

RWTH Aachen
III. Physikalisches Institut
Praktikum für Fortgeschrittene
(Bachelor Physik)

Versuch 9: L3-Experiment: Z-Resonanz

Version 1.4, 18.03.2024, T.Hebbeker

0. Vorbemerkung:

Dieser ‘Versuch’ sieht weder den Aufbau eines Experimentierapparates noch die Aufnahme von Messdaten vor. Es geht um die Auswertung von Daten, die mit dem Teilchendetektor L3 im Jahr 1993 am e^+e^- -Beschleuniger LEP am Forschungszentrum CERN bei Genf aufgezeichnet wurden. Es handelt sich hier um ein typisches Großprojekt der modernen Elementarteilchenphysik, das natürlich nicht im Rahmen eines Praktikums kopiert werden kann. Andererseits ist die Auswertung der großen Datenmengen eine wichtige und typische Arbeit für Experimentalphysiker dieser Forschungsrichtung. Mit diesem ‘Versuch’ können aktuelle und präzise Messungen fundamentaler Naturkonstanten nachvollzogen werden.

Die Studierenden führen diesen Praktikumsversuch mit Hilfe der Linux-Rechner im CIP-Pool durch. Die zur Auswertung erforderlichen Programme werden in C++ geschrieben.

Verbesserungsvorschläge sind herzlich willkommen.

1. Thema:

Messung von Wirkungsquerschnitten von e^+e^- -Reaktionen bei Schwerpunktsenergien im Bereich der Z-Resonanz; Bestimmung der fundamentalen Naturkonstanten m_Z , τ_Z (Masse und Lebensdauer des Z-Bosons), $\sin^2 \theta_W$ (elektroschwacher Mischungswinkel) und N_C (Zahl der Quarkfarben).

2. Dauer: 2 Tage

3. Literatur: (siehe auch Web-Seite zu diesem Versuch)

- Übersicht: H. Schopper, Die Ernte nach einem Jahr LEP-Betrieb, Physikalische Blätter 47 (1991) 907.
- M. Grünwald und T. Hebbeker, Teilchenphysik am e^+e^- -Speicherring LEP, Physikalische Blätter 51 (1995) 837.

- Experiment: O. Adriani et al., Results from the L3 Experiment at LEP, Physics Reports 236 (1993) 1; insbesondere Kapitel 2 und 5.
- Moderne Lehrbücher der Elementarteilchenphysik

4. Spezielle Vorkenntnisse:

Kenntnisse aus Atom-, Quanten- und Kernphysik werden vorausgesetzt. Grundkenntnisse der Elementarteilchenphysik (Quarks, Leptonen, Eichbosonen, Detektoren, Luminosität) werden im folgenden Kapitel zusammengestellt.

Die Datenanalyse erfolgt auf Linux-PCs. Entsprechende Linux-Grundkenntnisse sind nützlich. Bei der eigentlichen Programmierung kann auf Beispiele zurückgegriffen werden, daher sind C++ - Grundkenntnisse ausreichend.

Es wird ein Einheitensystem mit $c = \hbar = 1$ verwandt, s. Anhang.

5. Einführung:

5.0. Elementarteilchenphysik

Die folgende Abbildung 1 fasst die bekannten elementaren Teilchen zusammen:

Materie: Spin $\frac{1}{2}$ - Fermionen:

$$\begin{array}{l} \text{Leptonen:} \quad \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \\ \\ \text{Quarks:} \quad \begin{pmatrix} u & u & u \\ d & d & d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c & c & c \\ s & s & s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t & t & t \\ b & b & b \end{pmatrix} \end{array}$$

Wechselwirkungen: Spin 1 – Eichbosonen:

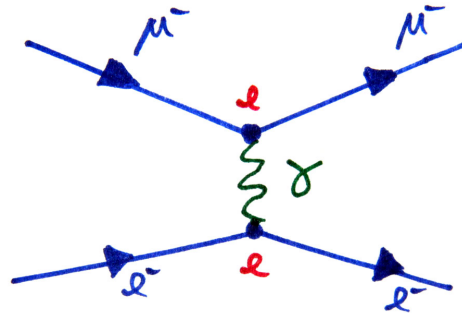
elektroschwach:	Photon	γ	masselos
	Z-Boson	Z	91 GeV
	W-Boson	$W^+ W^-$	80 GeV
stark:			
	Gluon	g	masselos

Abbildung 1: Schema der Elementarteilchen im Standardmodell der Teilchenphysik

Es gibt die ‘Materieteilchen’, das sind **Fermionen** (**Leptonen** und **Quarks**) mit Spin 1/2. Dazu kommen noch die **Antiteilchen**. Quarks treten in drei ‘**Farb**’-Versionen auf. Quarks sind nicht direkt

Name	Spin	Quarks	m/MeV	τ/s	Zerfall
π^+	0	$u\bar{d}$	140	$3 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+\nu$
π^0	0	$u\bar{u}, d\bar{d}$	135	$8 \cdot 10^{-17}$	$\gamma\gamma$
K^+	0	$u\bar{s}$	494	10^{-8}	$\mu^+\nu(64\%), \pi^+\pi^0(21\%)$
B^-	0	$b\bar{u}$	5279	10^{-12}	viele

Tabelle 1:

Abbildung 2: Feynman-Diagramm für den Prozess $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$

beobachtbar, sondern nur ‘verpackt’ als Bestandteile von **Hadronen**. Zu letzteren gehören die **Baryonen**, insbesondere Proton ($=uud$) und Neutron ($=udd$), und auch die **Mesonen**, die aus Quark und Antiquark bestehen, z.B. Pionen wie $\pi^+ = u\bar{d}$, siehe Tabelle.

Die schwereren Fermionen sind instabil und zerfallen in die leichteren, auch Mesonen zerfallen, z.B. $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, siehe Tabelle oben.

Ferner gibt es die ‘Austauschteilchen’, die den Spin 1 tragen, man spricht daher auch von **Vektorbosonen**. Das Photon γ ist das Austauschteilchen der elektromagnetischen Kraft = elektromagnetische Wechselwirkung. Eine solche Wechselwirkung kann man graphisch mit **Feynmandiagrammen** darstellen, ein Beispiel (elastische Streuung von Elektronen an Myonen) zeigt Abb. 2. Die Elementarladung e bestimmt die Stärke der Ankopplung der Photonen an die Leptonen.

Die Feynmangraphen dienen als Grundlage für die Berechnung der zugehörigen **Wirkungsquerschnitte**. Die schweren **W-Bosonen** W^\pm und die noch etwas schwereren **Z-Bosonen** Z sind die Austauschteilchen der **schwachen Wechselwirkung**. Das **Gluon** g spielt die entsprechende Rolle in der starken Wechselwirkung. Es ‘klebt’ auch die Quarks zu Hadronen zusammen. Man spricht analog zur **QED = Quantenelektrodynamik**, der Theorie zur Beschreibung elektromagnetischer Prozesse, hier von der **Quantenchromodynamik = QCD**, da die Farben hier die Rolle der elektrischen Ladungen übernehmen.

Elektromagnetische und schwache Kräfte werden zusammen mit der starken Wechselwirkung im **Standardmodell der Elementarteilchenphysik** zusammengefasst und theoretisch beschrieben.

Es gibt eine sehr enge Verknüpfung von elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung, man spricht von der **elektroschwachen** Kraft. Ein wichtiger Parameter im Standardmodell ist der sogenannte **elektroschwache Mischungswinkel**, den man in der Regel in der Form $\sin^2 \theta_W$ angibt. Er

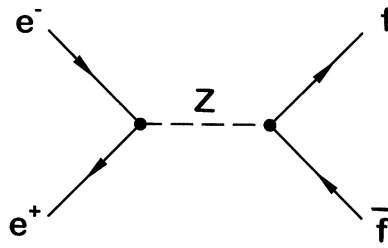


Abbildung 3: Feynman-Diagramm für den Prozess $e^+e^- \rightarrow f \bar{f}$

beschreibt das Zusammenspiel zwischen elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung. Die elektroschwachen Eichbosonen sind sehr kurzlebig.

5.1. e^+e^- -Physik an der Z-Resonanz

Die Zahlenwerte für die Z-Masse m_Z und den elektroschwachen Mischungswinkel θ_W können heute *nicht* theoretisch vorausgesagt werden, sondern müssen gemessen werden bzw. aus geeigneten Messgrößen berechnet werden.

Die Eigenschaften des Z-Bosons kann man besonders gut in Kollisionen hochenergetischer Elektronen und Positronen untersuchen. Das so erzeugte Z zerfällt dann sehr schnell in Leptonen oder Quarks.

Bei Schwerpunktsenergien $\sqrt{s} = E_{e^-} + E_{e^+} = 2 E_{e^-}$ in der Nähe der Masse m_Z des neutralen Eichbosons der elektroschwachen Wechselwirkung werden e^+e^- -Annihilationen durch den Feynmangraphen der Abb. 3 beschrieben. Das Z zerfällt in Fermion-Antifermionpaare, also z.B. in $\mu^+\mu^-$ oder $q\bar{q}$. Die Quarks sind nicht direkt beobachtbar, sondern transformieren sich in eine Vielzahl von Hadronen, man spricht von ‘**Jets**’. Im **Schwerpunktsystem** (hier = Laborsystem in dem der Detektor ruht) fliegen die beiden Leptonen bzw. die zwei Quarkjets in entgegengesetzter Richtung auseinander.

Die folgenden Gleichungen verknüpfen die messbaren Wirkungsquerschnitte mit den fundamentalen Parametern im ‘Standardmodell’ der Elementarteilchenphysik wie Z-Masse und elektroschwachem Mischungswinkel θ_W . Diese Formeln können hier allerdings nicht hergeleitet werden, siehe Literatur.

Der totale Wirkungsquerschnitt ist bei den hier untersuchten Schwerpunktsenergien in der Nähe der Z-Masse resonanzartig erhöht, ähnlich wie die Amplitude bei einem schwingenden System stark anwächst, wenn man es mit Frequenzen nahe der Eigenfrequenz anregt. Der Verlauf des Wirkungsquerschnittes mit der Schwerpunktsenergie, also die **Resonanzkurve**, wird durch eine **Breit-Wigner-Verteilung** theoretisch beschrieben:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \frac{s \Gamma_Z^2}{(s - m_Z^2)^2 + m_Z^2 \Gamma_Z^2} \quad (1)$$

Dabei gilt:

$$\Gamma_Z = 1/\tau_Z \quad (2)$$

Das ist die Unschärferelation! In der obigen Formel steht s für das Quadrat der Schwerpunktsenergie, τ_Z bezeichnet die **mittlere Lebensdauer** und Γ_Z die **totale Zerfallsbreite** des Z. Man beachte,

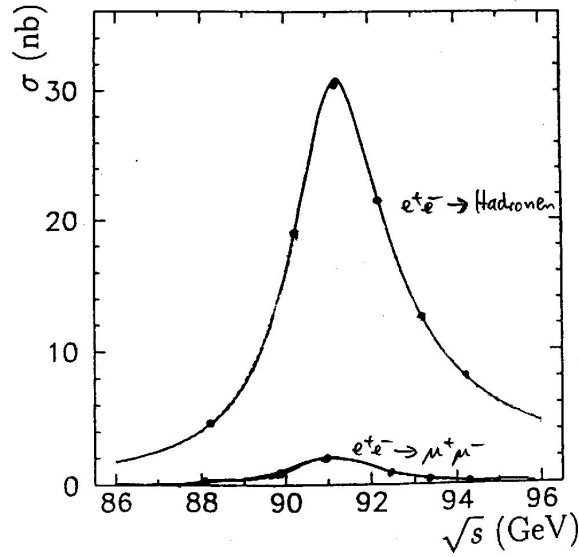


Abbildung 4: Wirkungsquerschnitte für Elektron-Positron-Annihilation nahe der Z-Resonanz

dass m_Z die mittlere Masse ist, denn man kann ja auch Z-Bosonen bei Energien erzeugen, die vom Mittelwert abweichen, z.B. bei $m_Z \pm \Gamma_Z$. Das Maximum des Wirkungsquerschnittes

$$\sigma_0 = \frac{12\pi}{m_Z^2} \cdot \frac{\Gamma_e \Gamma_f}{\Gamma_Z^2} \quad (3)$$

hängt vom Endzustand $f \bar{f}$ ab, siehe Abb. 4. Position und Breite der Resonanzkurve sind durch m_Z bzw. Γ_Z gegeben.

Wenn ein Teilchen wie das Z-Boson in verschiedene Endzustände f zerfallen kann, so nennt man die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten ‘**Verzweungsverhältnisse**’ B_f (von ‘Branching fraction’). Offenbar muss für die Summe über alle möglichen Zerfallsmodi gelten:

$$\sum_f B_f = 100 \% \quad (4)$$

Die **partiellen Breiten** Γ_f für einen Zerfallskanal sind allgemein definiert durch

$$\Gamma_f = B_f \cdot \Gamma \quad (5)$$

Sie sind ein Maß für die Kopplungsstärke des Z an die jeweiligen Fermionen. Je größer ein Γ_f , desto häufiger zerfällt das Mutterteilchen in diesen Endzustand. Die partiellen Breiten beschreiben nicht nur die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall, sondern sind auch umgekehrt ein Maß für die Häufigkeit für die Erzeugung des Z bei der Annihilation eines Fermionen und des zugehörigen Antifermions. Deshalb wird die Kopplung der Elektronen im Anfangszustand an das Z beschrieben durch Γ_e , und Γ_f steht für die Kopplung an den Endzustand, für den es ja verschiedene Möglichkeiten gibt. Die partiellen Breiten sind eine Funktion des elektroschwachen Mischungswinkels. Im Standardmodell der elektroschwachen und starken Wechselwirkungen gilt

$$\Gamma_f = \frac{G_F m_Z^3}{24 \sqrt{2} \pi} \cdot [1 + (1 - 4|Q_f| \sin^2 \theta_W)^2] \quad (6)$$

$G_F = 1.166 \cdot 10^{-5}/\text{GeV}^2$ ist die **Fermikonstante** und Q_f die elektrische Ladung des Fermions (in Einheiten der Elementarladung): 0 für die drei Sorten Neutrinos, -1 für die geladenen Leptonen e, μ, τ und $2/3$ bzw. $-1/3$ für die Quarksorten u, c und d, s, b . Die partiellen Breiten hängen also nur von der Ladung der Teilchen ab. Bei Quarks muss die partielle Breite nach (6) zusätzlich mit dem **Farbfaktor** N_C multipliziert werden. Die partielle Breite für den Zerfall in Hadronen ist daher

$$\Gamma_{\text{Had}} = N_C \cdot (\Gamma_u + \Gamma_d + \Gamma_s + \Gamma_c + \Gamma_b) = N_C \cdot (2 \Gamma_u + 3 \Gamma_d) \quad (7)$$

Das top-Quark ist als einziges Fermion zu schwer, um in Z-Zerfällen zu entstehen. Die Gesamtbreite des Z ist die Summe aller partiellen Breiten:

$$\Gamma_Z = \Gamma_{\text{Had}} + 3 \Gamma_{\nu_e} + 3 \Gamma_e \quad (8)$$

Die bisher angegebenen Formeln gelten in niedrigster Ordnung der **Störungstheorie**, die einer Reihenentwicklung in der Fermi-Konstanten G_F entspricht. Weiter unten werden die für die Analyse relevanten Korrekturen (entsprechen höheren Ordnungen, d.h. auch kompliziertere Feynmandiagramme werden berücksichtigt) angegeben, durch die obige Gleichungen modifiziert werden. Der in der Abbildung 4 oben gezeigte Verlauf der Wirkungsquerschnitte enthält diese Korrekturen bereits.

Die Analyse erfolgt im Rahmen des Standardmodells der elektroschwachen und starken Wechselwirkungen. Dessen Gültigkeit wird vorausgesetzt und dessen freie Parameter sollen gemessen werden.

5.2. Das L3-Experiment

Im 'Speicherring'¹ **LEP** kreisten unterirdisch in entgegengesetzter Richtung Elektron- und Positronpakete, die sich an vier Wechselwirkungspunkten trafen. An einem dieser Punkte stand der **L3-Detektor**. Im LEP-Tunnel ist jetzt der **LHC-Beschleuniger** aufgebaut, der Protonen mit Protonen kollidieren lässt, auch die Detektoren sind neu.

Im Zentrum von L3 kollidierten die Strahlen, darum herum waren zwiebelschalenartig verschiedene Detektorkomponenten aufgebaut. Bei einer e^+e^- -Kollision entstehen mehrere Teilchen, oft werden Fermion-Antifermion-Paare erzeugt, die dann zerfallen oder zu Jets hadronisieren (Quarks). Wesentliche Elemente des L3-Detektors waren:

- **Innere Vertex- und Spurkammer**
wird für diese Analyse nicht benötigt.
- **Kalorimeter** (absorbiert fast alle Teilchen \rightarrow Energiemessung)
- **Myonkammern** (Spurkammern, können nur von Myonen erreicht werden)

Man verwendet ein Koordinatensystem mit z-Achse = Elektron-Flugrichtung.

Ein typisches Hadronereignis (Schnitt senkrecht zur Strahlachse durch den inneren Teil des L3-Apparates) zeigt die folgende Abbildung 5. Im Inneren sieht man die rekonstruierten Spuren geladener Teilchen. Weiter außen erkennt man getroffene Kristalle aus Wismutgermanat im elektromagnetischen Teil des Kalorimeters. Die Länge der Balken ist proportional zur Energie. In den Kristallen, die jeweils etwa 20 cm lang sind und 4 cm dick, bilden sich bei eindringenden Elektronen (bzw.

¹Teilchen werden erst beschleunigt und dann über viele Umläufe gespeichert

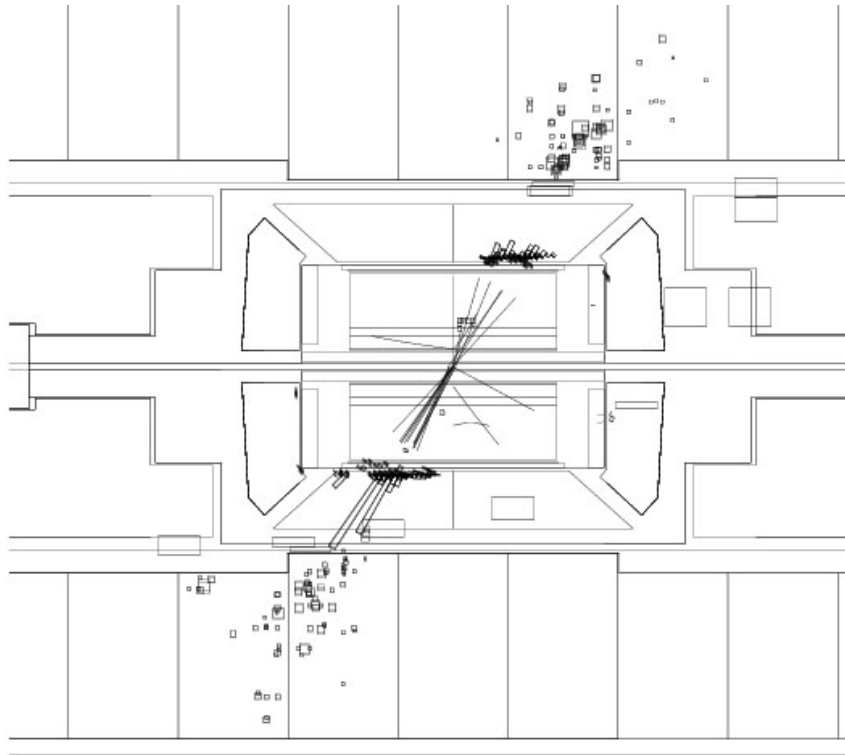


Abbildung 5: Hadronereignis im L3-Detektor

Positronen) oder Photonen **elektromagnetische Schauer** aus einer Vielzahl sekundärer e^- , e^+ , γ -Teilchen. Die e^- , e^+ erzeugen in den Kristallen durch **Szintillation** Licht, das gemessen wird und proportional zur Energie des primären Teilchen ist. Die Quadrate im Außenbereich zeigen Treffer im Hadronkalorimeter an, mit dem man *hadronische Schauer* nachweist und deren Energie misst. Hadronische Schauer entstehen durch starke WW von Hadronen mit den Atomkernen des Kalorimeters. Das zweite In Abb. 6 gezeigte Ereignis ist vom Typ $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. Hier sind jetzt auch die großen äußeren Myonkammern abgebildet. Beim Durchgang durch Myonen (alle anderen Teilchen werden vorher absorbiert, Neutrinos können praktisch gar nicht nachgewiesen werden). wird in Driftkammern das Gas *ionisiert* und die dabei entstehenden sekundären Elektronen werden durch elektrische Felder gesammelt und nachgewiesen. Es gibt zwei Myonspuren, deren Krümmung im Magnetfeld (parallel zur Strahlachse) sehr klein ist und mit dem Auge nicht wahrgenommen werden kann. Entlang der Myonbahnen wird etwas Energie in beiden Kalorimetern deponiert.

Der L3-Apparat zeichnete die Kollisionsereignisse auf Magnetband auf. Außer Z-Zerfällen gehörten dazu auch **Untergrundprozesse** der Typen ‘Strahl-Gas’, ‘Strahl-Strahlrohr’, ‘kosmisches Myon’.

5.3. Ziele:

Zunächst sollen die Wirkungsquerschnitte für die Hadronproduktion bei den drei Schwerpunktsenergien 89.48 GeV, 91.33 GeV und 93.02 GeV gemessen werden. Dazu müssen im Datensatz hadronische Endzustände erkannt und gezählt werden. Durch Vergleich mit (1) erhält man aus einem Fit die Z-Masse und die Z-Breite bzw. Z-Lebensdauer sowie den maximalen hadronischen Wirkungsquerschnitt σ_0^{Had} .

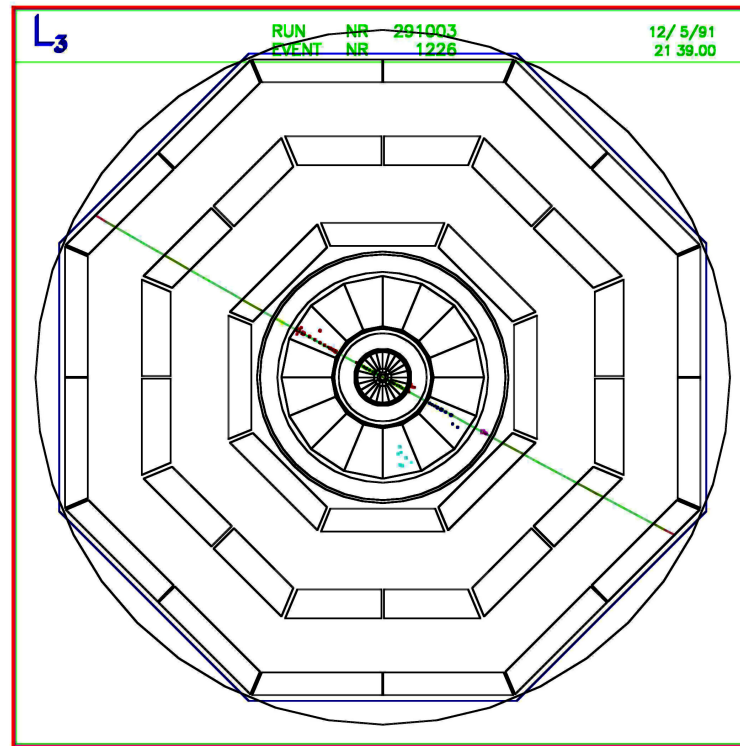


Abbildung 6: Myonereignis im L3-Detektor

Dann sollen Myonereignisse selektiert werden und deren maximaler Produktionswirkungsquerschnitt σ_0^μ bestimmt werden.

Die partielle Breite

$$\Gamma_e = \Gamma_\mu = \Gamma_\tau$$

kann man dann entweder direkt aus dem Myonwirkungsquerschnitt mit (3) bestimmen oder durch Kombination von (3) und (8) aus dem hadronischen Peak-Wirkungsquerschnitt.

Mit (6) berechnet man daraus den elektroschwachen Mischungswinkel.

Damit kann man die partiellen Breiten aller Fermionen nach (6) ausrechnen und der z.B. aus (8) bestimmte Wert für Γ_{Had} mit dem im Standardmodell berechneten Ausdruck für $\Gamma_{\text{Had}}^{\text{SM}}$ verglichen werden. So erhält man den Farbfaktor.

6. Auswertung:

Technische Aspekte:

Es gibt zwei Alternativen, die Studierenden entscheiden sich nach Absprache mit Betreuer/in für eine davon:

- i) **ROOT** C++ - Programme, die mit dem am CERN entwickelten Analyse-Paket *ROOT* interpretiert und ausgeführt werden.

ii) **Jupyter** Eine Jupyter-Notebook-Umgebung, in der die C++ - Programme ausgeführt werden.

In beiden Fällen sind graphische Darstellungen möglich.

i) **ROOT**

Die Arbeiten können im CIP-Pool durchgeführt, unter dem account des jeweiligen Nutzers. Dort ist ROOT vorinstalliert. .

Alle erforderlichen files können heruntergeladen werden von

`web.physik.rwth-aachen.de/~hebbeker/fprakt/zindex.html`

Es steht ein ‘Dummy’-Ausleseprogramm *analyse.C* zur Verfügung, das ergänzt werden soll, um die Datenselektion und -analyse durchzuführen. Dabei können die verschiedenen Methoden zum Einlesen oder Drucken der Daten als ‘black box’ betrachtet werden, zu bearbeiten ist nur das Hauptprogramm ‘main’.

Das Programm *analyse.C* erzeugt Histogramme, die später graphisch dargestellt und weiterverarbeitet werden können. Nach Starten von ROOT mit

```
root
```

wird das Programm mit

```
.x analyse.C
```

gestartet. Von einem Terminal-Fenster aus kann man alles in einer Zeile kombinieren:

```
root analyse.C
```

Das Programm *analyse* liest pro Durchlauf einen der Datenfiles *89gev.dat*, *91gev.dat*, *93gev.dat*, die einen kleinen Teil der 1993 von L3 aufgezeichneten Daten enthalten. Zu jedem der insgesamt etwa 10000 Ereignissen sind die rekonstruierten Myonimpulse sowie Energie und Richtung der Treffer in den Kalorimetern verfügbar. Man kann diese (recht großen) Textfiles mit ‘less’ oder einem Editor ansehen. Genauer: siehe *analyse.C*. Man beachte: die angegebenen Teilchenmassen sind nicht mit L3 gemessen worden, sondern ergeben sich aus Teilchenidentifikation und bekannten Massenwerten, so wird etwa einem Myon, das man daran erkennt, dass es die Myonkammern erreicht und nicht vorher absorbiert wird, die bekannte Masse **0.106 GeV** zugeordnet. Die Datenfiles enthalten für jedes Ereignis pro rekonstruiertem Teilchen die drei Impulskomponenten p_x , p_y und p_z und das Produkt aus Masse und Ladung (in Einheiten der Elementarladung); alle vier Größen sind in GeV angegeben.

Außerdem gibt es die Files *hadrons.dat* und *muons.dat*, die Monte-Carlo-Ereignisse (Hadronen bzw. Myonen) enthalten. Die zugehörige Schwerpunktsenergie beträgt **91.2 GeV**. Diese Ereignisse wurden mit Simulationsrechnungen erzeugt. Winkel- und Energieverteilungen sind entsprechend den

theoretischen Kenntnissen und dem Detektorverhalten gewählt. Im Idealfall kann man nicht zwischen L3-Ereignissen und MC-Ereignissen unterscheiden.

Die mit *analyse.C* erstellten Histogramme kann man mit dem interaktiven Programm *ROOT* mit dem eingebauten Graphischen User-Interface am Bildschirm darstellen, verändern und drucken. Man kann dies auch mit einem C++ - Programm erledigen: *plot.C* ist ein kleines Beispiel-Programm das an die jeweils verwendeten Filenamen etc. angepasst werden muss. Ausführung:

```
root plot.C
```

Zusätzlich gibt es ein Programm in Form eines *ROOT*-Skriptes *BreitWigner.C*, mit dem eine Breit-Wigner-Resonanzkurve angefitet und graphisch dargestellt werden kann:

```
root BreitWigner.C
```

ii) Jupyter

Diese Programmierumgebung läuft in einem Web-Browser. Die an der RWTH bereitgestellte Version ruft man über den Link

```
https://jupyter.rwth-aachen.de/hub/login
```

auf und logged sich ein. Weiter geht es mit

'Profiles'

'[ZBLC] Z Boson Lab Course' auswählen

'START' (unten auf dieser Seite), startet den server, öffnet Seite *index.ipynb* mit Instruktionen wie man Jupyter für das Z-Experiment einsetzt.

oben rechts: 'select kernel = ROOT C++'

vom Menu aus 'restart kernel'

Der Programmcode sieht fast genauso wie oben beschrieben, hier sind die Namen *analyse.ipynb*, *plot.ipynb* etc. Das weitere Prozedere ist dem oben Erklärten sehr ähnlich.

Allgemeines zur Auswertung:

Die durch Simulation erzeugten Ereignisse stellen keine exakte Beschreibung der Messdaten dar. Dies liegt u.a. an der noch nicht perfekten Kalibration der Daten, an defekten Detektorkomponenten und an nicht simulierten Untergrundreaktionen.

Geben Sie bei allen Zwischen- und Endergebnissen die statistischen und eine Abschätzung der systematischen Fehler an.

Bei der Fehlerfortpflanzung bitte sinnvolle Vereinfachungen und Näherungen vornehmen. Von vorneherein sollen nur die Eingangsgrößen Berücksichtigung finden, die dominante Beiträge zur Unsicherheit der Ausgangsvariablen liefern. Meist bietet sich numerisches Berechnen an nach

$$\Delta(f(x)) = \frac{1}{2} \cdot |f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)|$$

Korrelationen können in vielen Fällen vernachlässigt werden.

Vergleichen Sie alle Ihre Ergebnisse mit veröffentlichten Resultaten.

6.1. Selektion von Hadron-Ereignissen

Stellen Sie Kriterien zur Unterscheidung hadronischer von anderen Z-Zerfällen und Untergrundereignissen auf. Lassen Sie sich von der angegebenen Literatur inspirieren. Der MC-Datensatz *hadrons.dat* zeigen Ihnen, wie Hadron-Ereignisse aussehen. Erstellen Sie Histogramme einiger charakteristischer Größen. Dabei sind zwei widersprüchliche Ziele zu verfolgen, die einen Kompromiss erfordern: Man möchte möglichst viele ‘gute’ ($Z \rightarrow \text{Hadronen}$) Ereignisse selektieren (hohe Effizienz), aber wenige schlechte (alle anderen) Ereignisse (kleiner Untergrund).

Schreiben Sie ein entsprechendes Selektionsprogramm. Modifizieren Sie dazu *analyse.C* so, dass sie für die L3-Datensätze die Zahl an Hadronereignissen N' bestimmen, die Ihre Kriterien erfüllen. Dann wenden Sie das gleiche Programm auf den MC-Datensatz an, und bestimmen Sie die Effizienz

$$\epsilon = N'_{MC}/N_{MC}$$

für Ihre Selektionskriterien. Dabei ist N_{MC} die Gesamtzahl der Ereignisse im MC-file. Die für 91 GeV bestimmte Effizienz gilt in guter Näherung auch bei Schwerpunktsenergien in der Nähe des Z-Peaks, wenn man in den Selektionskriterien statt der absoluten Impulse und Energien diese durch die nominale Schwerpunktsenergie dividiert.

Vergleichen Sie die Verteilungen einiger charakteristischer Variablen von Ereignissen, die die Selektionskriterien erfüllen, für L3-Daten und simulierten Daten: Gibt es systematische Diskrepanzen? Wie kann man diese eliminieren bzw. umgehen? Gibt es Hinweise für Untergrund im L3-Datensatz? Schätzen Sie die absolute Zahl der Untergrundereignisse N^U ab. Ist sie vernachlässigbar?

Die wahre Zahl der Hadronereignisse ergibt sich dann aus

$$N = \frac{N' - N^U}{\epsilon}$$

Um die systematischen Fehler abzuschätzen variiert man die Selektionskriterien (‘Schnitte’) in vernünftigen Grenzen. Dabei ändern sich N' , N^U und ϵ , während N im Idealfall unverändert bleibt.

6.2. Bestimmung der hadronischen Wirkungsquerschnitte

Es gilt

$$\sigma = N/L \quad (9)$$

Dabei ist L die über den Zeitraum der Datennahme integrierte **Luminosität** am L3-Wechselwirkungspunkt. Diese wird mit Hilfe der Bhabha-Streuereignisse $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ bei kleinen Streuwinkeln mit einer speziellen Detektorkomponente nahe des Strahlrohres gemessen. Es handelt sich um einen elektromagnetischen Prozess, dessen Wirkungsquerschnitt man kennt, so dass man aus der gemessenen Zahl der Streuereignisse durch Umkehrung von (9) die Luminosität bekommt. Man erhält:

$$89.48 \text{ GeV} : \quad 175.4 / \text{nb}$$

$$91.33 \text{ GeV} : \quad 134.4 / \text{nb}$$

$$93.02 \text{ GeV} : \quad 151.1 / \text{nb}$$

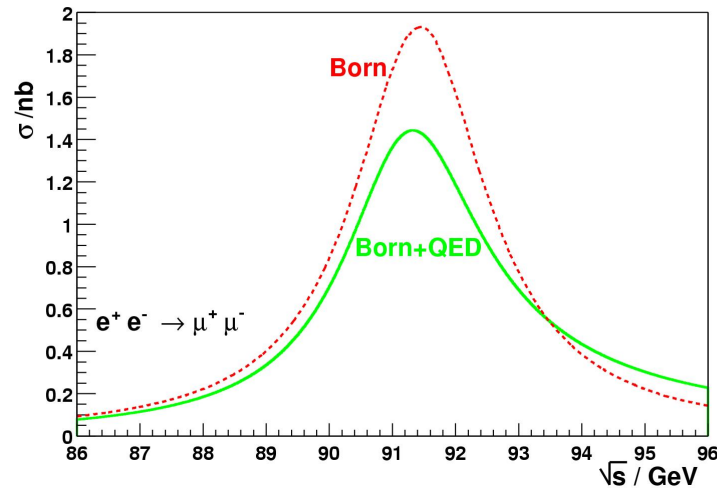


Abbildung 7: Breit-Wigner-Resonanzkurven

Die relative Unsicherheit beträgt etwa 1%.

6.3. Fit der Breit-Wigner-Resonanzkurve

Die größte Korrektur zum oben in niedrigster Ordnung (= grösste Näherung) angegebenen Wirkungsquerschnitt resultiert aus der Photon-Abstrahlung der Elektronen und Positronen im Anfangszustand:

$$e^+ e^- \rightarrow f \bar{f} \gamma$$

Der Wirkungsquerschnitt kann als Faltungsintegral geschrieben werden:

$$\sigma^{\text{corr}}(s) = \int_0^s ds' \sigma(s') \cdot r(s, s') \quad (10)$$

Dabei ist σ der Wirkungsquerschnitt in niedrigster Ordnung, wie er in der Nähe der Z-Resonanz durch (1) gegeben ist. Die Funktion $r(s, s')$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Photon abgestrahlt wird und so die quadrierte Schwerpunktsenergie des e^+e^- -Systems von s auf $s' < s$ reduziert wird. Diese Funktion hängt von der Feinstrukturkonstanten α und der Elektronmasse m_e ab. Der Effekt dieser Korrektur ist in Abbildung 7 am Beispiel des Wirkungsquerschnittes für Myonpaarerzeugung zu sehen. Er reduziert den Peak-Wirkungsquerschnitt um etwa 30%. Dies liegt daran, dass $\sigma(s')$ stark abfällt, wenn man sich vom Peak zu kleineren Werten von s' bewegt. r kann nur näherungsweise berechnet werden. Entsprechende Formeln sind relativ kompliziert und sollen hier nicht angegeben werden. Das Programm *BreitWigner.C*, das wir hier als 'black box' benutzen, beinhaltet den korrigierten Wirkungsquerschnitt (10). Die berechneten Hadronwirkungsquerschnitte und Fehler können eingegeben werden. Das Programm bestimmt durch Minimierung einer χ^2 -Funktion die Parameter $\sigma_0^{\text{Had}}/\text{nb}$, m_Z/GeV und Γ_Z/GeV . Beachten Sie, dass σ_0 der Peak-Wirkungsquerschnitt in niedrigster Ordnung ist; der von Ihnen gemessene maximale Wirkungsquerschnitt ist etwa 30% kleiner! Das Programm fertigt einen Graphen $\sigma(\sqrt{s})$ mit den drei Messpunkten und der gefitteten Kurve an. Ist die Übereinstimmung gut? Kommentar!

6.4. Selektion von Myon-Ereignissen

Gehen Sie vor wie im Abschnitt 6.1, aber selektieren Sie Myon-Ereignisse.

6.5. Messung des myonischen Wirkungsquerschnitts

Bestimmen Sie die myonischen Wirkungsquerschnitte für die drei Schwerpunktsenergien. Da die Fehler hier deutlich größer sind als im Fall der Hadronen, ist es nicht sinnvoll, m_Z und Γ_Z aus den Myondaten zu bestimmen. Stattdessen benutzt man das Programm *BreitWigner.C* mit einer Option, bei der nur der Peak-Wirkungsquerschnitt σ_0^μ gefitted wird, aber m_Z und Γ_Z als feste Parameter mit den unter 6.2 bestimmten Zahlenwerten eingehen. Auch hier ist das Resultat wieder der Wirkungsquerschnitt in niedrigster Ordnung.

6.6. Bestimmung der partiellen Breite Γ_e und des elektroschwachen Mischungswinkels

Bestimmen Sie Γ_e auf zwei Weisen:

- A) Aus dem myonischen Peak-Wirkungsquerschnitt nach Gleichung (3)
- B) Aus dem hadronischen Peak-Wirkungsquerschnitt nach Gleichung (3) und der Nebenbedingung (8). Berechnen Sie dazu Γ_{ν_e} nach (6).

In beiden Fällen benötigt man auch die gemessenen Werte für m_Z und Γ_Z . Vergleichen Sie die Resultate. Welche Methode ist besser ?

Benutzen Sie dann (6) zur Berechnung von $\sin^2 \theta_W$. Welches Problem tritt hier auf ?

6.7. Berechnung der hadronischen partiellen Breite Γ_{Had} und des Farbfaktors

Bestimmen Sie zunächst den experimentellen Wert Γ_{Had} . Der im Standardmodell erwartete Wert ist

$$\Gamma_{Had}^{SM} = N_C \cdot K_{QCD} \cdot (2\Gamma_u + 3\Gamma_d)$$

Der Faktor $K_{QCD} \approx 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \approx 1.04$ berücksichtigt, dass die Quarks Gluonen abstrahlen können (höhere Ordnung!); haben letztere eine hohe Energie, entstehen insgesamt 3 Jets. $\alpha_s \approx 0.12$ ist die starke Kopplungskonstante. Die theoretischen partiellen Breiten können Sie mit dem Ergebnis in Abschnitt 6.6 berechnen. Durch Vergleich von Γ_{Had} und Γ_{Had}^{SM} ergibt sich N_C .

ANHANG: Einheiten

Da die Elementarteilchenphysik auf Relativitätstheorie und Quantenmechanik aufbaut, treten in allen Rechnungen die Konstanten c (Lichtgeschwindigkeit) und \hbar (Wirkungsquantum) auf. Beispiele:

$$E^2 = c^2 p^2 + c^4 m^2 \quad \lambda_{Compton} = \frac{2\pi\hbar}{m_e c}$$

Zur Vereinfachung führt man deshalb ein Einheitensystem ein, in dem $c = 1$ und $\hbar = 1$ gilt. Man kann dann Längen, Massen, Zeiten, Energien alle durch nur eine Einheit ausdrücken, etwa Potenzen von GeV.

‘Anfänger’ benötigen erst einige Übung, um sich mit diesem System vertraut zu machen und seine Vorteile auszunutzen. Deshalb hier einige nützliche Umrechnungsfaktoren:

$$\begin{aligned} 1 \text{ s} &= 3.00 \cdot 10^8 \text{ m} \\ 1 \text{ s} &= 1.52 \cdot 10^{24} \text{ GeV}^{-1} \\ 1 \text{ m} &= 5.08 \cdot 10^{15} \text{ GeV}^{-1} \end{aligned}$$

Im Zusammenhang mit Wirkungsquerschnitt und Luminosität tritt auch oft die Einheit Barn (sowie Teile und Vielfache) auf:

$$1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2 = 2.58 \cdot 10^3 \text{ GeV}^{-2}$$