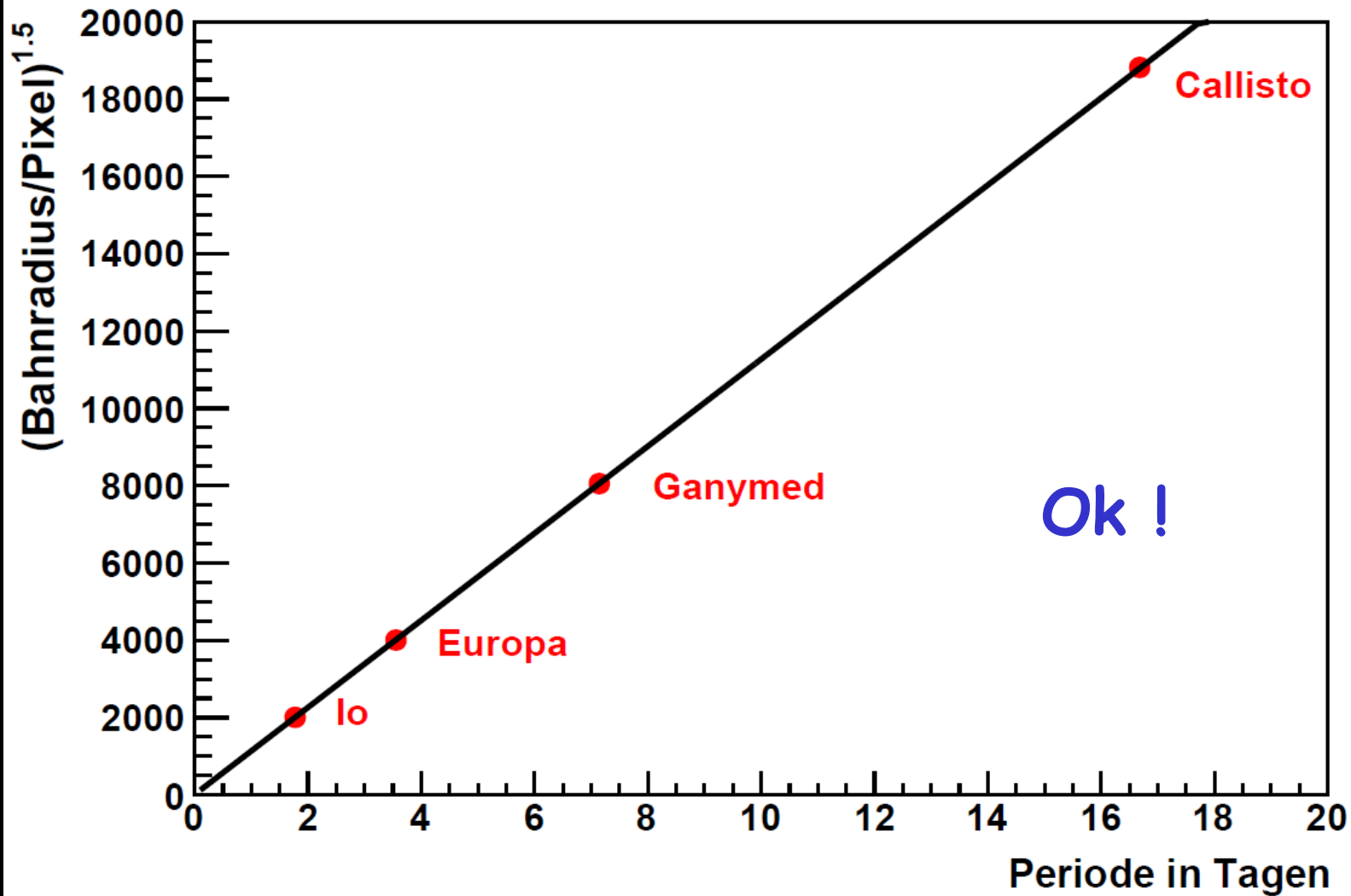


Umlaufperiode und „Bahnradius“



Test des III. Keplerschen Gesetzes

$$P^2 \sim a^3$$

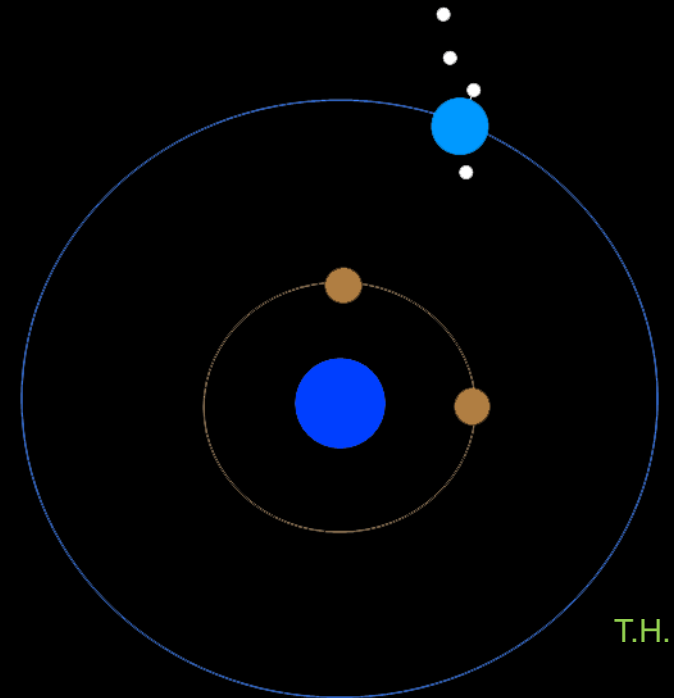


- Vorstellung / Disclaimer / Publikation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Effekte / Korrekturen

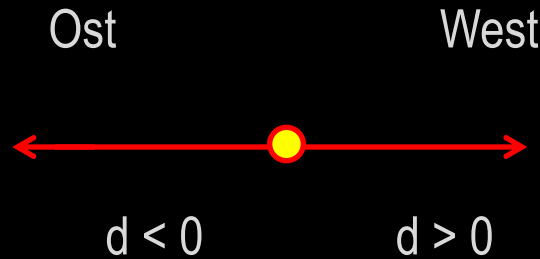
- Berücksichtige zeitlich veränderlichen Abstand Erde-Jupiter bei Berechnung der absoluten Jupiter-Mondabstände:
Kamerapixel \rightarrow Winkel \rightarrow absolute Mond-Jupiter-Distanzen

- zeitlich veränderliche Perspektive wegen Relativbewegung Erde-Jupiter:



- Monde vor/hinter Jupiter und im Jupiterschatten (Schatten abhängig von relativer Position Sonne-Erde-Jupiter)
- Lichtlaufzeiten

Gleichzeitige Auswertung aller vier Mondbahnen



Alle 285 Fotos

Anpassungsrechnung (Fit):

$$d_i(t) = a_i \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{P_i} t + \varphi_i\right)$$

$d(t)$ = Abstand von Jupiter

a = Bahnradius

P = Umlaufzeit

ϕ = Phasenwinkel

$$P_i = P_C \cdot \left(\frac{a_i}{a_C}\right)^{3/2}$$

Callisto

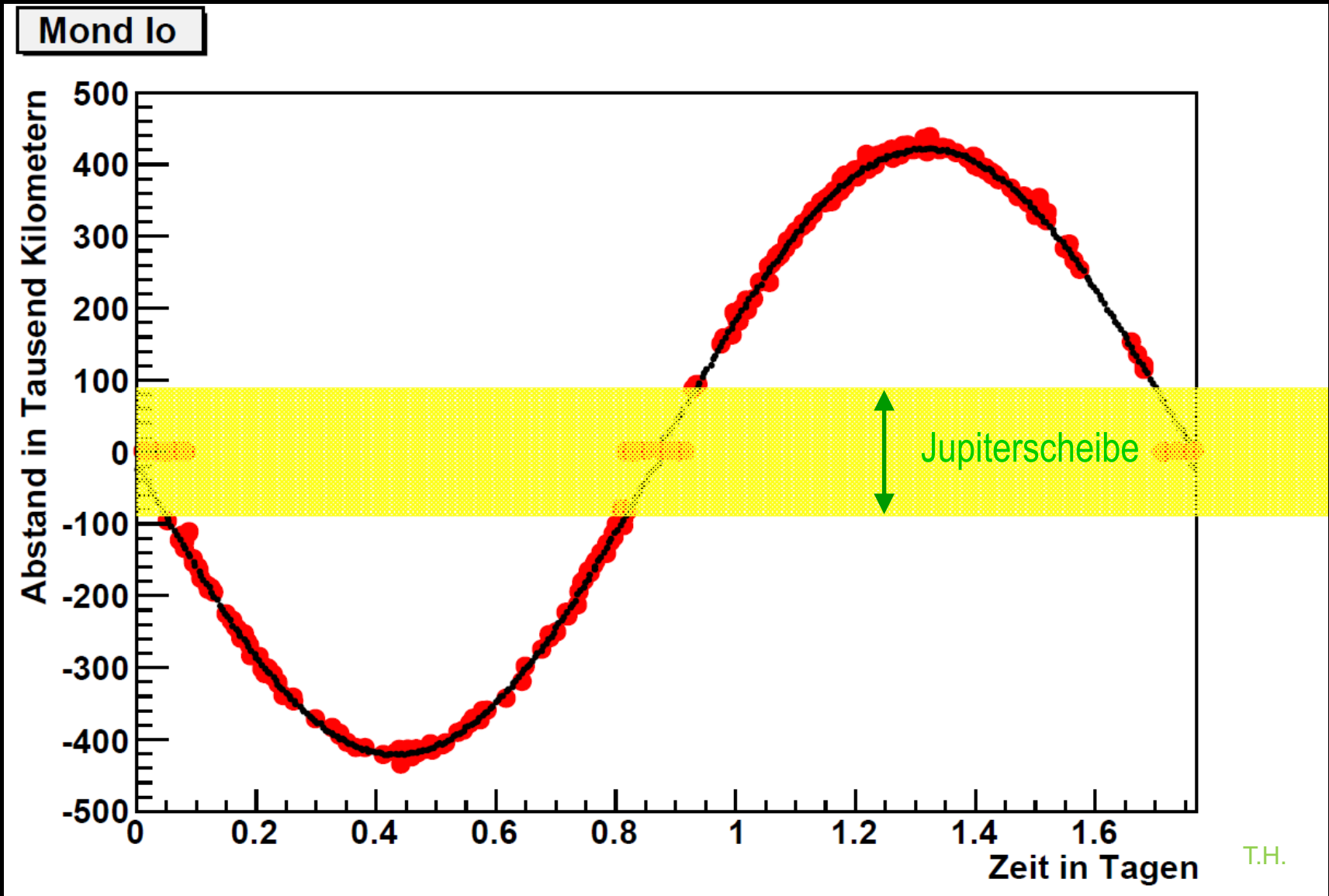
benutze Kepler III!

Minimalansatz!

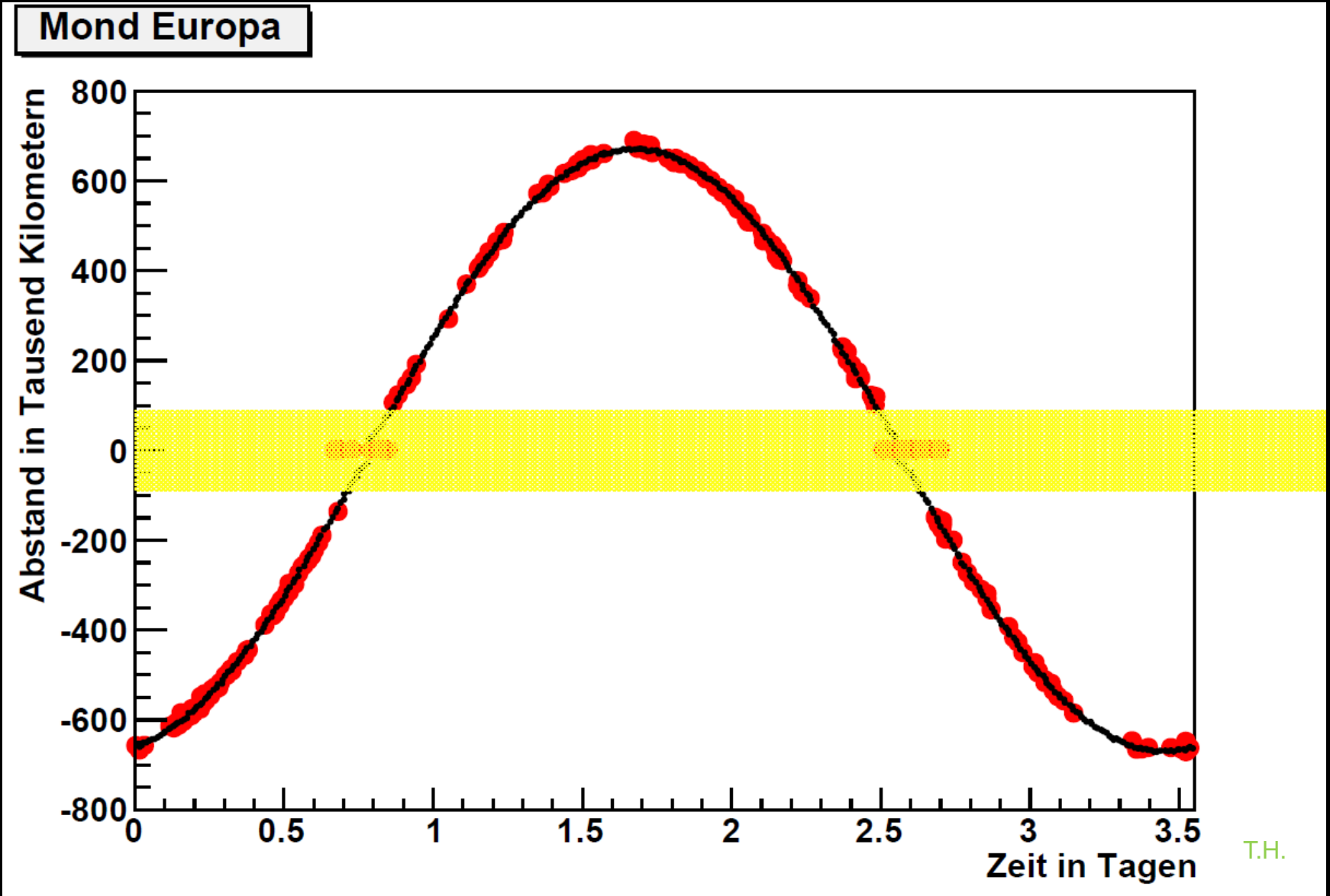
Fit mit 9 Parametern: P_C a_I a_E a_G a_C ϕ_I ϕ_E ϕ_G ϕ_C

(+ Bahnneigungen und Exzentrizitäten)

Ergebnisse - Io

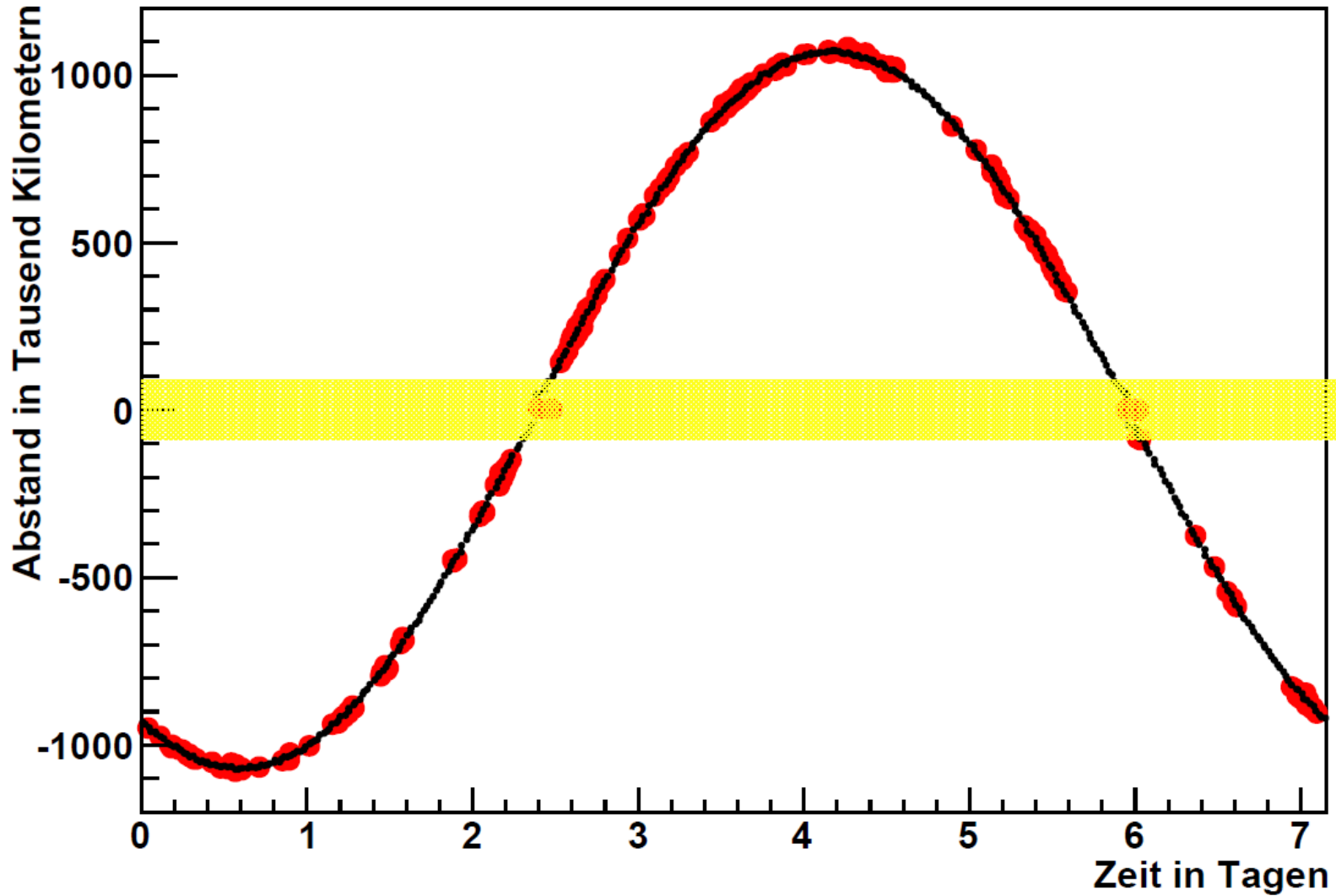


Ergebnisse - Europa



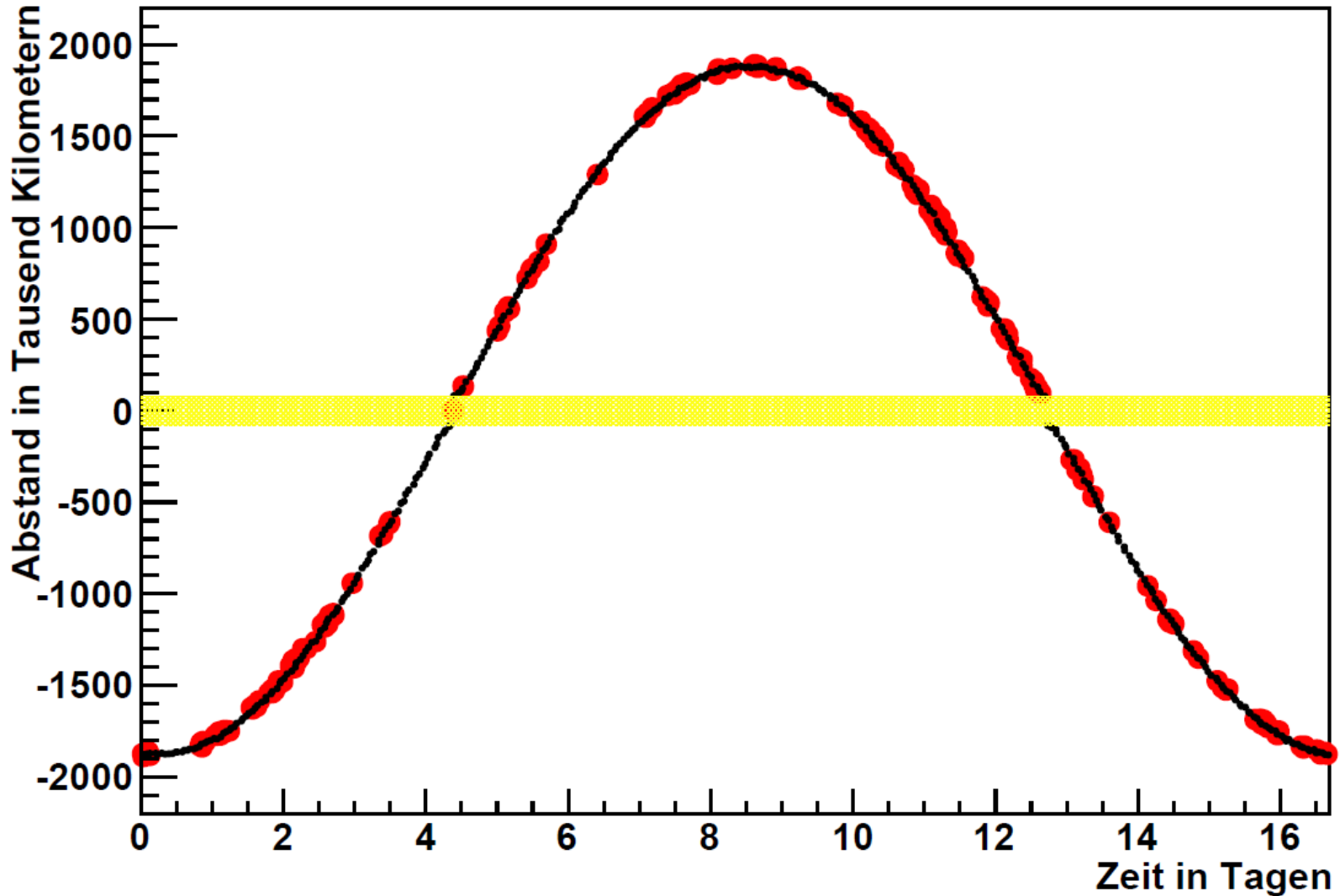
Ergebnisse - Ganymed

Mond Ganymed



Ergebnisse - Callisto

Mond Callisto



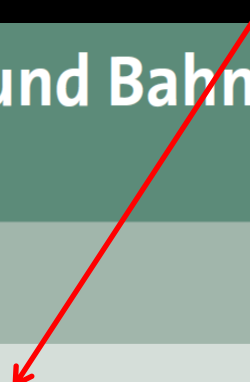
T.H.

Gemessene Bahnparameter

Gemessene Umlaufperioden und Bahnradien der vier großen Jupitermonde

Jupitermonde	Periode P in Tagen	Radius $\overset{= a}{R}$ in Millionen Kilometern
Io	$1,76912 \pm 0,00001$	$0,4217 \pm 0,0008$
Europa	$3,55116 \pm 0,00002$	$0,6710 \pm 0,0012$
Ganymed	$7,15452 \pm 0,00005$	$1,0704 \pm 0,0020$
Kallisto	$16,68868 \pm 0,00012$	$1,8827 \pm 0,0034$

~ 1 sec !



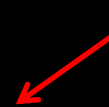
Übereinstimmung mit
Literaturwerten !

Genauigkeit limitiert durch
Optik-Kalibration auf 0.2%

Jupitermasse

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{G P^2}$$

ein Mond reicht,
da alle Werte korreliert sind

0.7%


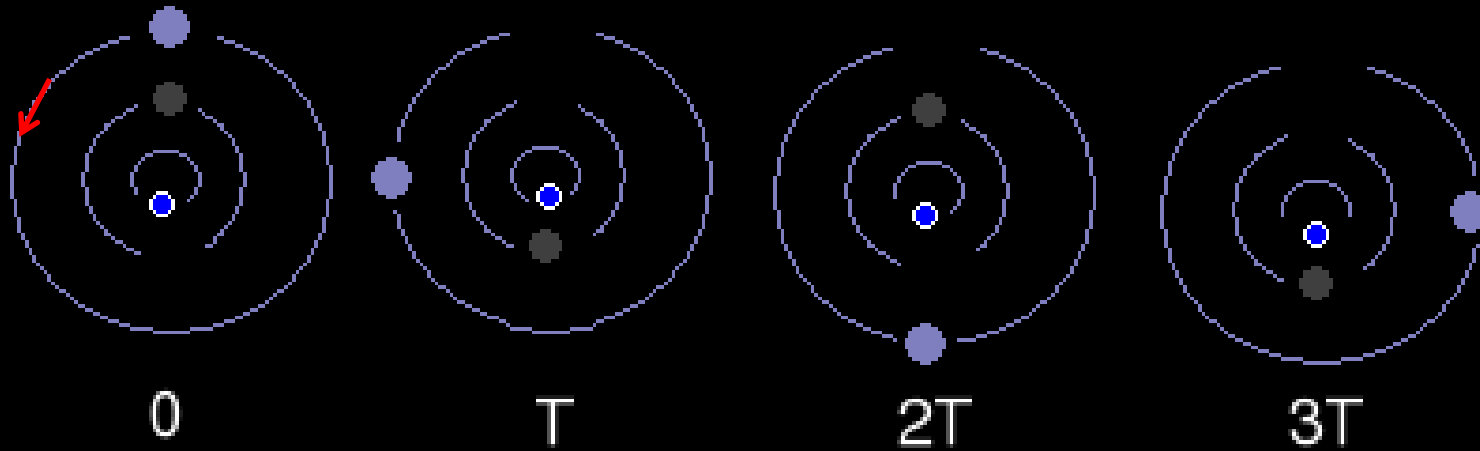
$$M = (1,899 \pm 0,013) \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

1,8986 *Literatur*

Eine viel genauere Bestimmung der Mondbahnparameter und der Jupitermasse ist mit den hier benutzten Methoden und Näherungen nicht möglich !!!

Laplace-Resonanz

Die inneren drei Monde (Io, Europa, Ganymed)
beeinflussen sich gegenseitig :



$$P_G : P_E : P_I = 4.0441 : 2.0073 : 1$$

$$\text{Literatur : } 4.04409 : 2.00729 : 1$$

$$\phi_I - 3\phi_E + 2\phi_G = 181.2^\circ$$

$$\text{Literatur : } \sim 180^\circ$$

Resonanz
-> exzentrische Bahnen
-> Gezeitenkräfte
-> Vulkanismus Io

- Vorstellung / Disclaimer / Publikation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Ole Rømer und die Lichtgeschwindigkeit

Erste Messung der Lichtgeschwindigkeit:

- Verzögerung Io-Verfinsterung
 $t = 11 \text{ Min. (8 Min)}$ für Erdbahnradius
(O. Rømer)
- Erdbahnradius $r = 140 \text{ (150) Mill. km}$

$$c = r/t = 212'000 \text{ (300'000) km/s}$$

(C. Huygens, 1678)

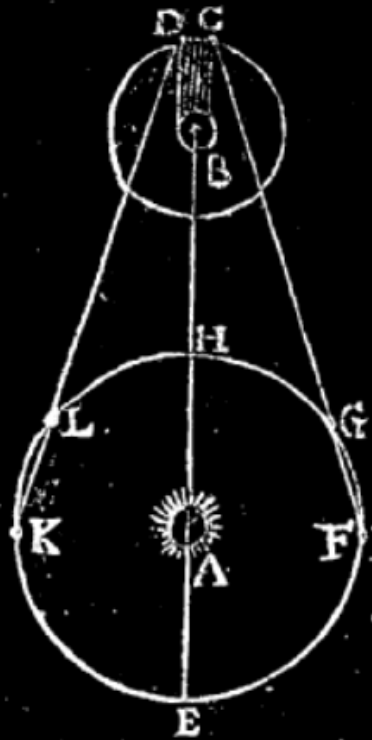
„Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Roemer de l'Académie des sciences". (1676)



Wikipedia



1644-1710



Soit A le Soleil, B Jupiter, C le premier Satellite qui entre dans l'ombre de Jupiter pour en sortir en D, & soit EFGHKL la Terre placée à diverses distances de Jupiter.

Or supposé que la terre estant en L vers la seconde Quadrature de Jupiter, ait veu le premier Satellite, lors de son émerfion ou de son passage de l'ombre en D. & que la terre soit environnée de l'ombre de Jupiter après, sçavoir après la révolution de ce Satellite. Si la terre estant en K, le voye de retour en D, il est manifeste que si la lumiere de Jupiter met plus de temps pour traverser l'intervalle LK, le Satellite fera veu plus tard de retour en D, qu'il n'auroit esté si la terre estoit demeurée en K, de

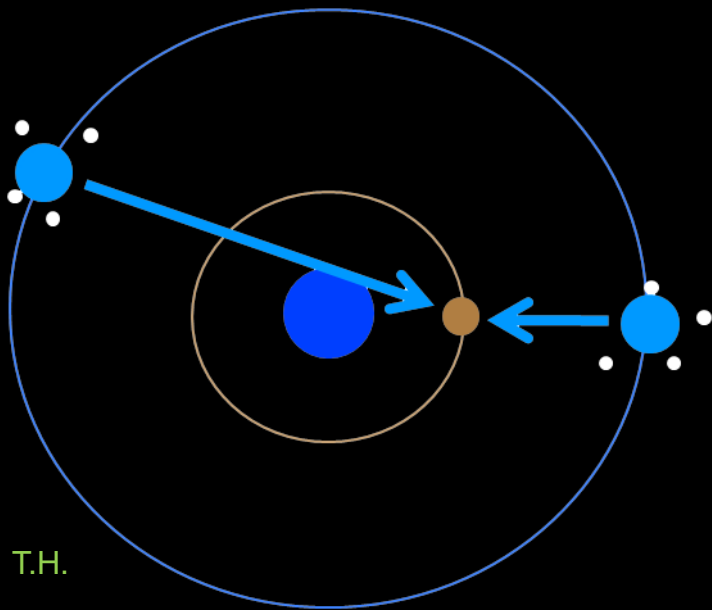
Großartige wissenschaftliche Leistung
Beweis, dass Lichtgeschwindigkeit endlich

„Démonstration touchant le mouvement de la lumière
trouvé par M. Roemer de l'Académie des sciences”.

- Vorstellung / Disclaimer / Publikation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Messung der Lichtgeschwindigkeit ?

kann als weiterer Parameter gefittet werden
(Astronomische Einheit AE wird weiterhin als bekannt angenommen)



T.H.

Lichtlaufzeit :

Jupitermonde = himmlische Uhr !

Monde bei großem Abstand von Erde verspätet!

15.08.2009: : Abstand Erde-Jupiter = 4.03 AU = min.
19.12.2009: : = 5.48 AU

Maximaler

Unterschied ~ 1.4 AU

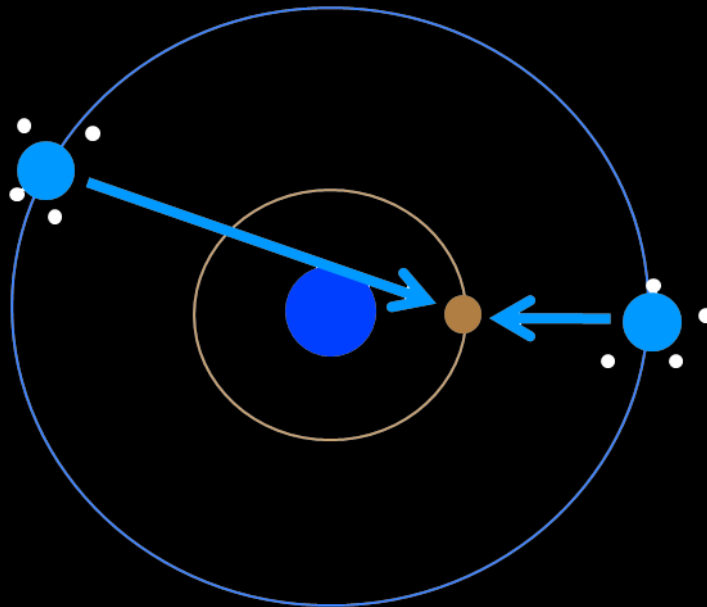
~ 12 Lichtminuten

~ max 3 Pixel Bewegung von Io

$$c = (291000 \pm 55000) \text{ km} / \text{s}$$

Messung der Astronomischen Einheit ?

kann auch gefittet werden:
alle Abstände im Sonnensystem werden entsprechend skaliert
(jetzt wird Lichtgeschwindigkeit als bekannt vorausgesetzt)



Man kann c
und AE nicht
gemeinsam
bestimmen!

$$t = c * d$$

$$AE = (154 \pm 28) \cdot 10^6 \text{ km}$$

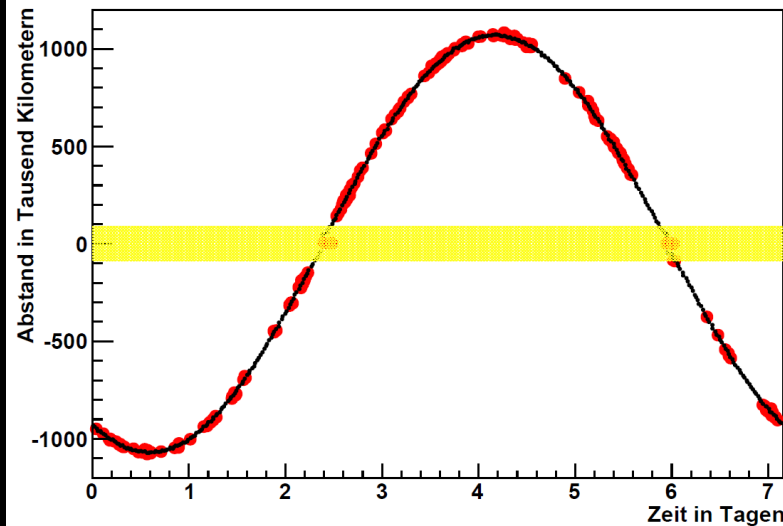
Zusammenfassung



C



Mond Ganymed



Jupitermonde

Periode P in Tagen

Io

$1,76912 \pm 0,00001$

$AE = (154 \pm 28)$ Millionen km

oder

$C = (291 \pm 55)$ Tausend km/s

Plejaden (M 45 - NGC 1432)

Typ: **Nebel**

RA/DE (J2000): 3h45m48.0s/+24°22'00.0"

RA/DE (des Datums): 3h46m33s/+24°24'18"

Stundenwinkel/DE: 17h46m8s/+24°24'18" (geometrisch)

Stundenwinkel/DE: 17h46m17s/+24°26'38" (scheinbar)

Az/Alt: +71°29'52"/+16°33'34" (geometrisch)

Az/Alt: +71°29'52"/+16°36'41" (scheinbar)

Größe: +0°30'00"

Capella



Jupiter



Venus



Stellarium

Neues Projekt:

Analemma

T.H.

