



V1.1

Der Tanz der Jupiter-Monde

Thomas Hebbeker
27.10.2012

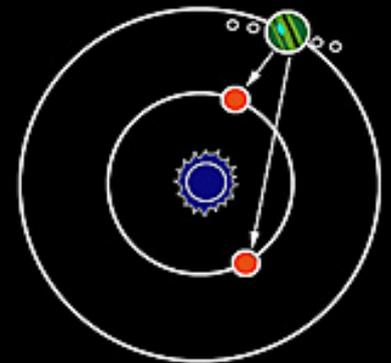
Motivation

- Messung der Bahndaten der 4 Galileischen Jupitermonde
Umlaufzeiten, Bahnradien

- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes $P^2 \sim a^3$

- Berechnung der Jupitermasse $\left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{GM}$

- Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit a la Rømer
bzw. der Astronomischen Einheit



Inhalt

- Motivation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Rømer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

C



- Motivation

- Jupitermonde / Galileo

- Ausrüstung

- Fotos / Astrometrie / Auswertung

- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton

- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes

- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse

- Lichtgeschwindigkeit / Römer

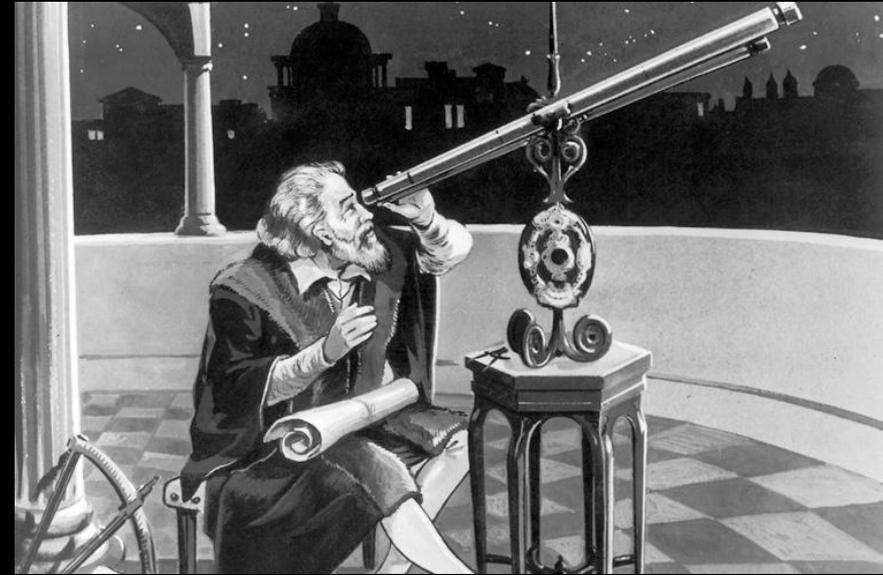
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit

- Zusammenfassung



Galileo Galilei und 'seine' Monde

1609: "Revolution" :
Himmelsbeobachtung
mit **Fernrohr**



Spiegel.de



Galilei / Sterne und Weltraum

Entdeckung und Beobachtung

1610

Tagebuch
Galileo

(5. Teleskop)

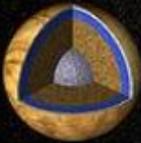
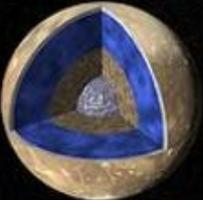
Observationes Jovitarum
1610

2. J. Jovis. manet H. 12	○ **
30. manet	** ○ *
2. Jovis.	○ ** *
3. manet	○ * *
3. Ho. 5.	* ○ *
4. manet	* ○ **
6. manet	** ○ *
8. manet H. 13.	* * * ○
10. manet.	* * * ○ *
11.	* * ○ *
12. H. 4. neq.:	* ○ *
13. manet	* ** ○ *
14. Jovis.	* * * ○ *

weltweit
beobachtbare
Uhr !

III. Keplersches
Gesetz erst 1619 !

Die Galileischen Monde

			Durchmesser	max. Abstand zu Jupiter	max. Helligkeit
Io <i>Jupiter I</i>			3600 km	2'	5.0 mag
Europa <i>Jupiter II</i>			3100 km	3'	5.3 mag
Ganymede <i>Jupiter III</i>			5300 km	5'	4.6 mag
Callisto <i>Jupiter IV</i>			4800 km	9'	5.7 mag

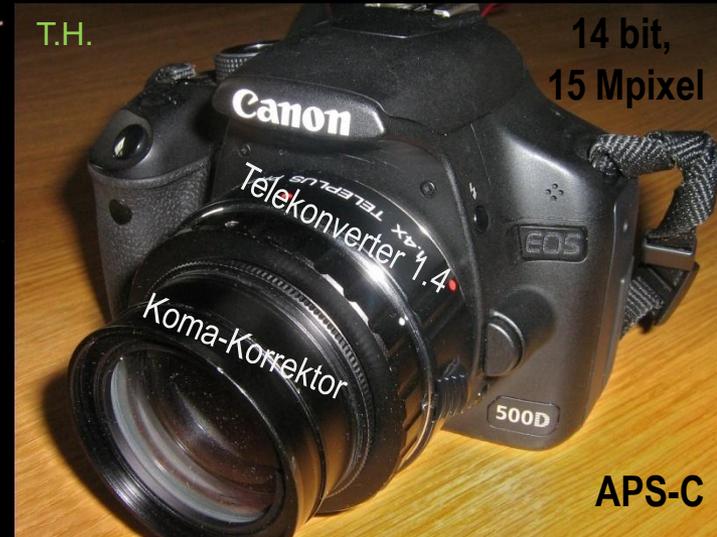
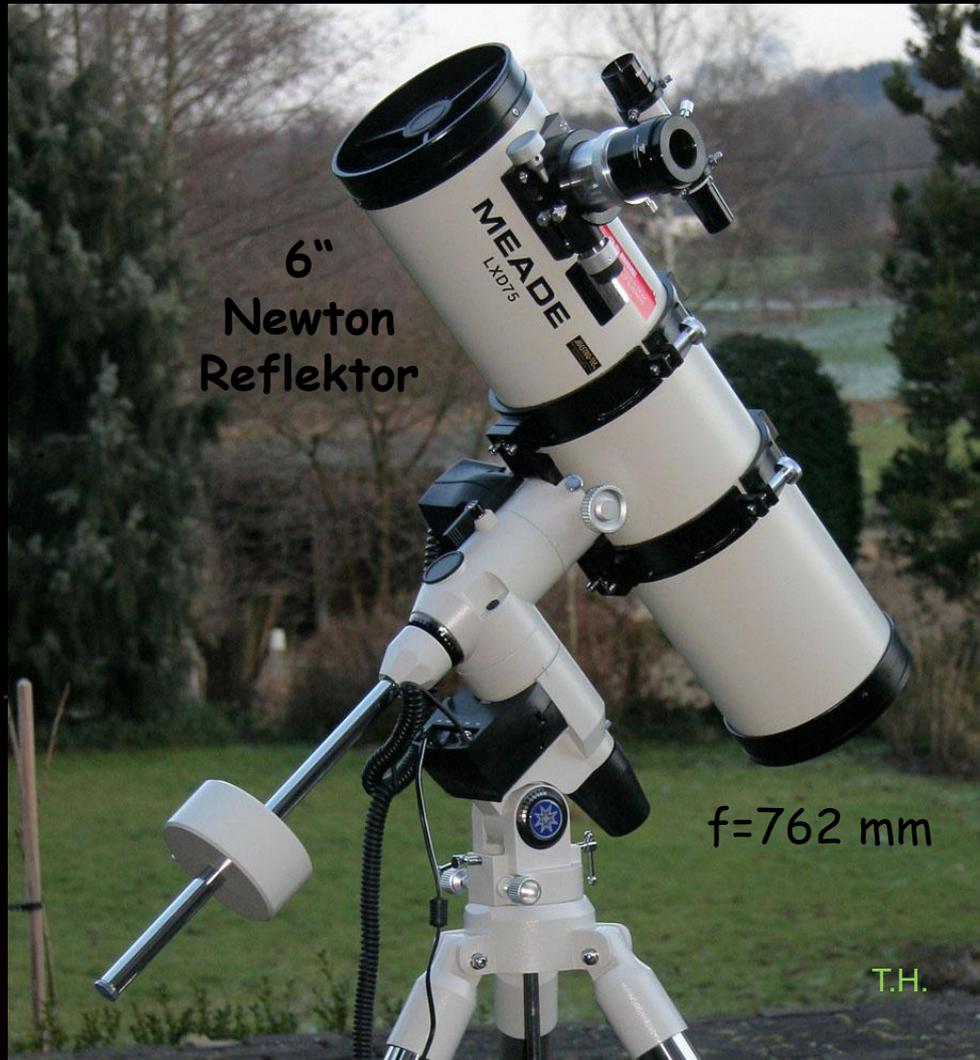


Wikipedia

(Jupiter: 0.6')

- Motivation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Rømer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Teleskop und Kamera



Typ. Aufnahmeparameter:

ISO 1600 1/8 sec
(ohne Nachführung!)

Original-Photo



Ost

West

Bildsequenz

T.H.

10 Minuten Abstand
(Montage)



- Motivation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Rømer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

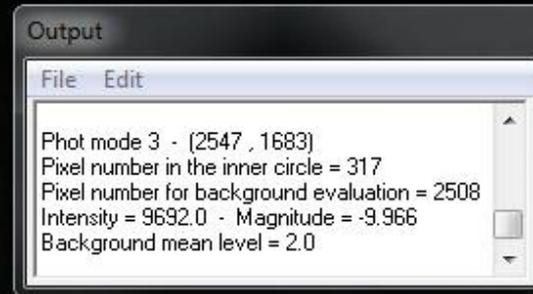
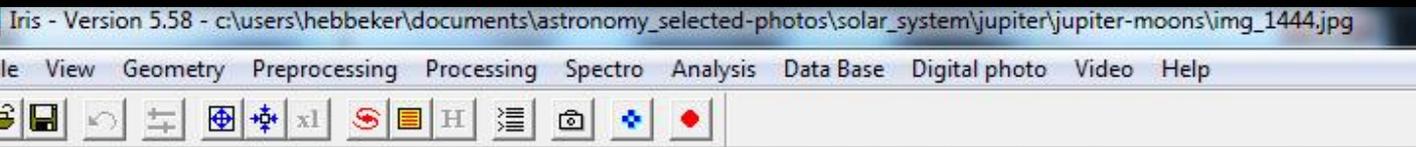
Positionsmessungen

Fotos:

Juli 2009 – Februar 2011

1 - 40 pro Nacht,

insgesamt 285 Photos



E

G

I

C

Ablezen der
Koordinaten
(x,y; in Pixeln)
mit Programm
„Iris“

Genauigkeit:
 ± 1 Pixel ($\sim 1''$)

Zuordnung Monde:
„Stellarium“



Rohdaten (Ausschnitt)

Bild	Datum	Uhrzeit	Jupiter	Callisto	Europa	Ganymed	Io
1433	2009 08 15	23 03 19	J: 2062 1358	C: 2435 1208	E: 1856 1444	G: 2236 1287	I: 2171 1311
1435	2009 08 15	23 26 33	J: 2233 1771	C: 2603 1620	E: 2032 1860	G: 2403 1702	I: 2349 1722
1436	2009 08 15	23 52 34	J: 2254 1788	C: 2618 1634	E: 2056 1871	G: 2417 1716	I: 2373 1732
1437	2009 08 16	00 18 35	J: 2287 1795	C: 2649 1656	E: 2084 1886	G: 2425 1740	I: 2412 1741
1438	2009 08 16	00 44 37	J: 2272 1804	C: 2629 1678	E: 2125 1901	G: 2448 1764	I: 2443 1763
1439	2009 08 16	01 10 39	J: 2288 1816	C: 2642 1681	E: 2101 1901	G: 2418 1778	I: 2418 1766
1440	2009 08 16	01 36 42	J: 2305 1822	C: 2657 1684	E: 2114 1902	G: 2416 1772	I: 2428 1765
1441	2009 08 16	02 02 45	J: 2278 1826	C: 2624 1684	E: 2077 1897	G: 2368 1772	I: 2387 1762
1442	2009 08 16	02 28 49	J: 2285 1826	C: 2628 1684	E: 2052 1891	G: 2333 1772	I: 2358 1759
1443	2009 08 16	02 54 53	J: 2244 1823	C: 2581 1683	E: 2052 1891	G: 2333 1772	I: 2358 1759
1444	2009 08 16	03 20 57	J: 2212 1820	C: 2548 1683	E: 2052 1891	G: 2333 1772	I: 2358 1759
1533	2009 08 23	00 45 54	J: 2345 1560	C: 1843 1214	E: 2159 1428	G: 2516 1674	I: 2442 1625
1534	2009 08 23	01 10 57	J: 2320 1517	C: 1823 1860	E: 2138 1648	G: 2488 1407	I: 2423 1448
1535	2009 08 23	01 36 01	J: 2337 1415	C: 1841 1758	E: 2159 1543	G: 2500 1407	I: 2423 1448
1536	2009 08 23	02 01 07	J: 2308 1316	C: 1813 1657	E: 2131 1441	G: 2465 1212	I: 2419 1241
1537	2009 08 23	02 26 13	J: 2315 1212	C: 1820 1551	E: 2140 1335	G: 2467 1109	I: 2429 1134
1538	2009 08 23	02 51 20	J: 2258 1113	C: 1769 1450	E: 2089 1234	G: 2408 1016	I: 2377 1033
1539	2009 08 23	03 16 28	J: 2238 1017	C: 1748 1352	E: 2071 1134	G: 2381 919	I: 2358 932
1842	2009 09 22	20 53 24	J: 2258 1390	C: 1825 1829	E: 9999 9999	G: 1993 1660	I: 2211 1439
1887	2009 09 22	23 07 48	J: 2272 1656	C: 1683 1866	E: 9999 9999	G: 1913 1785	I: 2169 1693
1888	2009 09 22	23 09 28	J: 2271 1668	C: 1683 1875	E: 9999 9999	G: 1912 1795	I: 2170 1704
1889	2009 09 22	23 09 36	J: 2269 1668	C: 1683 1875	E: 9999 9999	G: 1912 1795	I: 2169 1705
1890	2009 09 22	23 09 45	J: 2271 1666	C: 1682 1874	E: 2218 1686	G: 1912 1794	I: 2169 1704
1891	2009 09 22	23 09 54	J: 2270 1667	C: 1682 1875	E: 2216 1685	G: 1912 1795	I: 2168 1704
1892	2009 09 22	23 10 03	J: 2276 1668	C: 1686 1876	E: 2222 1687	G: 1916 1795	I: 2174 1705
1893	2009 09 22	23 10 12	J: 2269 1665	C: 1682 1875	E: 2215 1683	G: 1912 1793	I: 2168 1702
1894	2009 09 22	23 10 21	J: 2273 1669	C: 1687 1876	E: 2220 1686	G: 1917 1796	I: 2173 1705
1895	2009 09 22	23 10 30	J: 2273 1671	C: 1685 1877	E: 2219 1688	G: 1915 1797	I: 2172 1706
1896	2009 09 22	23 10 39	J: 2278 1669	C: 1690 1876	E: 2223 1688	G: 1920 1796	I: 2176 1706
1897	2009 09 22	23 10 48	J: 2274 1669	C: 1687 1877	E: 2220 1687	G: 1917 1796	I: 2172 1706
1898	2009 09 22	23 10 57	J: 2278 1670	C: 1690 1878	E: 2224 1688	G: 1919 1797	I: 2176 1707
1899	2009 09 22	23 11 06	J: 2278 1675	C: 1690 1883	E: 2225 1694	G: 1921 1802	I: 2176 1712



Keine Beachtung von Okkultationen etc

Nicht sichtbar

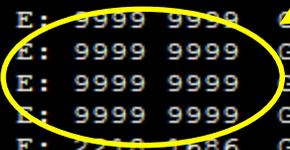


Bild Datum Uhrzeit Jupiter Callisto Europa Ganymed Io

Auswertung: Programm-Code (Ausschnitt)

```
theory = radius*cos(omega*time+phase);

observation = dist[i][n];    // in (distance corrected) pixels
error = error_standard;

if(fabs(dist[i][n])<1.) {    // moon hidden in front of or behind jupiter
    if(i_occultation) {
        // are we in front or behind ?

        reduced_phase = omega*time+phase;
        residual = reduced_phase/(2.*PI);
        nresidual = (int) residual;
        reduced_phase = reduced_phase - nresidual*2.*PI;

        ifb = 0;
        if (fabs(reduced_phase-PI/2.)<PI/2.) {    //

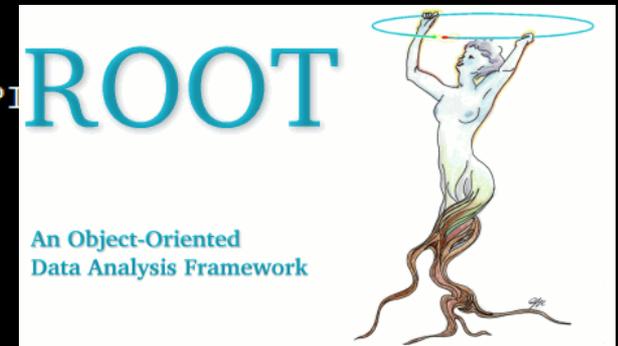
            ifb = -1;

            //occultation by jupiter

            if(fabs(theory) < jupiter_radius_in_pixel[i])
                observation1 = theory;
            if(fabs(theory) >= jupiter_radius_in_pixel[i])
                observation1 = jupiter_radius_in_pixel[i]*correction*theory/fabs(theory);
            error = error_front;

            //invisible since in shadow
            // position relative to center of shadow
            theory_shadow = radius*cos(omega*time+phase+angle_opposition[i]);

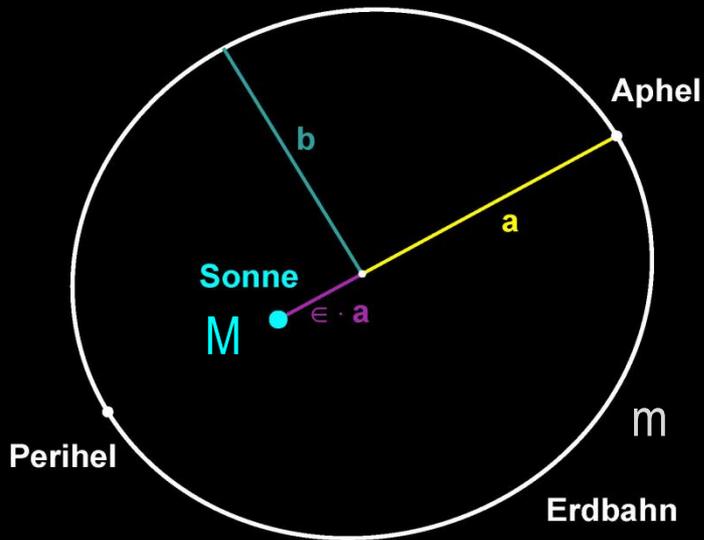
            if(fabs(theory_shadow) < jupiter_radius_in_pixel[i])
                observation2 = theory_shadow;
            if(fabs(theory_shadow) >= jupiter_radius_in_pixel[i])
                observation2 = jupiter_radius_in_pixel[i]
                    *theory_shadow/fabs(theory_shadow);
```



- Motivation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Das III. Keplersche Gesetz

T.H.



Kepler, empirisch, 1618/1619:
(Daten von Tycho Brahe)

$$P^2 \sim a^3$$

gemeinsame
Zentralmasse

Periode

große Halbachse

Newton, 1684:

$$m \omega^2 a = G \frac{M m}{a^2}$$

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{GM}$$

- Motivation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Annahmen/Näherungen

- Bahnen von Erde und Jupiter und Abstände bekannt
Astronomische Einheit AE = Erde-Sonne-Abstand
= 150 Millionen km
- Lichtgeschwindigkeit bekannt $c = 300000$ km/s

- alle Bewegungen in der Ekliptik
(korrekt: < 2 Grad Abweichung Jupiter/Monde)



Blick auf Kante !

- Jupitermond-Bahnen: Exzentrizität = 0
(korrekt: < 0.01)
- Keplersche Mondbahnen ohne gegenseitige Störungen
(Orbital-Resonanz !)

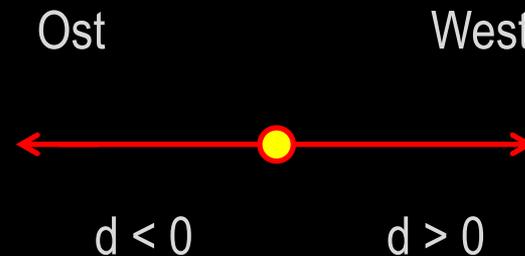
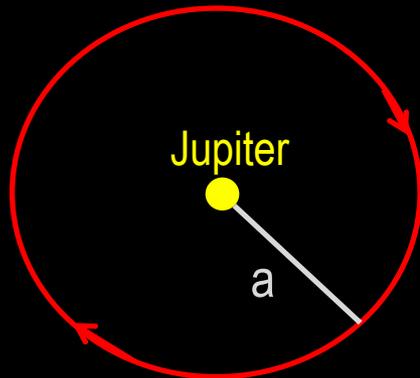
Bestimmung von Umlaufzeiten und "Bahnradien"

Benutze nur Messungen während der Jupiteropposition (21.9.2010)

+/- eine Woche: **21 Fotos**

(verschiedene Korrekturen nicht erforderlich,
insbesondere Abstand Erde – Jupiter ~ konstant !)

Kreisbahn von der Kante gesehen: harmonische Pendelbewegung



Abstand von Jupiter $\longrightarrow d(t) = a \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{P}t + \phi\right)$ Phase (Zeitnullpunkt)

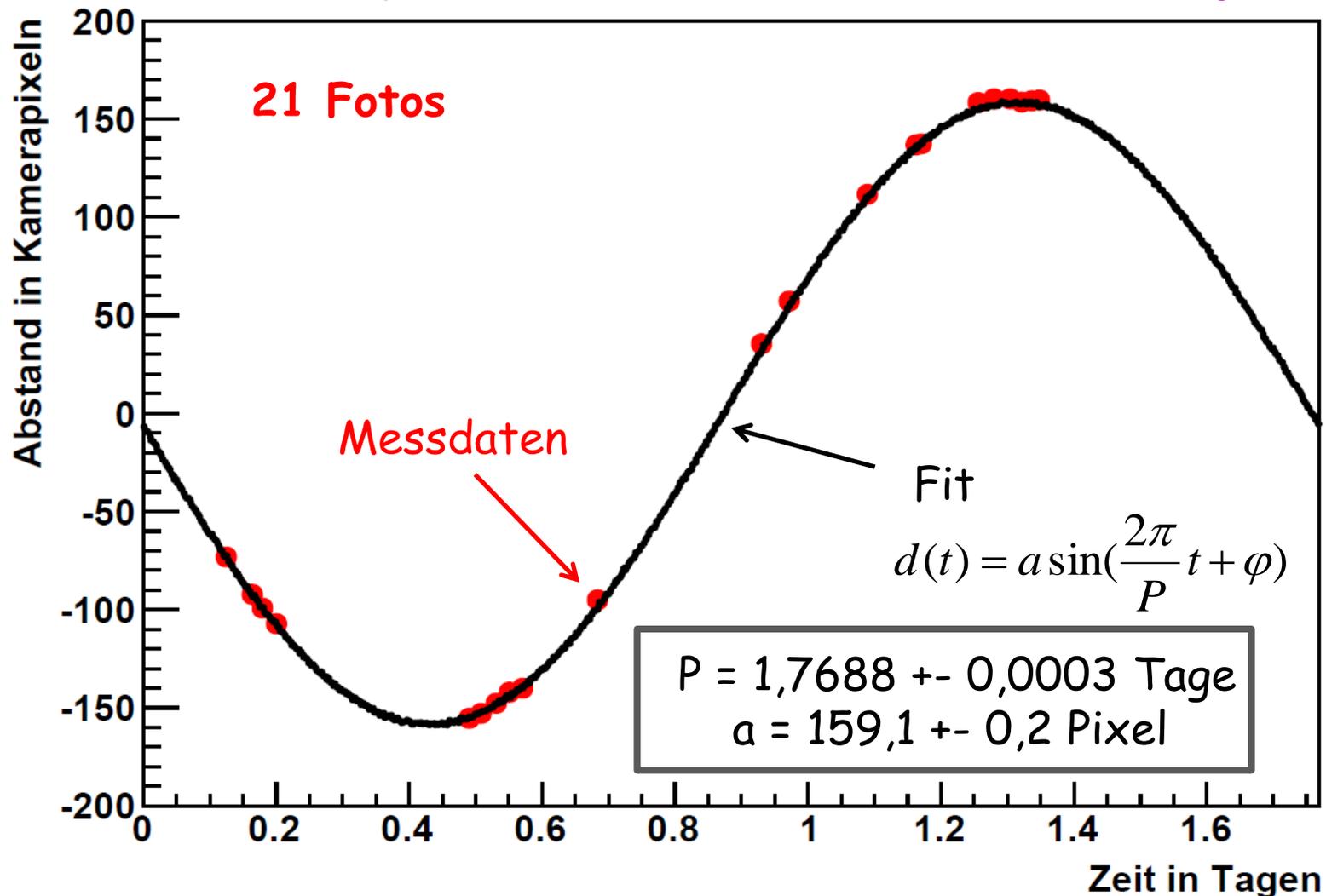
Anpassung: Parameter P und a (und ϕ)



Umlaufperiode und „Bahnradius“

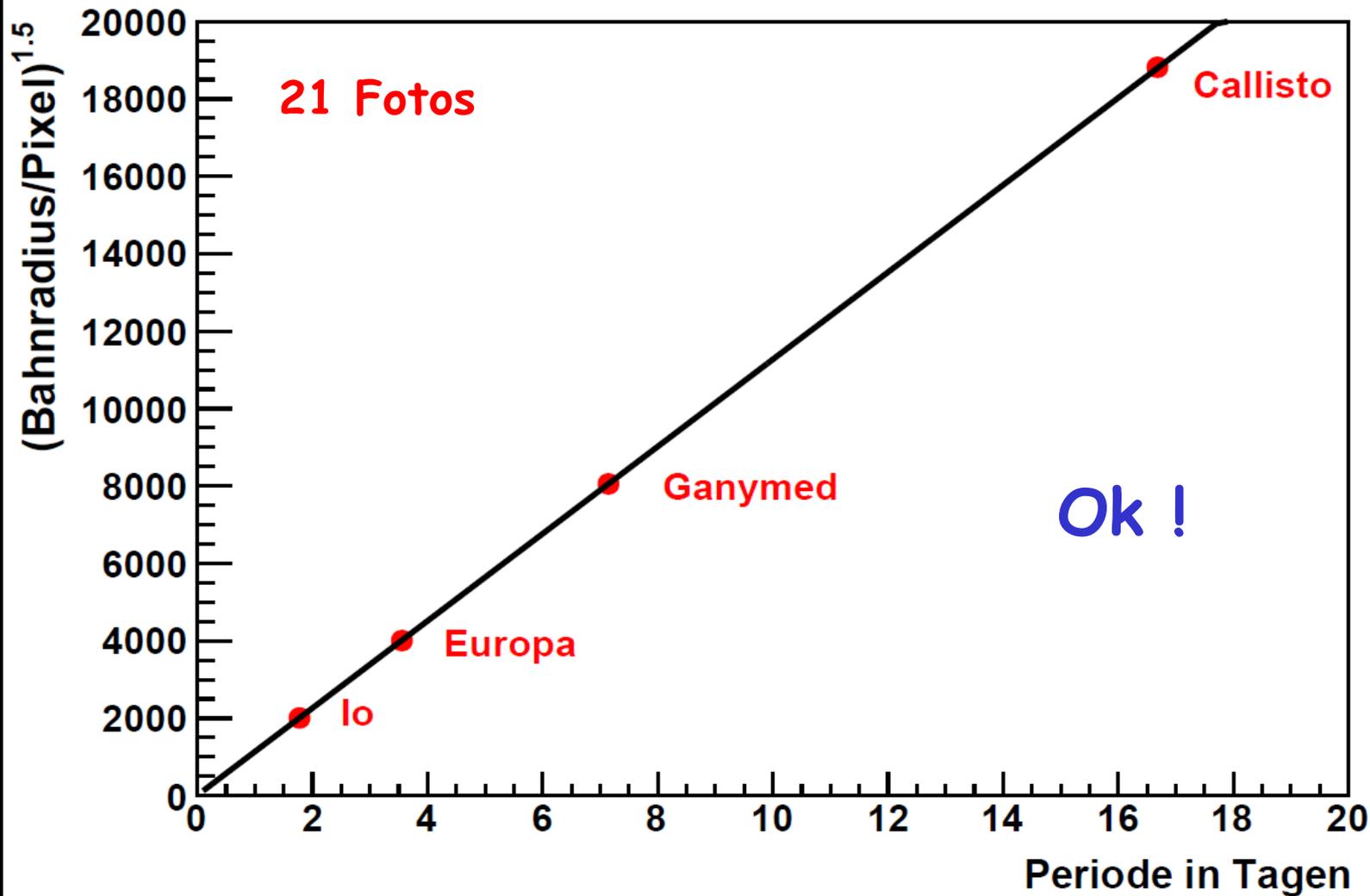
Mond Io

Graphik: alle Messdaten in Zeitfenster von 1 Periode geschoben



Test des III. Keplerschen Gesetzes

$$a^3 \sim P^2$$



- Motivation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Kalibrierung der Optik mit Referenzsternen



Umrechnungsfaktor Kamerapixel \rightarrow Winkel

1.092 \pm 0.002 pixel / "

1

3

4

6

M29

7

8

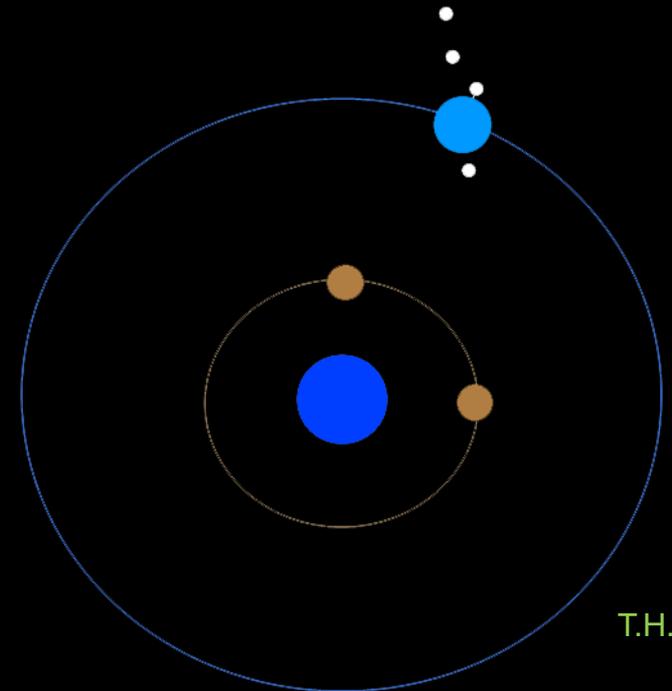
5

Effekte / Korrekturen

Alle 285 Fotos

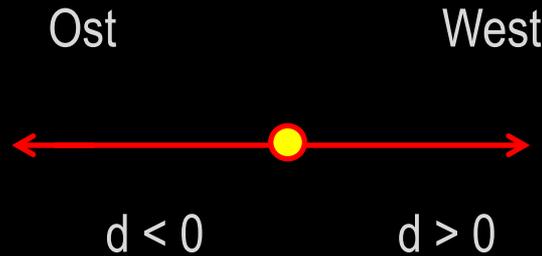
- Berücksichtige zeitlich veränderlichen Abstand Erde-Jupiter bei Berechnung der absoluten Jupiter-Mondabstände:
Kamerapixel \rightarrow Winkel \rightarrow absolute Mond-Jupiter-Distanzen

- zeitlich veränderliche Perspektive wegen Relativbewegung Erde-Jupiter:



- Monde vor/hinter Jupiter und im Jupiterschatten (Schatten abhängig von relativer Position Sonne-Erde-Jupiter)
- Lichtlaufzeiten

Gleichzeitige Auswertung aller vier Mondbahnen



Alle 285 Fotos

Anpassungsrechnung (Fit):

$$d_i(t) = a_i \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{P_i} t + \varphi_i\right)$$

$d(t)$ = Abstand von Jupiter

a = Bahnradius

P = Umlaufzeit

ϕ = Phasenwinkel

$$P_i = P_C \cdot \left(\frac{a_i}{a_C}\right)^{3/2}$$

Callisto

benutze Kepler III!

Minimalansatz!

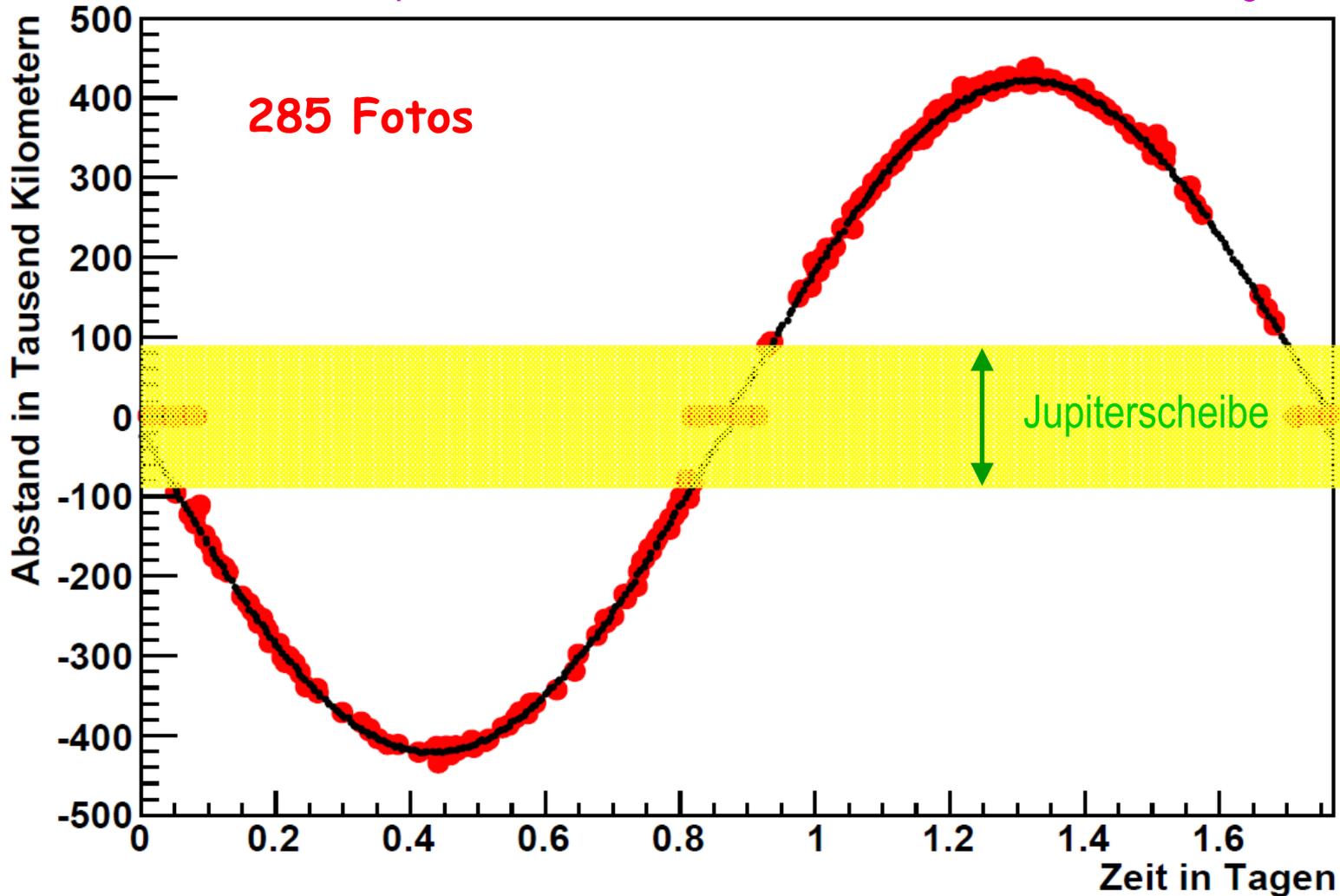
Fit mit 9 Parametern: P_C a_I a_E a_G a_C ϕ_I ϕ_E ϕ_G ϕ_C

(+ Bahnneigungen und Exzentrizitäten)

Ergebnisse - Io

Mond Io

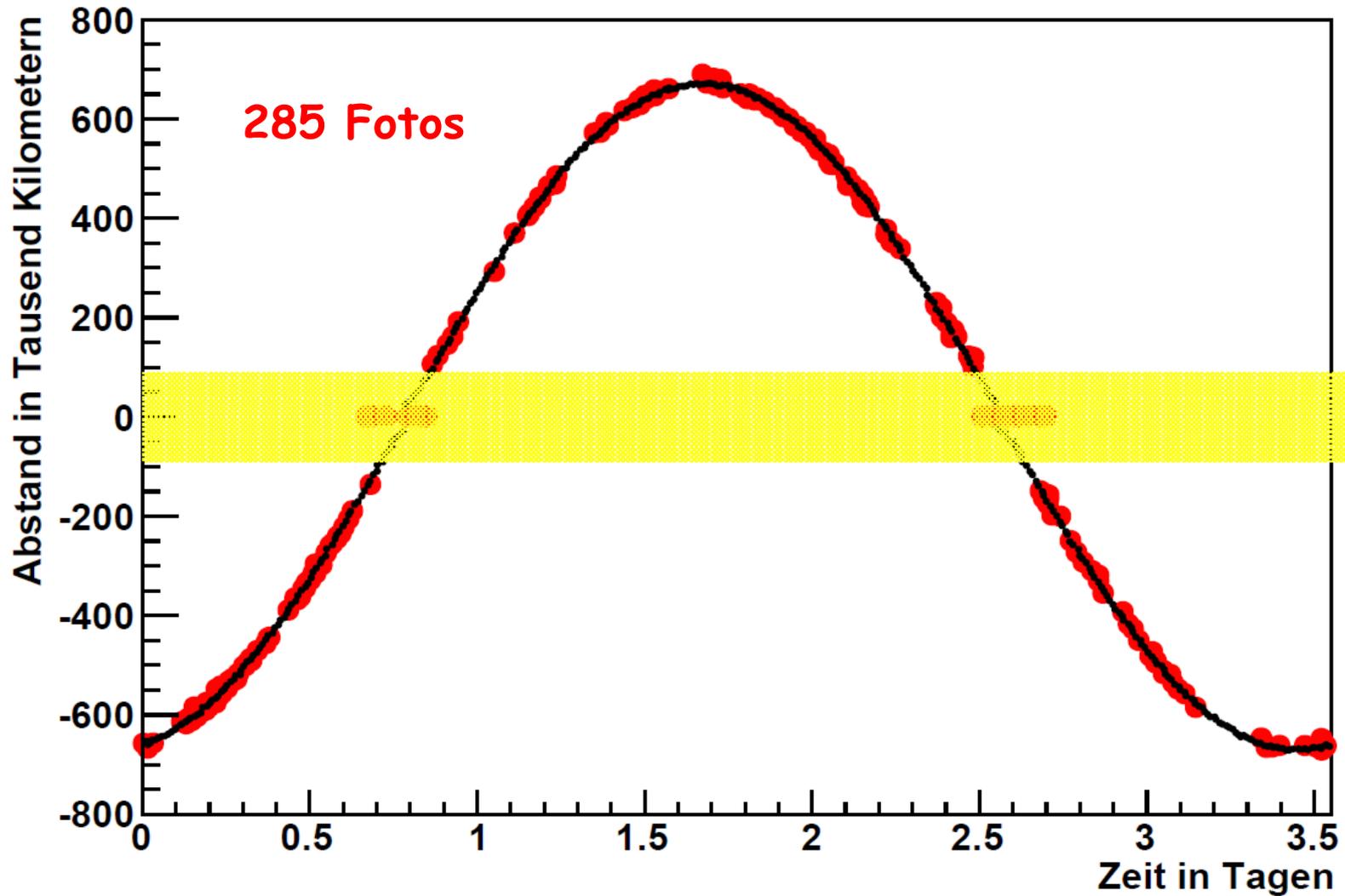
Graphik: alle Messdaten in Zeitfenster von 1 Periode geschoben



T.H.

Ergebnisse - Europa

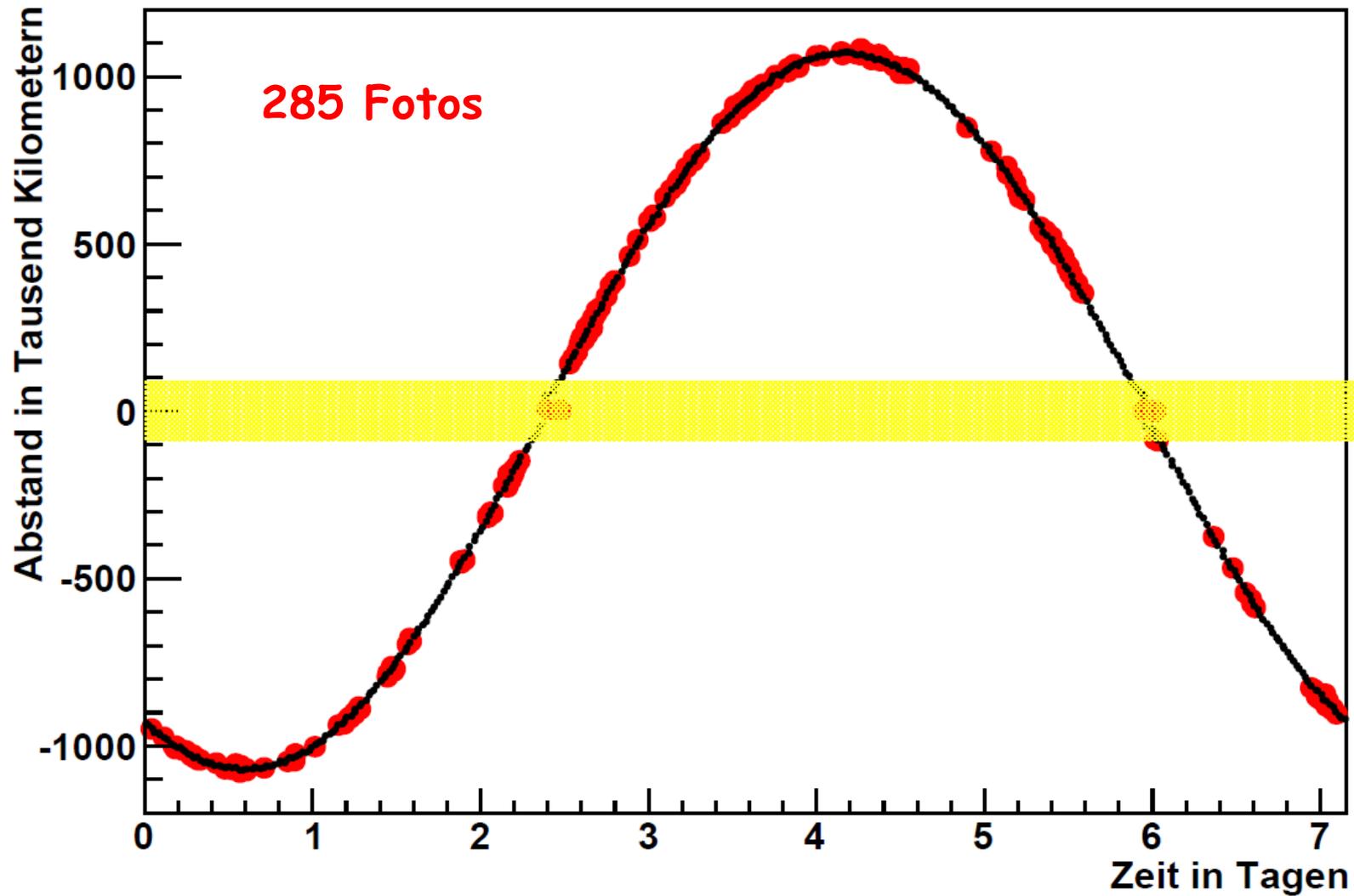
Mond Europa



T.H.

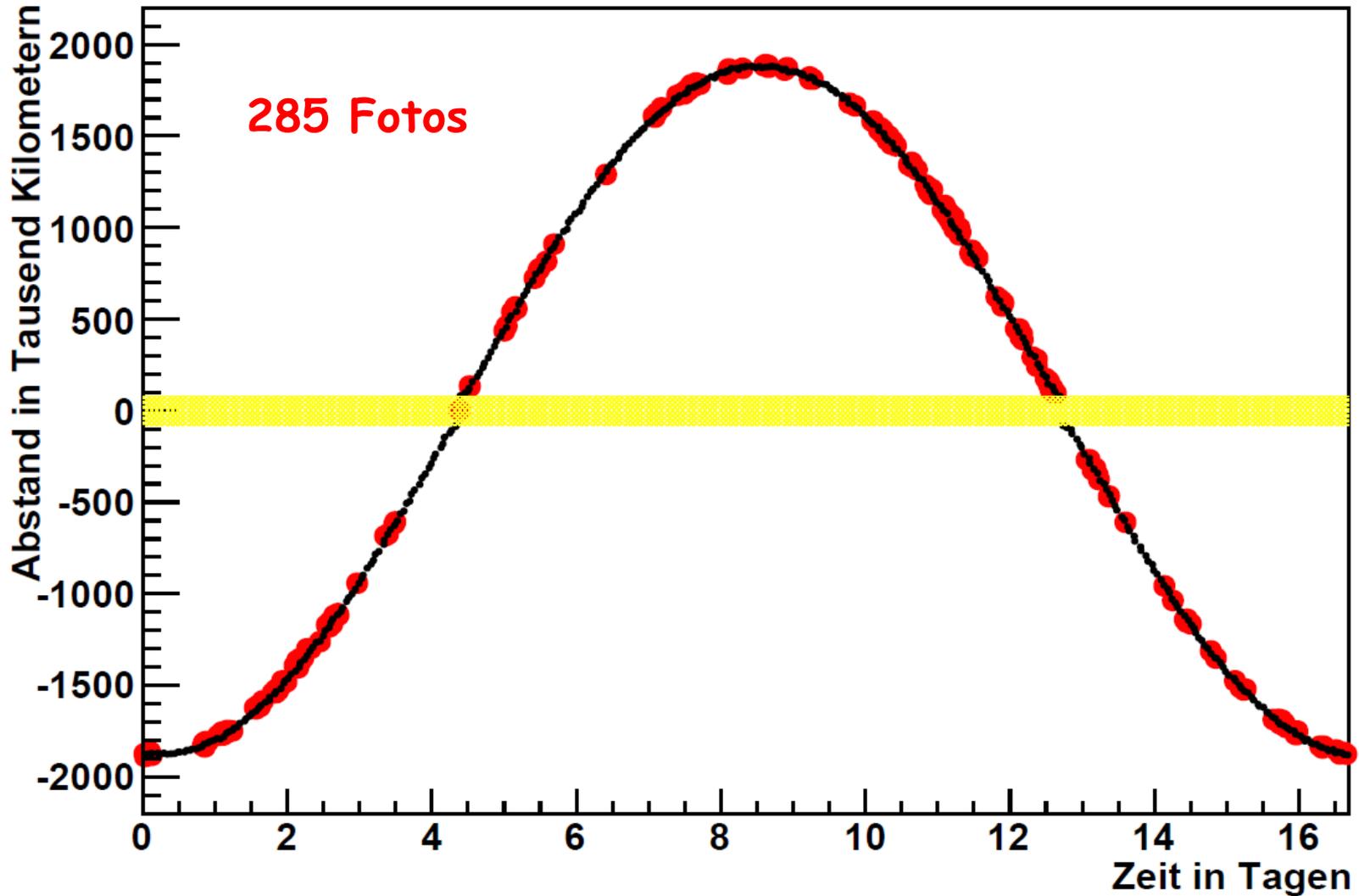
Ergebnisse - Ganymed

Mond Ganymed



Ergebnisse - Callisto

Mond Callisto



T.H.

Gemessene Bahnparameter

285 Fotos

Gemessene Umlaufperioden und Bahnradien der vier großen Jupitermonde

Jupitermonde	Periode P in Tagen	Radius $\overset{= a}{R}$ in Millionen Kilometern
Io	$1,76912 \pm 0,00001$	$0,4217 \pm 0,0008$
Europa	$3,55116 \pm 0,00002$	$0,6710 \pm 0,0012$
Ganymed	$7,15452 \pm 0,00005$	$1,0704 \pm 0,0020$
Kallisto	$16,68868 \pm 0,00012$	$1,8827 \pm 0,0034$

~ 1 sec !



Übereinstimmung mit
Literaturwerten !

Genauigkeit limitiert durch
Optik-Kalibration auf 0.2%

Jupitermasse

285 Fotos

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{G P^2}$$

ein Mond reicht,
da alle Werte korreliert sind

0.7%



$$M = (1,899 \pm 0,013) \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

1,8986 *Literatur*

Eine viel genauere Bestimmung der Mondbahnparameter und der Jupitermasse ist mit den hier benutzten Methoden und Näherungen nicht möglich !!!

- Motivation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Ole Rømer und die Lichtgeschwindigkeit

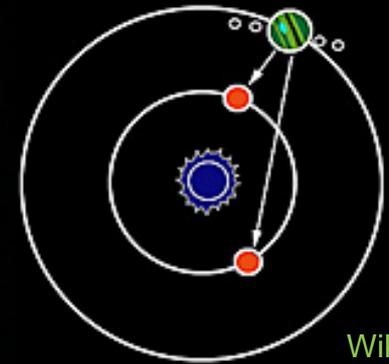
Erste Messung der Lichtgeschwindigkeit:

- Verzögerung Io-Verfinsterung
 $t = 11 \text{ Min. (8 Min)}$ für Erdbahnradius
(O. Rømer, 1676)
- Erdbahnradius $r = 140 \text{ (150) Mill. km}$
(G. Cassini, 1673)

$$c = r/t = 212'000 \text{ (300'000) km/s}$$

(C. Huygens, 1678)

„Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Roemer de l'Académie des sciences“. (1676)



Wikipedia



Lichtgeschwindigkeit endlich

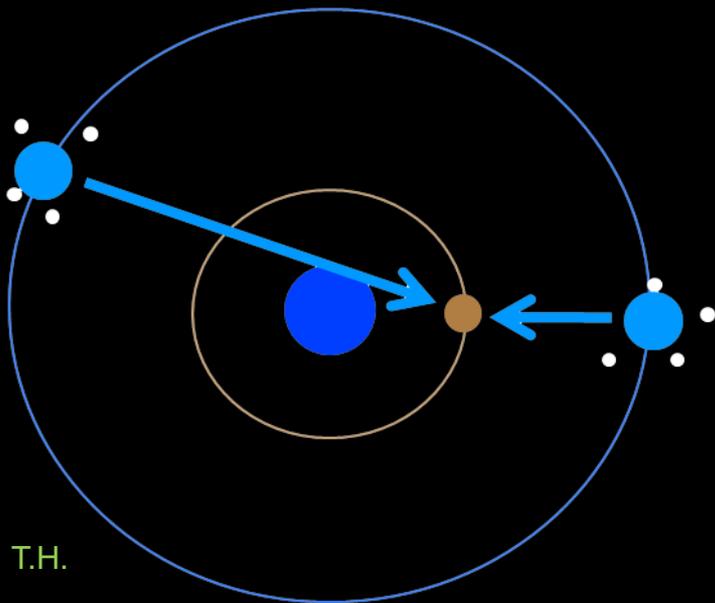
1644-1710

- Motivation
- Jupitermonde / Galileo
- Ausrüstung
- Fotos / Astrometrie / Auswertung
- Planeten- und Mondbahnen / Kepler und Newton
- Überprüfung des III. Keplerschen Gesetzes
- Messung der Bahnparameter der Monde und der Jupitermasse
- Lichtgeschwindigkeit / Römer
- Bestimmung von Astronomischer Einheit bzw. Lichtgeschwindigkeit
- Zusammenfassung

Messung der Lichtgeschwindigkeit ?

285 Fotos

kann als weiterer Parameter gefittet werden
(Astronomische Einheit AE wird weiterhin als bekannt angenommen)



Lichtlaufzeit :

Jupitermonde = himmlische Uhr !

Monde bei großem Abstand von Erde verspätet!

15.08.2009: : Abstand Erde-Jupiter = 4.03 AU = min.
19.12.2009: : = 5.48 AU

Maximaler

Unterschied ~ 1.4 AU

~ 12 Lichtminuten

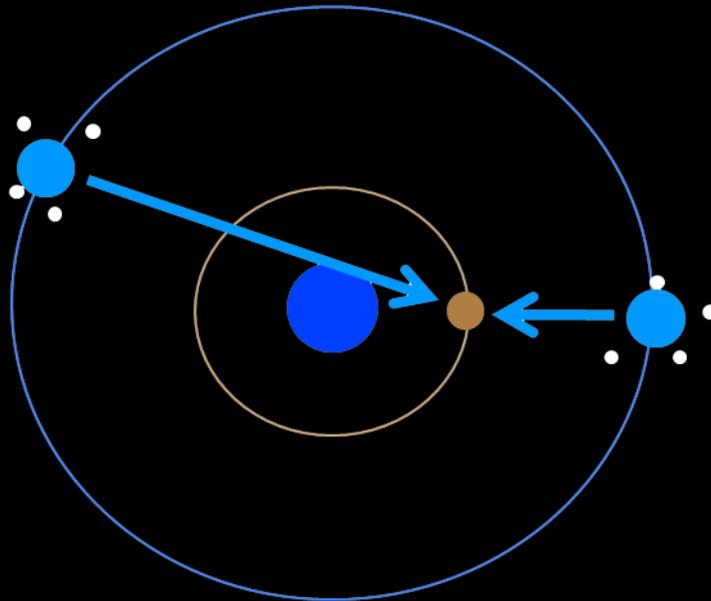
~ max 3 Pixel Bewegung von Io

$$c = (291000 \pm 55000) \text{ km} / \text{s}$$

Messung der Astronomischen Einheit ?

285 Fotos

kann auch gefittet werden:
alle Abstände im Sonnensystem werden entsprechend skaliert
(jetzt wird Lichtgeschwindigkeit als bekannt vorausgesetzt)

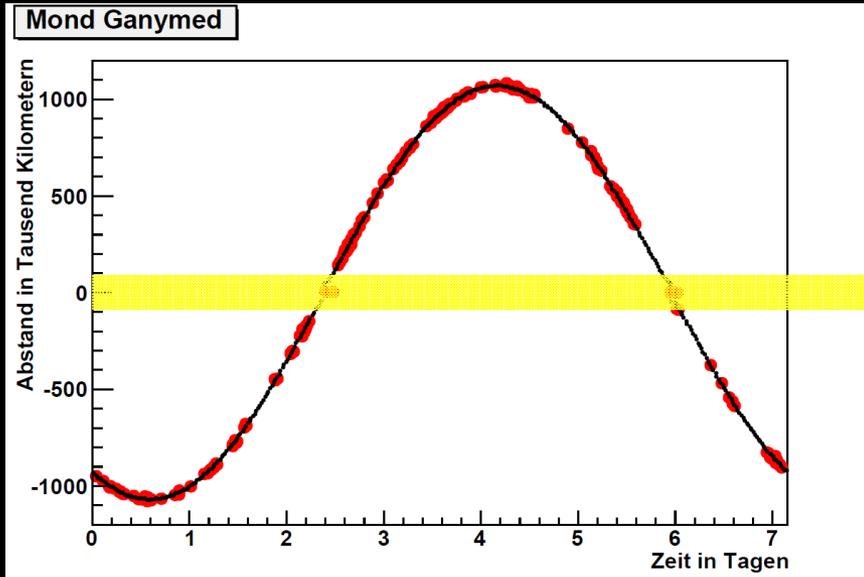


Man kann c
und $AE=d$ nicht
gemeinsam
bestimmen!

$$t = c \cdot d$$

$$AE = (154 \pm 28) \cdot 10^6 \text{ km}$$

Zusammenfassung



Jupitermonde	Periode P in Tagen
Io	$1,76912 \pm 0,00001$

$$C = (291 \pm 55) \text{ Tausend km/s}$$

Veröffentlichung:
Sterne und Weltraum Nov/2011