Einführung in das Standardmodell

(der Elementarteilchenphysik)

Seminar Astro- und Teilchenphysik Experimente

Joachim Mnich

20. April 2001

Inhalt:

- Bausteine der Materie
- Fundamentale Wechselwirkungen
- Symmetrien
- Höhere Ordnungen
- Offene Fragen Standardmodells

Elementarteilchen sind punktförmig
mit Eigenschaften wie Masse, Ladung, Spin

Physik der kleinsten Dimensionen

$$\lambda = \frac{h}{p} \approx \frac{hc}{E} \quad (E \gg mc^2)$$

Elementarteilchenphysik = Hochenergiephysik

NB.: Einheiten der Elementarteilchenphysik

$$c = 1 \quad \text{und} \quad \hbar = 1$$

Teilchenbeschleuniger

Fixed Target	$E_{\text{cms}} \propto \sqrt{E}$
Collider	$E_{\text{cms}} \propto E$

Beispiele für Collider:

Name	Typ	E_{cms}	
LEP	e^+e^- Ring	$91 - 208$ GeV	1989 - 2000
SLD	e^+e^- Linear	91 GeV	1989 - 1998
TESLA	e^+e^- Linear	500/800 GeV	in Planung
HERA	$e^\pm p$ Ring	30 GeV / 820 GeV	seit 1992
TEVATRON	$p\bar{p}$ Ring	$E_p = 1000$ GeV	seit 1987
LHC	pp Ring	$E_p = 7000$ GeV	ab 2007

Untersuchung der Kollisionsprodukte in Detektoren

Punktförmigkeit des Elektron experimentell nachgewiesen bis

$$R_e < 10^{-18}\ \mathrm{m}$$

Wie das Neutrino ν (β Zerfall: $\mathrm{n} \to \mathrm{p}\,\mathrm{e}^-\,\nu$) gehört das Elektron zu den Leptonen

Aus Streuexperimenten ($\mathrm{e}^-\mathrm{p}$, $\nu\mathrm{p}, \ldots$) folgt:

Proton und Neutron sind nicht elementar sondern aus up-Quarks (u) und down-Quarks (d) zusammengesetzt:

$$|\mathrm{p}\rangle = |\mathrm{uud}\rangle \qquad |\mathrm{n}\rangle = |\mathrm{udd}\rangle$$
$$Q_\mathrm{u} = +2/3\,e \qquad Q_\mathrm{d} = -1/3\,e$$

Hadronen: Nichtelementare Teilchen zusammengesetzt aus Quarks und Anti-Quarks
z.B.: Proton, Neutron, Pion $|\pi^+\rangle = |\mathrm{u}\bar{\mathrm{d}}\rangle$

Quarks sind punktförmig: $R_q < 10^{-18}\ \mathrm{m}$

Alle bekannte Materie des Universums besteht aus 4 Teilchen:

$$\text{Leptonen: } \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \qquad \text{Quarks: } \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

Eigenschaften der Elementarteilchen:

- Quarks und Leptonen haben Eigendrehimpuls (Spin) $s = 1/2\,\hbar$
  $\Longrightarrow$ Die fundamentalen Bausteine der Materie sind Fermionen
- Die Fermionen tragen Ladungen, z.B. elektrische Ladung, die ihre Wechselwirkungen bestimmen
- Von jedem Fermion existieren 3 Kopien
  $\Longrightarrow$ 3 Generationen oder Familien
  Gleiche Ladungen
  nur durch Masse unterschieden
  Warum?
- Zu jedem Fermion gibt es ein Antiteilchen (entgegengesetzte Ladungen)
  $e^- \leftrightarrow e^+$, $\nu_\mu \leftrightarrow \bar{\nu}_\mu$, $b \leftrightarrow \bar{b}$, …
- Die Teilchen der II. und III. Generation sind instabil und zerfallen in die Fermionen der I. Generation
  Neutrinos?
- Alle Fermionen sind nachgewiesen worden

		Ladungen			Masse	
		elektrisch	schwach*	Farbe	$(c = 1)$	$[m_\mathrm{p}]^*$
Leptonen						
I	Neutrino ν_e	0	$+1/2$	–	< 2 eV	$< 2 \cdot 10^{-9}$
	Elektron e^-	$-e$	$-1/2$	–	511 keV	$0.5 \cdot 10^{-3}$
II	Neutrino ν_μ	0	$+1/2$	–	< 170 keV	$< 1.8 \cdot 10^{-4}$
	Myon μ^-	$-e$	$-1/2$	–	106 MeV	0.1
III	Neutrino ν_τ	0	$+1/2$	–	< 18 MeV	$< 2 \cdot 10^{-2}$
	Tau τ^-	$-e$	$-1/2$	–	1.8 GeV	1.9
Quarks						
I	Up u	$+2/3\,e$	$+1/2$	r g b	≈ 3 MeV	$3 \cdot 10^{-3}$
	Down d	$-1/3\,e$	$-1/2$	r g b	≈ 6 MeV	$6 \cdot 10^{-3}$
II	Charm c	$+2/3\,e$	$+1/2$	r g b	≈ 1.2 GeV	1.3
	Strange s	$-1/3\,e$	$-1/2$	r g b	≈ 100 MeV	0.1
III	Top t	$+2/3\,e$	$+1/2$	r g b	175 GeV	187
	Bottom b	$-1/3\,e$	$-1/2$	r g b	≈ 4.5 GeV	4.8

* T_3 schwacher Isospin

* Protonmasse 938.3 MeV $\approx$ 1 GeV

I. Gravitation

Schwach im Vergleich zu anderen Wechselwirkungen

Beispiel H-Atom:

$$F_G = \gamma \frac{m_e m_p}{a_0^2} \qquad \gamma \text{ Gravitationskonstante}, \quad a_0 \text{ Bohrscher Radius}$$

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|Q_e Q_p|}{a_0^2} = \alpha\,\hbar c\,\frac{1}{a_0^2}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137} \qquad \text{Feinstrukturkonstante}$$

$$\frac{F_G}{F_C} = \frac{1}{\alpha}\frac{\gamma}{\hbar c} m_e m_p = 3 \cdot 10^{-40}$$

Planck-Masse $m_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{\gamma}} = 2 \cdot 10^{-8}$ kg $= 1.2 \cdot 10^{19}$ GeV$/c^2$

Gravitation ist nicht Teil des heutigen Standardmodells

Aber nicht mehr vernachlässigbar für $E \to m_{Pl}c^2$!

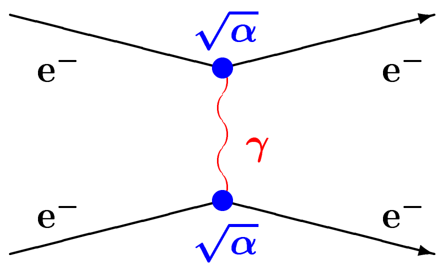
II. Elektromagnetische Wechselwirkung

Maxwell: gemeinsame theoretische Grundlage von Elektrizität und Magnetismus

Quantentheorie: Beschreibung der Wechselwirkung durch Austausch von virtuellen Teilchen (Feldquanten)

$\Longrightarrow$ Quantenelektrodynamik (QED)

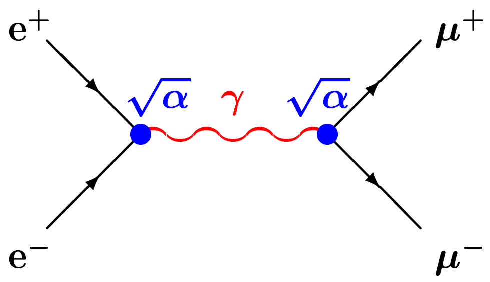
Beispiel: Streuung zweier Elektronen



Feynman-Diagramm: graphische Darstellung und Rechenvorschrift

Kopplungsstärke des Photons an das Elektron $\sqrt{\alpha}$ (Elementarladung e)

Anderes Beispiel: Myonpaarproduktion $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$



Elektron-Positron-Collider, z.B. LEP

Beispiel einer Observablen: Wirkunsquerschnit σ

Maß für die Rate der Reaktion $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$

Rechnung ergibt:

$$\sigma_{e^+e^- \to \mu^+\mu^-} = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2}{s} \qquad (s = E_{\mathrm{cms}}^2)$$

Wirkungsquerschnitt = Fläche × Wahrscheinlichkeit

Wirkungsquerschnitt: $\propto$ (Wellenlänge)^2

$$= (h/p)^2 = (hc/E)^2 \qquad (\ E \gg m_e)$$

Wahrscheinlichkeit: $\mathcal{P} \in \{0, 1\}$

Unitaritätslimit ($\mathcal{P} \leq 1$)

$$\sigma \leq \frac{4\pi}{s}(2J+1) \qquad (J \text{ Drehimpuls})$$

Experimentell:

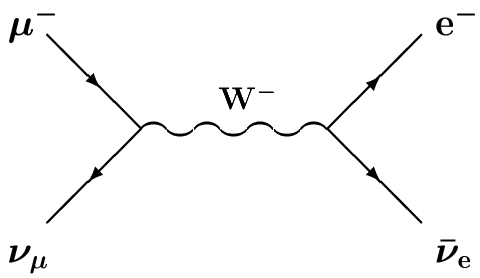
$$\sigma = \frac{\text{Zahl der beobachteten Ereignisse}}{\text{Luminosität } (\approx e^+e^- \text{ Fluss})}$$

III. Die schwache Wechselwirkung

Verantwortlich für β-Zerfall, z.B. $\mathrm{n} \to \mathrm{p\, e^- \nu_e}$
Vermittelung durch 3 verschiedene, massive Austauschteilchen:

$W^\pm$-Bosonen	$m_W = 80.4$ GeV
Z-Boson	$m_Z = 91.2$ GeV

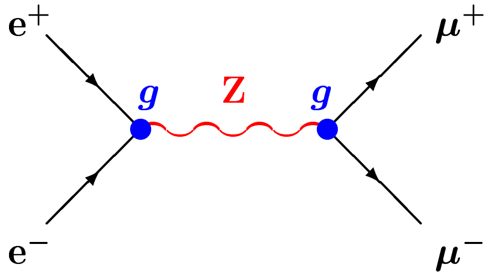
Beispiel: Zerfall eines Myons in ein Elektron und Neutrinos $\mu^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$:



Unschärferelation:
Hohe Masse der $W^\pm$-, Z-Bosonen
$\Longrightarrow$ kurze Reichweite
$\Longrightarrow$ Schwäche der Wechselwirkung bei kleinen Energien

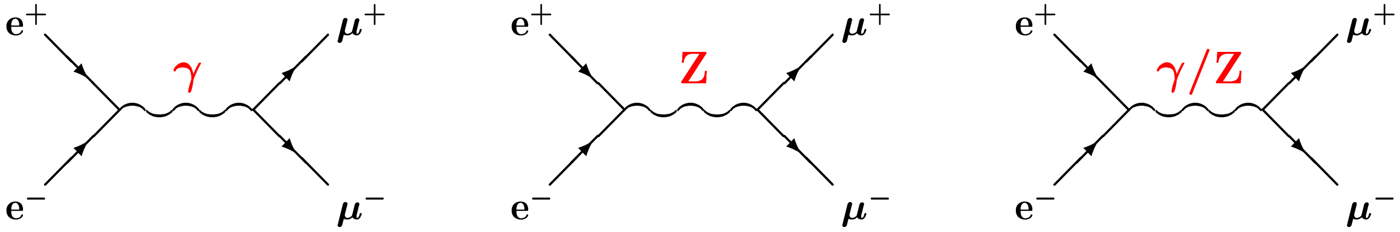
Ursache der relativ langen Lebensdauern von Neutron (15 min) und Myon (2.2 μs)

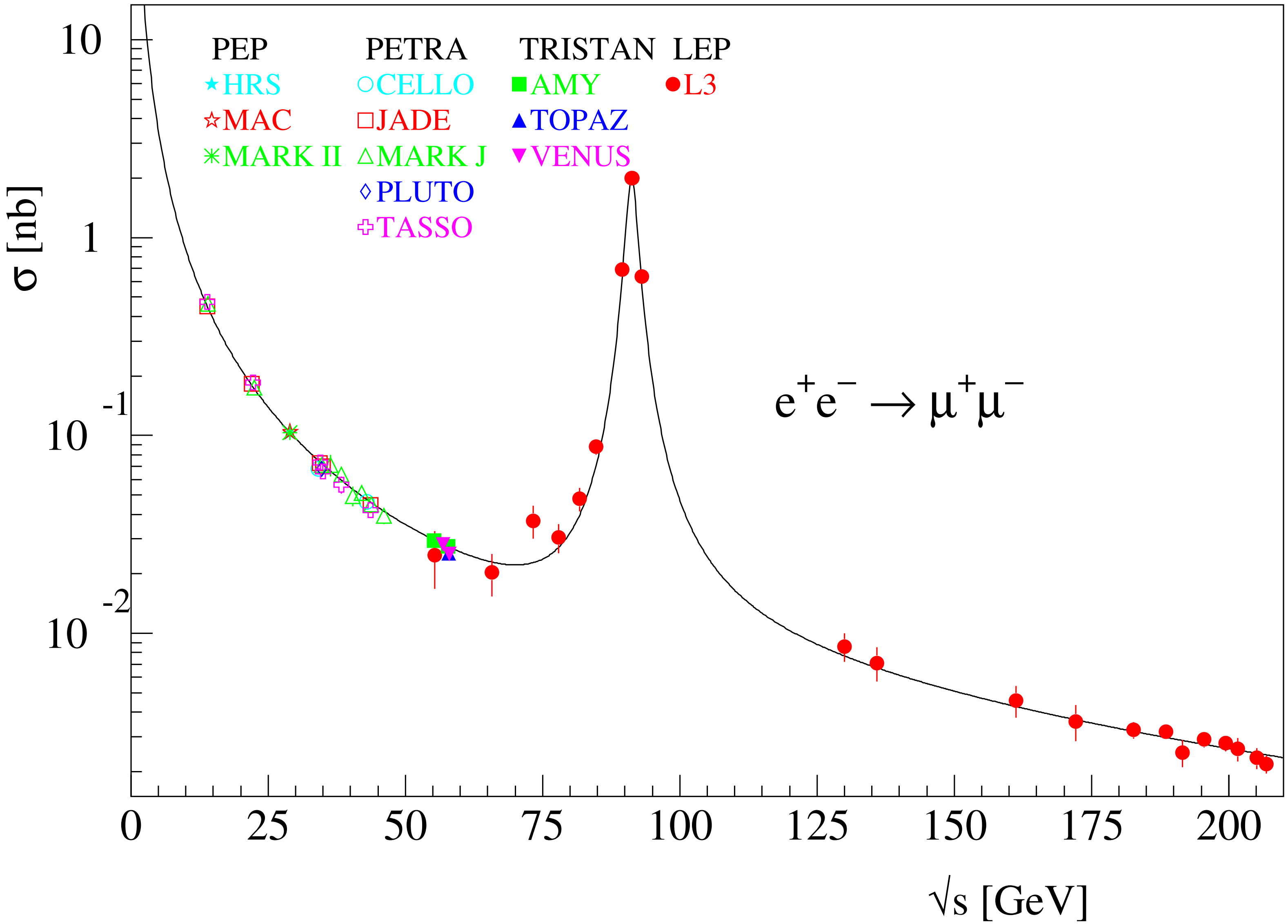
Für $E \gtrsim m_W c^2$ ist diese Wechselwirkung nicht mehr schwach!
Beispiel $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$



Z ist "schweres Licht"

Der Myonpaarwirkungsquerschitt





IV. Die starke Wechselwirkung

Was hält die Quarks in den Nukleonen zusammen?

Quarks tragen Farbladungen r g b
Name in Analogie zur Farbenlehre

rot + grün + blau = weiss (farblos)

Antiquarks tragen Antifarbe

Confinement

Freie Quarks sind nicht gefunden worden, man kann nur farbneutrale Objekte (Hadronen) beobachten:

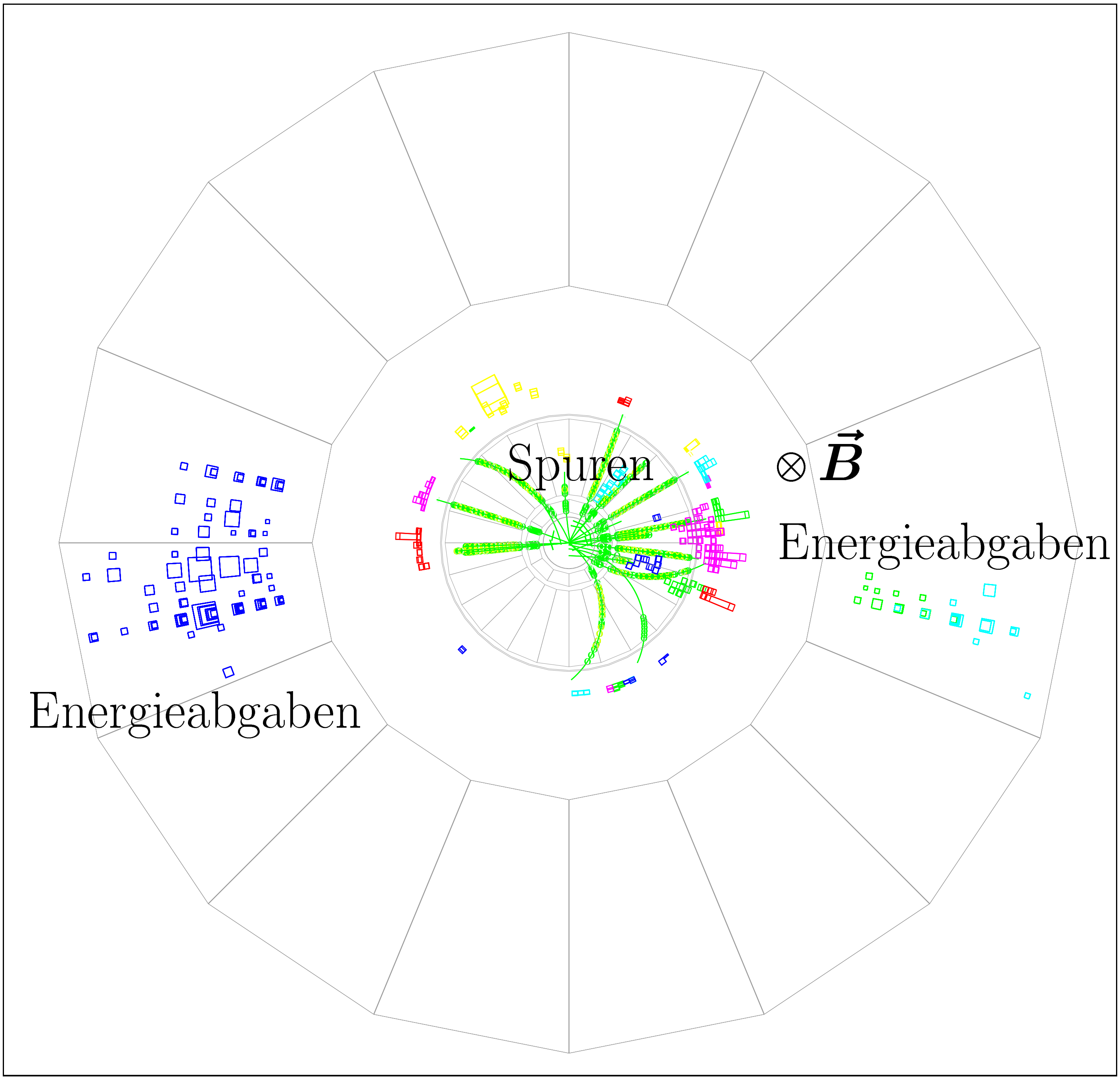
- 3 verschieden Farben (Baryonen)
  Proton $|\mathrm{p}\rangle = |\mathrm{u_r u_g d_b}\rangle$
  (eigentlich Linearkombination aller Kombinationen)
- oder Farbe-Antifarbe (Mesonen)
  Pion $|\pi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|\mathrm{u_r \bar{d}_{\bar{r}}}\rangle + |\mathrm{u_g \bar{d}_{\bar{g}}}\rangle + |\mathrm{u_b \bar{d}_{\bar{b}}}\rangle)$

Grund: Potential der starken Wechselwirkung

$V \propto r$, d.h. $F = \mathrm{const}$ $(r \gtrsim 10^{-15}\ \mathrm{m})$

Separierung von gebundenen Quarks
$\Longrightarrow$ aufgewendete Energie erzeugt Quark-Antiquarkpaare
$\Longrightarrow$ Erzeugung von Hadronen (Hadronisierung)

z.B.: $\mathrm{e^+e^-} \rightarrow \mathrm{q\bar{q}} \rightarrow$ viele Hadronen



$\sqrt{s} = m_Z$

Kernkraft (Atomkerne)

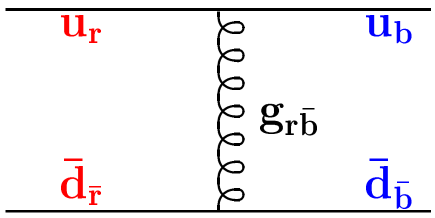
räumlich getrennte Farbladungen in den farbneutralen Nukleonen ("Farb-tripole")
Analogie: van-der-Waals-Bindung von Molekülen durch elektrisches Dipolmoment

Gluonen

Austauschteilchen der starken Wechselwirkung sind die Gluonen (g)

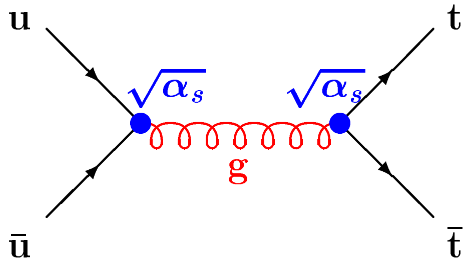
8 linear unabhängige Kombinationen von Farbe-Antifarbe

Bindung eines Pions:



Die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung ist α_s:

$$\alpha_s = 0.12 \gg \alpha \qquad (E = m_Z\, c^2)$$



Top-Quark Produktion in $p\bar{p}$-Kollisionen (TEVATRON)

Quantenchromodynamik (QCD)

Wechselwirkung	Teilchen	Spin [$\hbar$]	Ladungen elektrisch	Ladungen schwach	Ladungen Farbe	Masse
Gravitation	?					
Elektromagn.	Photon γ	1	0	0	–	0
Schwache	Z Boson	1	0	1	–	91.2 GeV
	$W^{\pm}$ Bosonen	1	$\pm e$	1	–	80.4 GeV
Starke	Gluonen g	1	0	0	8 Komb.	0

Materie besteht aus Fermionen $s = 1/2$
Wechselwirkungen werden durch Bosonen vermittelt $s = 1$

Symmetrien in der Wissenschaft, historisches Beispiel:

Die fünf regelmäßigen Polyeder:
Oktaeder, Würfel, Tetraeder, Icosaeder, Dodecaeder

- **Platon: Identifikation mit den vier Elementen (Feuer, Erde, Luft, Wasser) plus dem Universum**
- **Johannes Kepler:**
  Die fünf Abstände zwischen den sechs damals bekannten Planeten

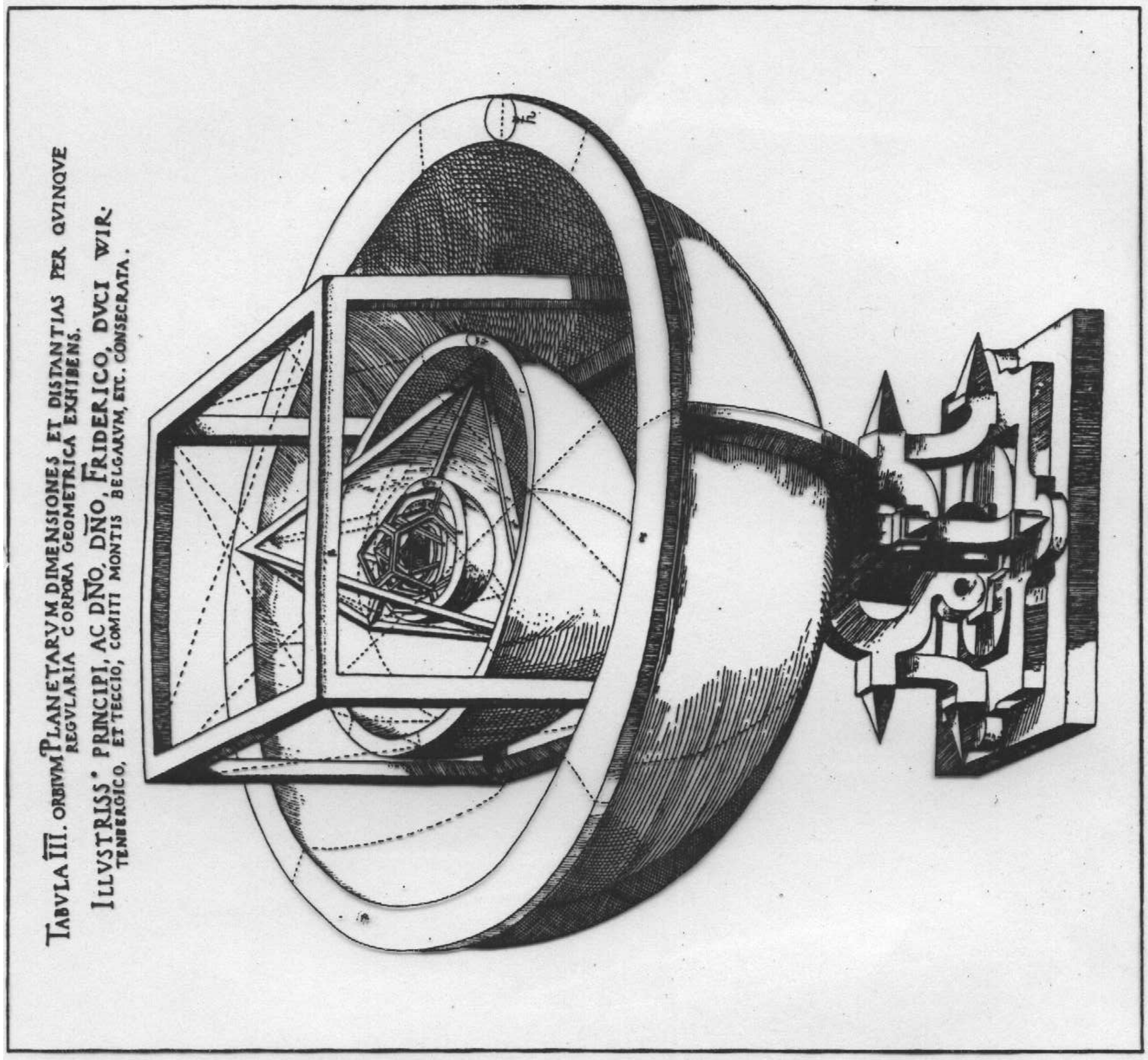
Mysterium Cosmographicum
(Das Weltgeheimnis)

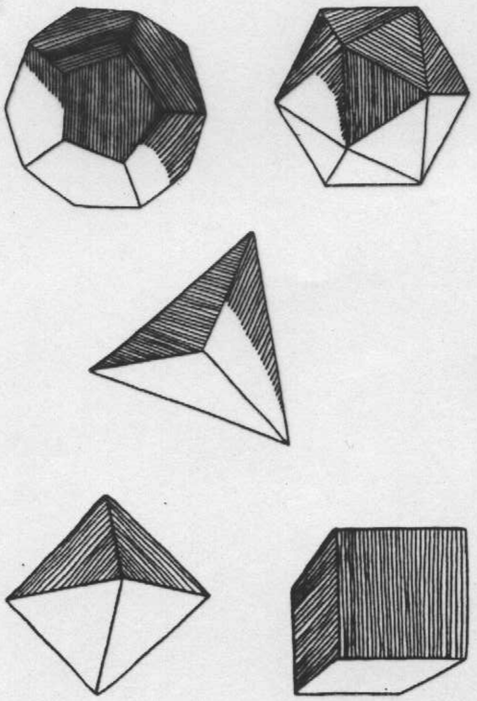
Die Kugel: kontinuierliche, geometrische Symmetrie

Symmetrie $\Longleftrightarrow$ nicht beobachtbare Größe

Symmetrien in der modernen Physik

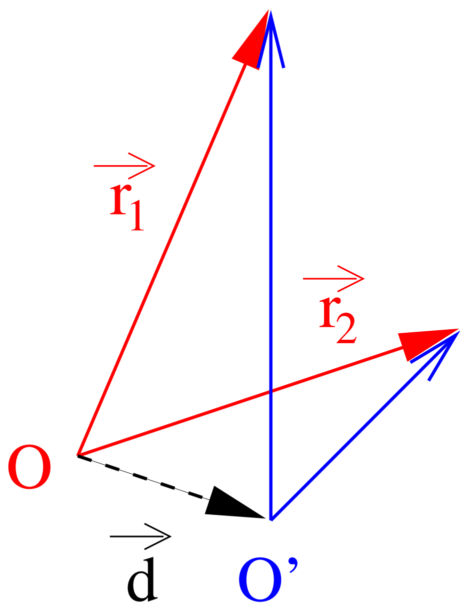
Das Theorem von E. Noether:
Eine kontinuierliche Symmetrie eines physikalischen Systems entspricht einem Erhaltungssatz





Die fünf regelmäßigen Körper des Pythagoras (vgl. Anhang 2). Zeichnung von Brown.

Kontinuierliche Symmetrien der Raum-Zeit:



Potential der Wechselwirkung $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$
unabhängig von der Wahl des Ursprungs:

$$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = V\left(\vec{r}_1 - \vec{d}, \vec{r}_2 - \vec{d}\right) \qquad \forall \vec{d}$$

$$\Rightarrow V = V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial \vec{r}_1} = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}_2} \quad \overset{\text{Newtonsches Gesetz}}{\Longrightarrow} \quad \frac{\mathrm{d}\vec{p}_1}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\vec{p}_2}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

nicht beobachtbare Größe	Invarianz	Erhaltung
absolute Position	Translation	Impuls
absolute Richtung	Rotation	Drehimpuls
absolute Zeit	Translation in der Zeit	Energie

Die Theorie der fundamentalen Wechselwirkungen beruht auf lokalen Eichsymmetrien

Transformationen der Wellenfunktion

Die elektromagnetische Wechselwirkung

Sei $\Psi(\vec{r}, t)$ die Wellenfunktion eines Teilchens mit Ladung q

Globale Eichsymmetrie:

$$\Psi' = \Psi \exp\left(-\frac{i\alpha}{\hbar} q\right)$$

Invarianz

$$|\Psi'|^2 = |\Psi|^2$$

Die konstante Phase α ist nicht beobachtbar
$\Longrightarrow$ Erhaltung der elektrische Ladung

Lokale Eichsymmetrie:

$$\alpha = \alpha(\vec{r}, t)$$

Invarianz der Bewegungsgleichung unter der Transformation:

$$\Psi' = \Psi \, \exp\left(-\frac{i\,\alpha(\vec{r},t)}{\hbar}\, q\right)$$

Anwendung des Energie - und Impulsoperators:

$$\begin{aligned}
i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi' &= e^{-\frac{i}{\hbar}\alpha(\vec{r},t)q}\left(i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} + q\left(\frac{\partial\alpha}{\partial t}\right)\Psi\right) = e^{-\frac{i}{\hbar}\alpha(\vec{r},t)q}\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + q\frac{\partial\alpha}{\partial t}\right)\Psi \\
-i\hbar\vec{\nabla}\Psi' &= e^{-\frac{i}{\hbar}\alpha(\vec{r},t)q}\left(-i\hbar\vec{\nabla}\Psi - q\left(\vec{\nabla}\alpha\right)\Psi\right) = e^{-\frac{i}{\hbar}\alpha(\vec{r},t)q}\left(-i\hbar\vec{\nabla} - q\vec{\nabla}\alpha\right)\Psi
\end{aligned}$$

Verallgemeinerung dieser Operatoren:

$$E \to i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + qV\,, \qquad \vec{p} \to -i\hbar\vec{\nabla} - q\vec{A}\,.$$

$$\begin{aligned}
\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + qV'\right)\Psi' &= e^{-\frac{i}{\hbar}\alpha(\vec{r},t)q}\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + \underbrace{q\frac{\partial\alpha}{\partial t} + qV'}_{=\,qV''}\right)\Psi &= e^{-\frac{i}{\hbar}\alpha(\vec{r},t)q}\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + qV''\right)\Psi \\
\left(-i\hbar\vec{\nabla} - q\vec{A}'\right)\Psi' &= e^{-\frac{i}{\hbar}\alpha(\vec{r},t)q}\left(-i\hbar\vec{\nabla}\underbrace{-q\vec{\nabla}\alpha - q\vec{A}'}_{=\,-q\vec{A}''}\right)\Psi &= e^{-\frac{i}{\hbar}\alpha(\vec{r},t)q}\left(-i\hbar\vec{\nabla} - q\vec{A}''\right)\Psi
\end{aligned}$$

Eichfreiheit der Potentiale in der Elektrodynamik:

$$V'' = V' + \frac{\partial\alpha}{\partial t} \qquad \vec{A}'' = \vec{A}' + \vec{\nabla}\alpha$$

$\Rightarrow$ Lokale Eichsymmetrie erfordert die Existenz des elektromagnetischen Feldes

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \qquad \vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$$

$\Rightarrow$ Das Photon ist das Quantum dieses Feldes

QED: Quantenelektrodynamik

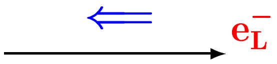
Die schwache Wechselwirkung

Die Fermionen sind in Dubletts angeordnet:

$$\begin{pmatrix}\nu_\mathrm{e}\\ \mathrm{e}^-\end{pmatrix}_\mathrm{L} \begin{pmatrix}\nu_\mu\\ \mu^-\end{pmatrix}_\mathrm{L} \begin{pmatrix}\nu_\tau\\ \tau^-\end{pmatrix}_\mathrm{L} \qquad \begin{pmatrix}\mathrm{u}\\ \mathrm{d}'\end{pmatrix}_\mathrm{L} \begin{pmatrix}\mathrm{c}\\ \mathrm{s}'\end{pmatrix}_\mathrm{L} \begin{pmatrix}\mathrm{t}\\ \mathrm{b}'\end{pmatrix}_\mathrm{L}$$

Helizität: Projektion des Spins auf die Impulsrichtung

Beispiel:



Eichsymmetrie der schwachen Wechselwirkung
Rotationen in den Fermiondubletts

$$\Psi'_\mathrm{L} = \Psi_\mathrm{L}\ \exp\left(-i\,\alpha_i(\vec{r},t)\,\tau_i/2\right) \quad (i = 1,2,3)$$

(τ_i Pauli-Matrizen 2×2)

$\Rightarrow$ 3 Bosonen (Z und $\mathrm{W}^\pm$)

Die starke Wechselwirkung

Phase der Farbladung

$$\begin{pmatrix}u\\u\\u\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}d\\d\\d\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}c\\c\\c\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}s\\s\\s\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}t\\t\\t\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}b\\b\\b\end{pmatrix}$$

$$\Psi' = \Psi\ \exp\left(-i\,\alpha_i(\vec{r},t)\,\lambda_i/2\right) \quad (i = 1,\ldots,8)$$

(λ_i Matrizen 3×3)

$\Rightarrow$ 8 Bosonen (Gluonen)

Mathematik des Standardmodells:

Gruppentheorie

Operation	Gruppe	Matrixdarstellung
$\exp\left(-i\,\alpha(\vec{r},t)\,q\right)$	$U(1)$	Unitär 1-dimensional
$\exp\left(-i\,\alpha_i(\vec{r},t)\,\tau_i/2\right)$	$SU(2)$	Unitär 2 dim., $\mathrm{Tr}\,\tau_i = 0$
$\exp\left(-i\,\alpha_i(\vec{r},t)\,\lambda_i/2\right)$	$SU(3)$	Unitär 3-dim., $\mathrm{Tr}\,\lambda_i = 0$

Eine Kopplungskonstante für jede Wechselwirkung (Gruppe),
Beispiel QED: $\alpha = \dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = 1/137$

Aus diesen drei experimentell zu bestimmenden Konstanten
$\Rightarrow$ alle Observablen können berechnet werden

(in niedrigster Ordnung unter Vernachlässigung der Fermion-Massen)

Vereinheitlichte elektroschwache Wechselwirkung:

$$U(1)_{\mathrm{Y}} \times SU(2)_{\mathrm{L}} \qquad \mathrm{Y} = 2(\mathrm{Q} - \mathrm{T}_3) \text{ Hyperladung}$$

Relation zwischen den Kopplungskonstanten g und g' :

$$g \sin\vartheta_{\mathrm{W}} = g' \cos\vartheta_{\mathrm{W}} \quad \left(= \sqrt{4\pi\alpha}\right)$$

ϑ_{W} schwacher Mischungswinkel

Die Massen der $W^{\pm}$ und Z Bosonen sind unvereinbar mit einer lokalen Eichsymmetrie $SU(2)$

Eine lokale Eichsymmetrie erfordert ein Feld mit unendlicher Reichweite
$\Rightarrow$ masselose Feldquanten

Mathematischer Ausweg im Standardmodell

Higgs-Mechanismus
Erzeugung der Massen von $W^{\pm}$ und Z durch spontane Brechung der lokalen Eichsymmetrie

Trick aus der Festkörperphysik: Supraleitung

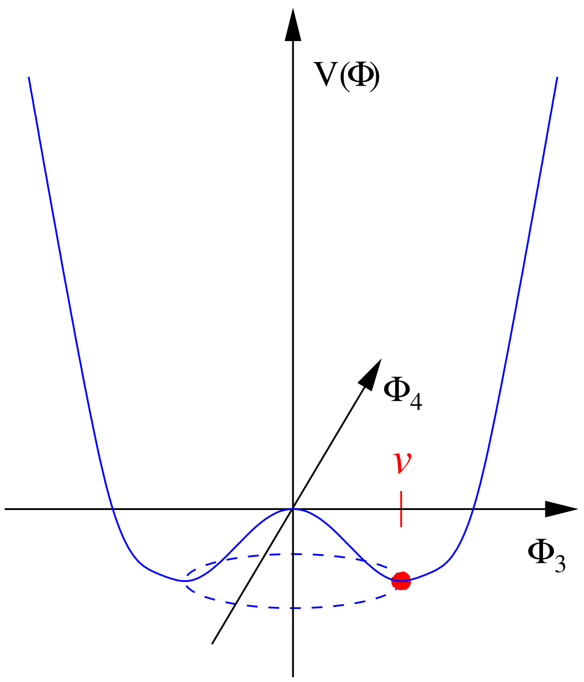
Einführen eines skalaren Feldes in die Theorie:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Phi_1 + i\Phi_2 \\ \Phi_3 + i\Phi_4 \end{pmatrix}$$

mit dem Potential:

$$V(\Phi) = \mu^2\, \Phi^\dagger \Phi + \lambda\, \left(\Phi^\dagger \Phi\right)^2$$

$$\mu^2 < 0 \qquad \lambda > 0$$



$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \eta(x) \end{pmatrix}$$

$$V(\eta) = -\frac{\mu^4}{4\lambda} - \mu^2\, \eta^2 + \lambda v\, \eta^3 + \frac{1}{4} \lambda\, \eta^4$$

Vakuumerwartungswert $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda} \neq 0$

Dieses Feld entspricht einem beobachtbaren Teilchen:

Das Higgs Boson

Einziges nicht nachgewiesenes Teilchen des Standardmodells

Invarianz der lokalen Eichsymmetrien $SU(2)_\mathrm{L} \times U(1)$ führt zu Massentermen in der Lagrange-Funktion

$$m_\mathrm{W} = \frac{1}{2}\, g\, v \qquad m_\mathrm{Z} = \frac{1}{2}\sqrt{g^2 + g'^2}\, v \qquad m_\gamma = 0$$

Massenrelation:

$$\frac{m_\mathrm{W}}{m_\mathrm{Z}} = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = \cos\vartheta_\mathrm{W}$$

- Higgs-Mechanismus erlaubt auch Fermionmassen, jedoch ohne diese zu erklären
- Kopplung des Higgs Bosons an die Fermionen ist proportional zu deren Masse
$$m_\mathrm{f} = g_\mathrm{f}\, \frac{v}{\sqrt{2}}$$
- Diese Yukawa-Kopplungen g_f, und damit die Fermionmassen, sind freie Parameter der Theorie

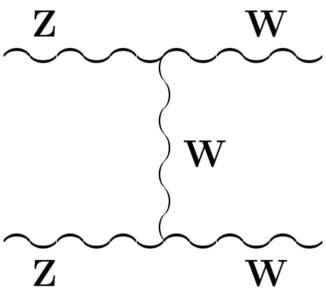
Auch die Masse des Higgs Bosons ist ein freier Parameter:

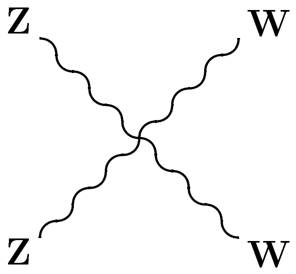
$$m_\mathrm{H} = \sqrt{2\lambda}\, v$$

$v = 247$ GeV, aus Messung von m_Z und m_W

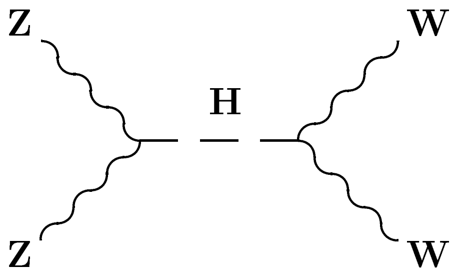
Obere Grenze für m_H aus Unitaritätsbetrachtungen

Streuung von schweren Eichbosonen, z.B.:





$$\sigma \propto \frac{s}{m_\mathrm{W}^4}$$ **Verletzung der Unitarität!**



Totaler Wirkungsquerschnitt:

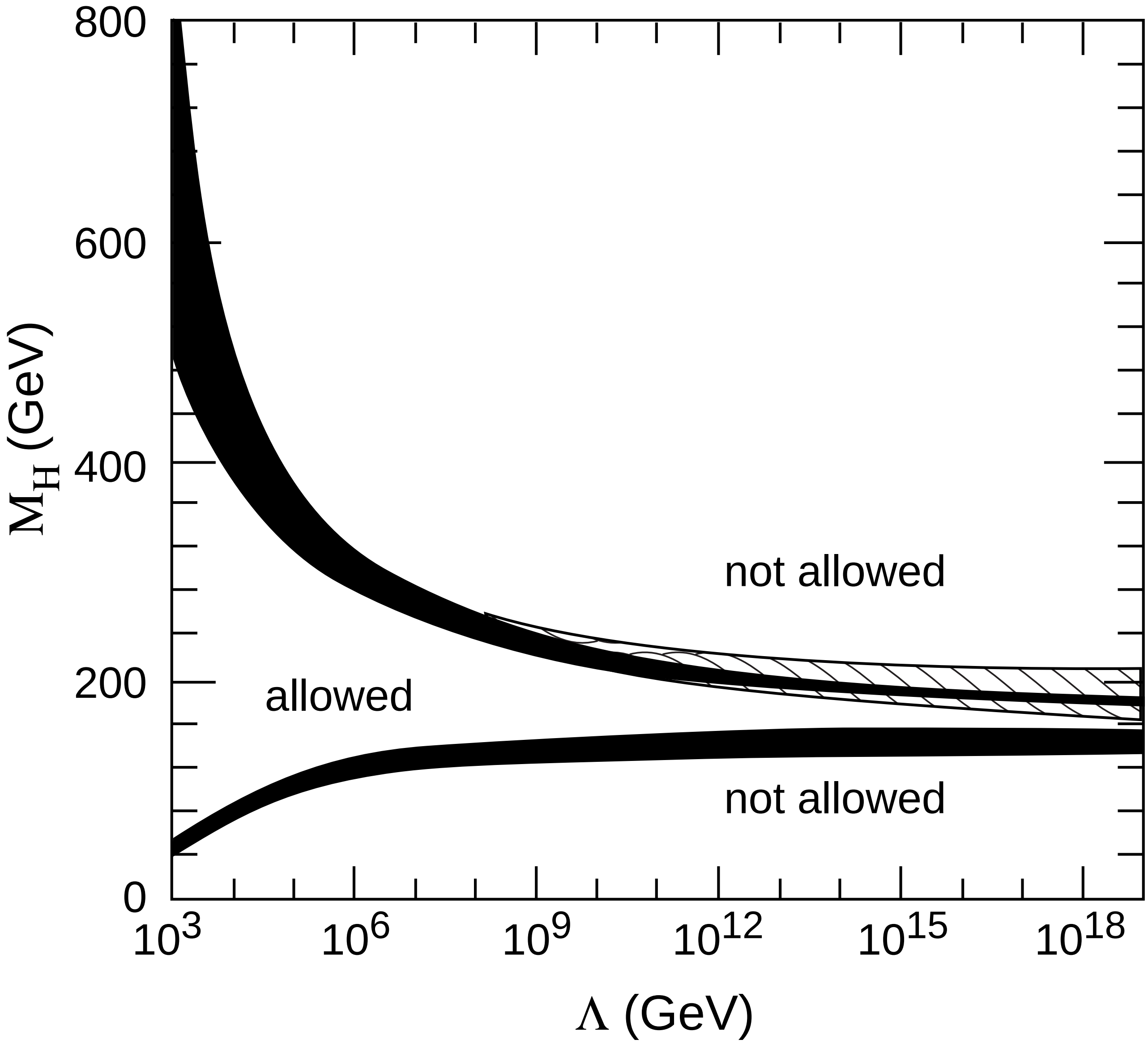
$$\sigma_{\mathrm{ZZ}\to\mathrm{WW}} = \frac{\pi\alpha^2}{16\sin^4\vartheta_\mathrm{W}}\left(\frac{m_\mathrm{H}}{m_\mathrm{W}}\right)^4 \frac{s}{\left(s-m_\mathrm{H}^2\right)^2} \quad \xrightarrow{s\to\infty} \quad \propto 1/s$$

Unitarität: $\sigma \leq \dfrac{16\pi}{s}$ für $s \to \infty$

$$m_\mathrm{H} \leq \frac{4\sin\vartheta_\mathrm{W}}{\sqrt{\alpha}}\, m_\mathrm{W} \approx 1000\ \mathrm{GeV}$$

Erlaubter Higgs Massenbereich als Funktion von Λ (Energieskala für neue Physik)

T. Hambye, K. Riesselmann, Phys. Rev. D 55 (1997) 7255



- Leichtes Higgs Boson (150 GeV $\lesssim m_{\mathrm{H}} \lesssim$ 200 GeV)
  Standardmodell kann gültig sein bis zu sehr hohen Energien $\Lambda = m_{\mathrm{PL}}$?
- Schweres Higgs Boson ($m_{\mathrm{H}} \gtrsim$ 500 GeV)
  Neue Physik notwendig bei $\Lambda \lesssim$ 1000 GeV !

Zusammenfassung:

- Einführung des Higgs Feld in das Standardmodell um den Z und $W^{\pm}$ Bosonen Massen zu geben
- Ein beobachtbares Teilchen: das Higgs Boson H

Spin 0, elektrische Ladung 0

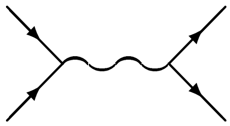
- Kopplung an Fermionen proportional zur Masse
- Die Masse des Higgs Bosons wird vom Standardmodell nicht vorhergesagt

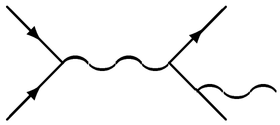
$$m_{\mathrm{H}} = \sqrt{2\lambda}\, v$$

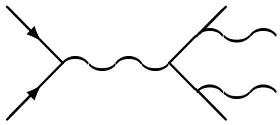
- Theoretische Grenzen hängen vom Skalenparameter Λ ab Allgemein gilt

$$m_{\mathrm{H}} \lesssim 1000 \text{ GeV}$$

Zur Berechnung physikalischer Observablen müssen Beiträge der höheren Ordnung einbezogen werden:

niedrigste Ordnung $\propto \alpha^2$ 

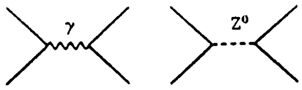
$\propto \alpha^3$ 

$\propto \alpha^4$  $\dots$

Störungsrechnung:
Entwicklung in Potenzen der Kopplungskonstanten

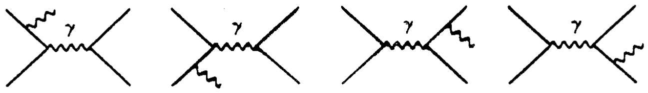
Ok, solange $\alpha \ll 1$

Abbruch der Reihe nach endlich vielen Potenzen
abhängig von geforderter Genauigkeit

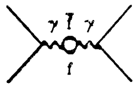


$e^+e^- \to \mu^+\mu^-$

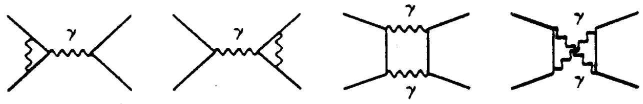
(1) Ordnung α^3



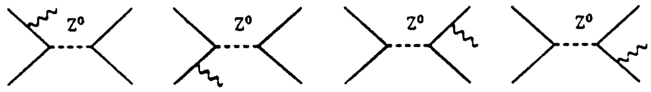
(2)



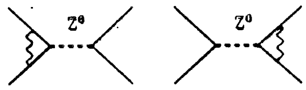
(3)



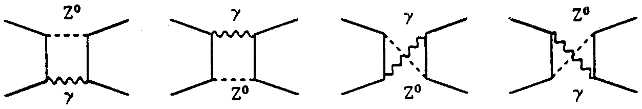
(4)



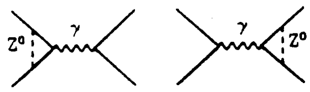
(5)



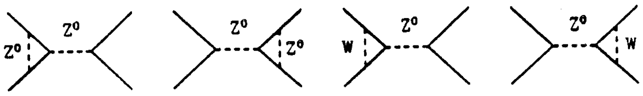
(6)



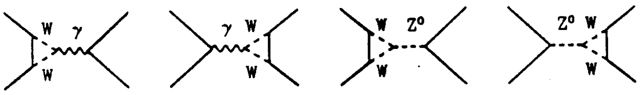
(7)



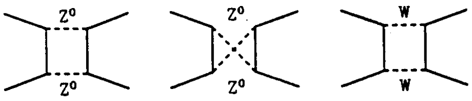
(8)



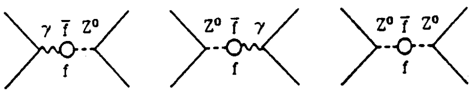
(9)



(10)

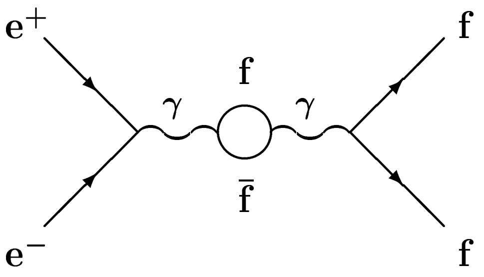


(11)



(12)

Vakuumpolarisation



$\mathbf{f = e,\ \mu,\ \tau,\ q}$

Beiträge solcher Diagramme sind energieabhängig

$$\Longrightarrow \alpha = \alpha(E)$$

Kopplungskonstanten sind energieabhängig

QED: α wächst mit steigender Energie $\Longleftrightarrow$
Ladung wird größer mit abnehmendem Abstand

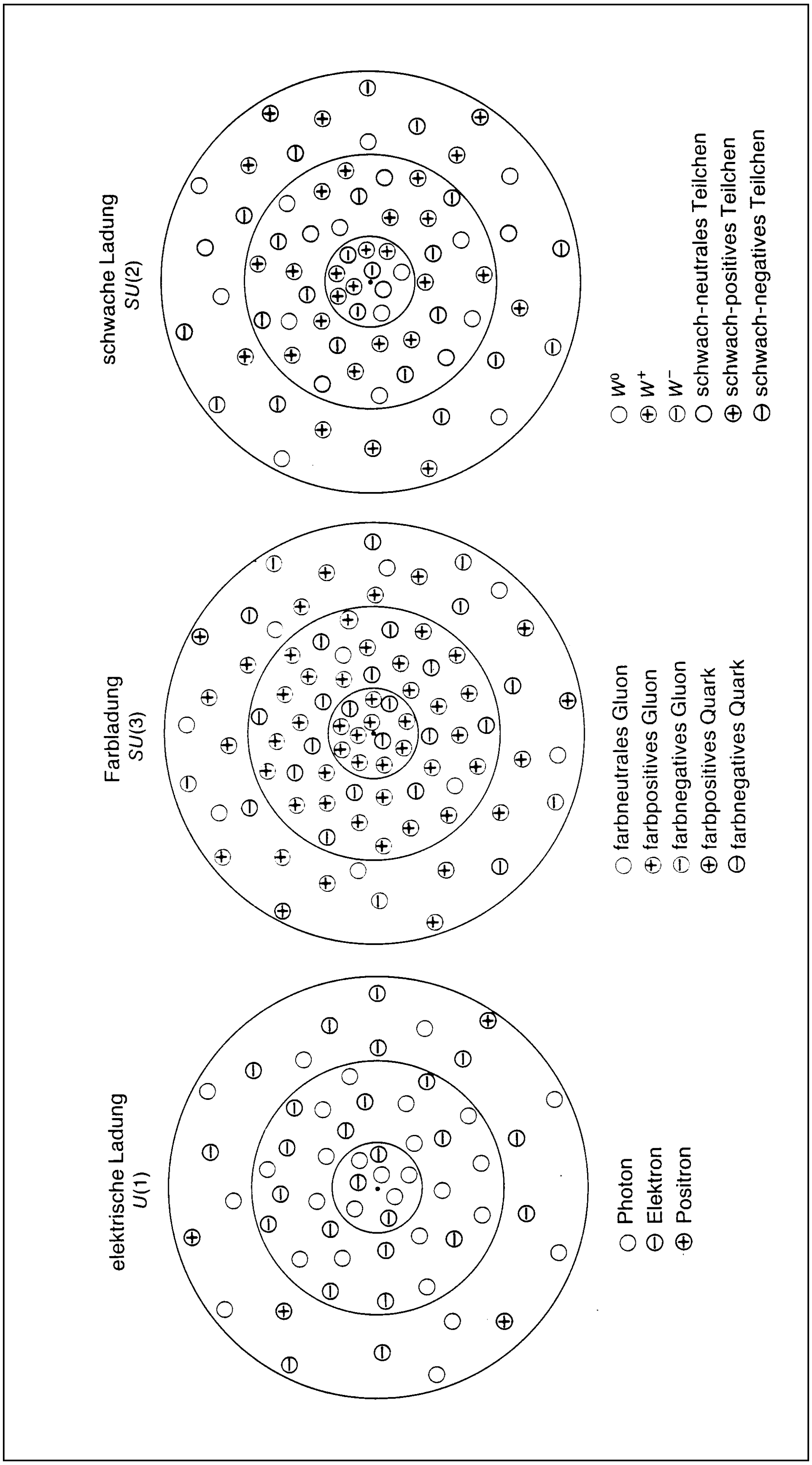
$$Q_{\mathrm{e}} \xrightarrow{r \to 0} \infty$$

Renormierung:
Definition der Elementarladung (bzw. α) bei großen Abständen, d.h. kleinen Impulsüberträgen

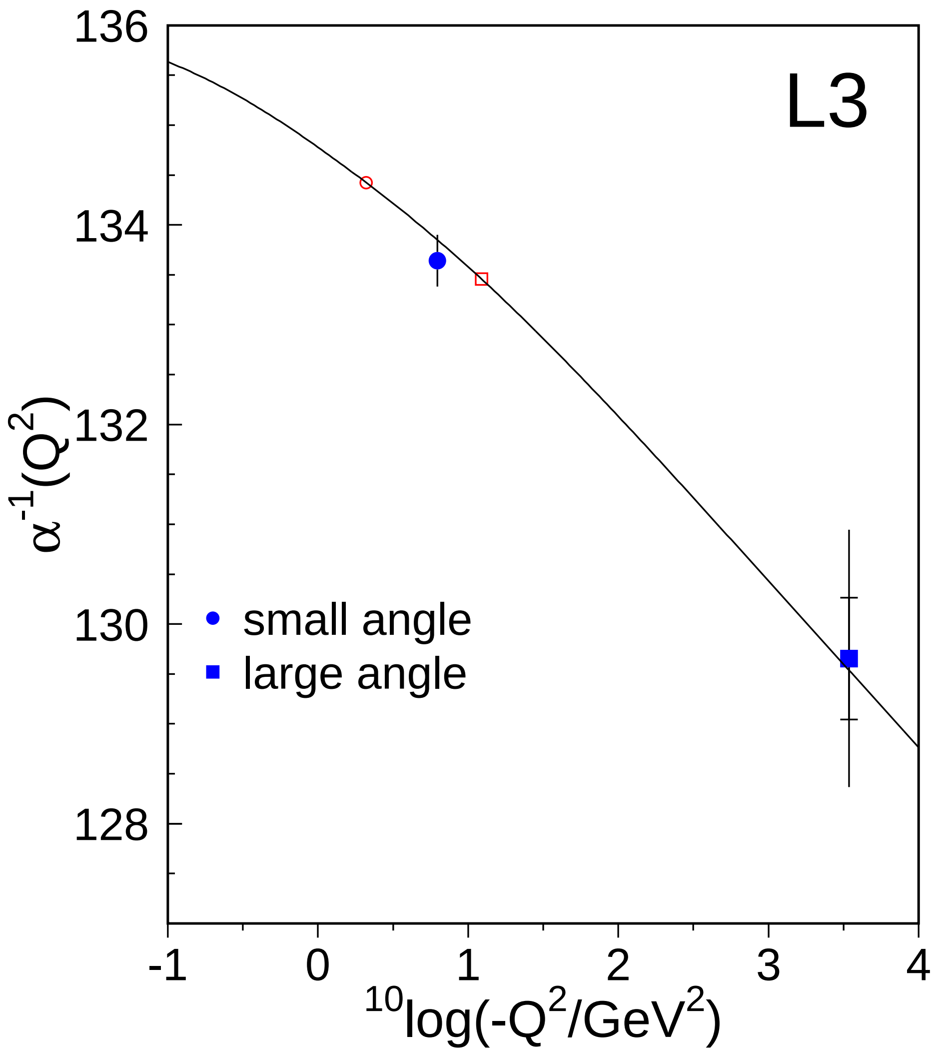
Starke Wechselwirkung:
α_s fällt mit steigender Energie
Unterschied zur QED: Selbstkoppelung der Gluonen
$SU(3)$ ist nicht-abelsche Gruppe

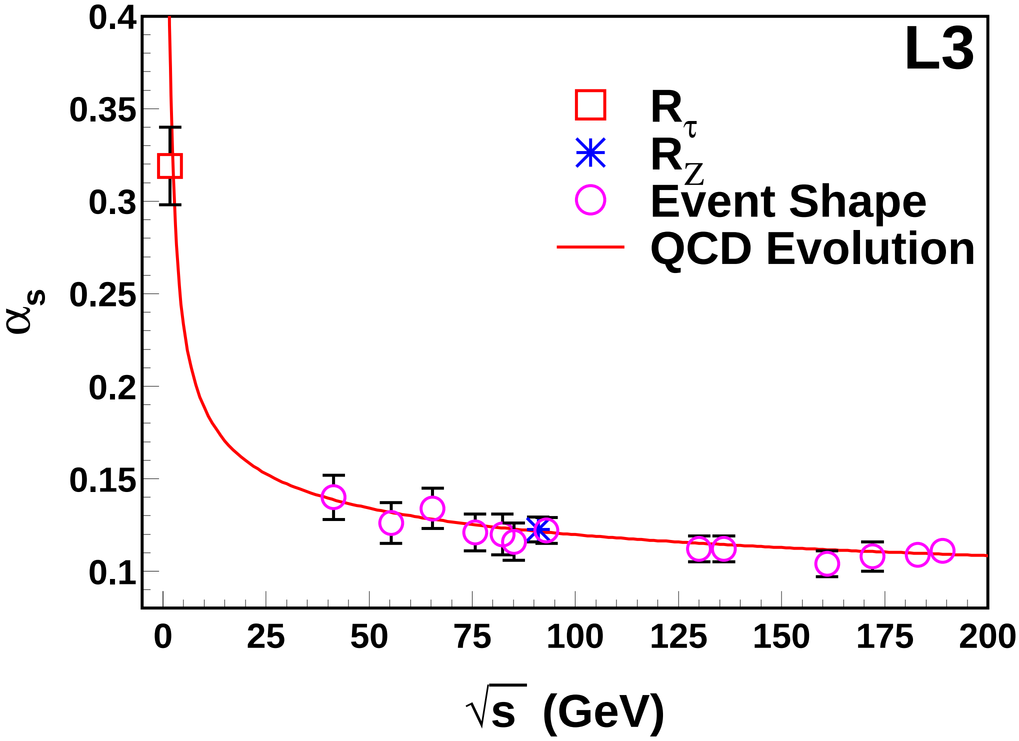
Bei kleinen Energien wird α_s groß
nicht-perturbativer Bereich

Quarkmassen



elektrische Ladung
U(1)
Photon
Elektron
Positron
Farbladung
SU(3)
farbneutrales Gluon
farbpositives Gluon
farbnegatives Gluon
farbpositives Quark
farbnegatives Quark
schwache Ladung
SU(2)
W0
W+
W−
schwach-neutrales Teilchen
schwach-positives Teilchen
schwach-negatives Teilchen


L3
136
134
132
130
128
$\alpha^{-1}(Q^2)$
small angle
large angle
-1
0
1
2
3
4
$^{10}\log(-Q^2/\mathrm{GeV}^2)$


L3
R_τ
R_Z
Event Shape
QCD Evolution
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
α_s
0
25
50
75
100
125
150
175
200
$\sqrt{s}$ (GeV)

Das Standardmodell beschreibt bis heute alle untersuchten Phänomene bis zu den höchsten Energien

Aber es läßt viele Fragen offen:

- **Warum drei Generationen?**
  CP-Verletzung, Asymmetrie Materie-Antimaterie
- **Warum $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$**
- **Warum sind die Energieskalen der elektroschwachen Wechselwirkung (10^2 GeV) und der Gravitation (10^{19} GeV) so verschieden?**
  Supersymmetrie, Extra-Dimensionen?
- **Warum diese Fermionmassen?**
  Neutrinos: $m_\nu = 0$ oder $\mathcal{O}(10^{-3}\ \mathrm{eV})$
  Top-quark: $m_\mathrm{t} = 175$ GeV
  Higgs-Mechanismus liefert keine Erklärung!
- **Viele freie Parameter:**
  3 Kopplungskonstanten
  1 Masse des Higgs Bosons
  9 Fermion-Massen (+ 3 Neutrinomassen?)
  4 Parameter in CKM-Matrix (+ Neutrino-Mischungsmatrix?)

Ziel der Physik ist die Beschreibung aller Phänomene in einer einfachen Theorie

Große, vereinheitlichte Theorie
(GUT = Grand Unification Theory)

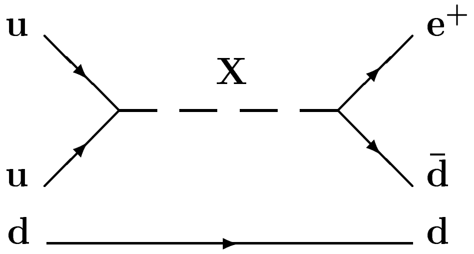
Eine Symmetrie mit nur einer zu bestimmenden Kopplungskonstante

$SU(5)$: einfachste Gruppe zur gemeinsamen Beschreibung von elektroschwacher und starker Wechselwirkung

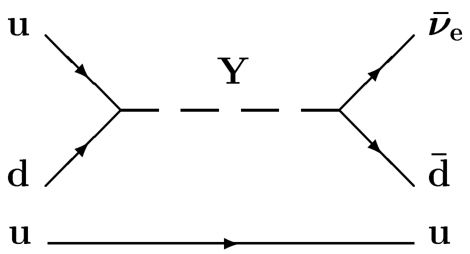
Symmetrie ist nur exakt bei hohen Energien $\mathcal{O}(10^{15}\ \mathrm{GeV})$ und bricht zu $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ bei kleinen Energien

Verbindung zwischen Quarks und Leptonen erfordert schwere Eichbosonen X und Y

Beobachtbare Konsequenz wäre Zerfall des Protons:



$p \to \pi^0 e^+$



$p \to \pi^+ \bar{\nu}_e$

Experimentelle Grenze der Protonlebensdauer:

$$\tau_p > 5 \cdot 10^{32}\ \mathrm{a} \qquad \Longrightarrow \qquad m_{X,Y} > 10^{15}\ \mathrm{GeV}$$

Anlogie: Aus Myonlebensdauer folgt Masse der $W^\pm$ Bosonen

$$\mathrm{SU}(3) \otimes \mathrm{SU}(2) \otimes \mathrm{U}(1)$$

QCD elektroschwach

3 Kopplungskonstanten:

$$\alpha_1 = \frac{5}{3}\frac{\alpha}{\cos^2\theta_W}$$
$$\alpha_2 = \frac{\alpha}{\sin^2\theta_W}$$
$$\alpha_3 = \alpha_s$$

$$\alpha_s(\mu) = \frac{\alpha_s(m_Z)}{1 + \frac{\alpha_s(m_Z)}{12\,\pi}(33 - 2n_f)\log\frac{\mu^2}{m_Z^2}}$$

$$\alpha_1(\mu_{\mathrm{GUT}}) = \alpha_2(\mu_{\mathrm{GUT}}) = \alpha_3(\mu_{\mathrm{GUT}})$$