

### III. Dynamik

Bis jetzt haben wir verschiedene Bewegungen kennengelernt und gezeigt, wie man über Integration und Differentiation aus gegebenen Randbedingungen Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung als Funktion der Zeit berechnet.

Bei der Betrachtung der gradlinigen Bewegung haben wir Versuche, z.B. mit der Luftkissenbahn, durchgeführt, bei denen wir einen Körper mit einer festen Geschwindigkeit losgelassen haben. Wir gingen davon aus, dass der Körper danach dieselbe Geschwindigkeit beibehält. Im Folgenden müssen wir aber untersuchen, ob und wodurch diese Annahme haltbar war. Dafür betrachten wir die Ursachen von Bewegungen im Allgemeinen.

Der Bereich der Physik, der sich mit den Ursachen der Bewegung beschäftigt, heißt *Dynamik*.

Auch in diesem Bereich der Physik waren Aristoteles und Galilei zwei Naturwissenschaftler, deren Vorstellungen viele Jahrhunderte die gültige Lehrmeinung bestimmten.

Aristoteles ging davon aus, dass jedem Körper eine Bewegungskraft eingeprägt ist. Bis diese Kraft aufgebraucht ist, bewegt der Körper sich gradlinig gleichförmig. Mit dieser Theorie untersuchte man im 16. Jahrhundert den schiefen Wurf und errechnete richtig, dass die optimale Wurfweite bei einem Winkel von  $45^\circ$  erreicht wird. Dieses Ergebnis ist insofern beeindruckend, als die dahinterstehende Theorie grundlegend falsch war.

Den Beweis dafür lieferte Galilei, der beobachtete, dass die Bewegung von rollenden Kugeln auf unterschiedlichen Oberflächen beispielsweise nicht durch nur eine innewohnende, eingeprägte Kraft beeinflusst sein kann, da eine Kugel umso weiter rollt, je glatter die horizontale Oberfläche ist.

Sir Isaac Newton, Professor in Cambridge und London, heute als einer der Gründer der klassischen Physik bekannt, untersuchte den Ansatz Galileis weiter und entwickelte daraus drei Axiome. Diese sollen im Folgenden näher untersucht werden.

#### III.1 Trägheitsgesetz oder „1.Newtonsches Axiom“

Das erste Axiom, das Newton aufstellte, beschreibt den Bewegungszustand eines Körpers, auf den keine äußere Kraft einwirkt. Newton formulierte:

**1.Newtonsches Gesetz:**  
**Ein Körper verharrt solange in Ruhe oder**  
**gradlinig gleichförmiger Bewegung,**  
**solange keine äußere Kraft auf ihn einwirkt.**

Dieses Prinzip haben wir bereits bei den Versuchen mit der Luftkissenbahn beobachtet und bei der Deutung der Beobachtung angewandt.

Später wird das Gesetz exakter formuliert mit Einführung des Begriffs „resultierende äußere Kräfte“. Es ist bereits aus der Anschauung klar, dass ein Körper, auf den an beiden Seiten dieselbe Kraft entgegengesetzt angreift, in Ruhe bleibt. Als Beispiel sei das Tauziehen mit zwei gleich starken Gruppen erwähnt.

Das erste Newtonsche Gesetz lässt sich umformuliert auch schreiben als:

Merke: Die Ursache jeder Bewegung ist eine äußere Kraft.

Aufgabe der Dynamik, die sich wie erwähnt mit der Ursache von Bewegungen beschäftigt, ist es also, die verschiedenen Arten von Kräften und die daraus resultierenden Bewegungen zu untersuchen und zu beschreiben.

### **III.2 Kräfte**

Zunächst sollen Kräfte phänomenologisch, also durch Beobachten der hervorrufenden Bewegungen, beschrieben werden. Einige Wirkungen, die Kräfte hervorrufen, sind schon aus dem Alltag bekannt: Verformungen, Auslenkungen von Federn oder Gummibändern.

Bei Federn ist leicht zu beobachten, dass gleiche Kräfte dieselbe Auslenkung hervorrufen. Allgemein kann man beobachten:

**Definition III.1: Zwei Kräfte sind gleich, wenn sie die gleiche Wirkung hervorrufen.**

Dieses Prinzip kann man sich zunutze machen, indem man Federn zum Vergleich von Kräften einsetzt. Federn besitzen nebenbei noch die Eigenschaft, dass sie in einem bestimmten Auslenkungsbereich, dem sogenannten elastischen Bereich, wieder in die Ausgangslage zurückkehren, wenn die Kraft nicht mehr wirkt. So kann man mit derselben Feder Kräfte quantitativ vergleichen. Dieses Prinzip nutzt die Federwaage.

### Versuch III.1: Federwaage

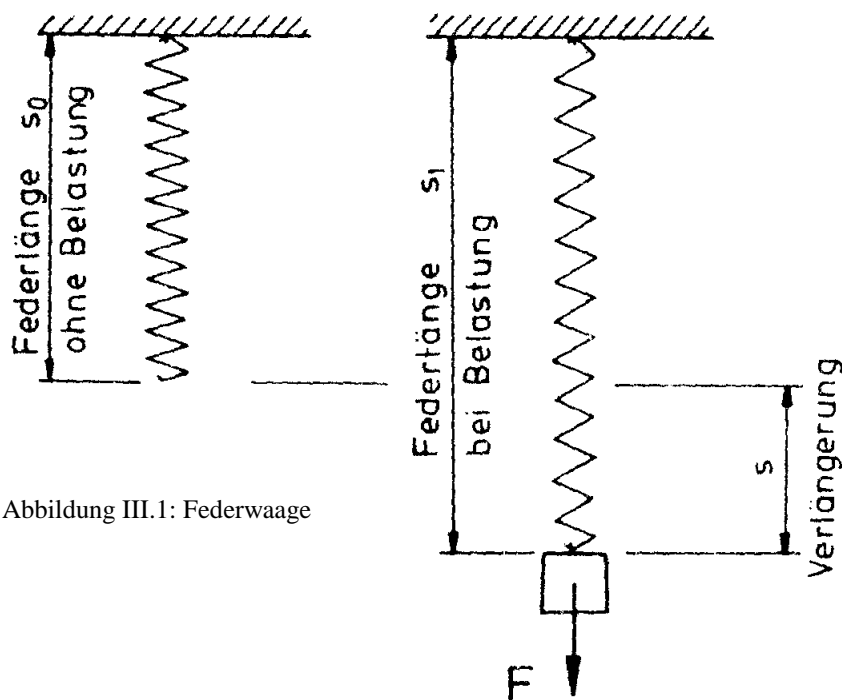


Abbildung III.1: Federwaage

Bei diesem Versuch sollen die Kräfte untersucht werden, die entstehen, wenn verschiedene Körper an eine senkrecht zur Erde hängend befestigte Feder angehängt werden. Die Körper werden durch die Gravitation der Erde angezogen.

Notation III.1: Die

**Kraft  $F$** , mit der ein Körper von der Erde angezogen,  
wird nennen wir sein **Gewicht  $G$** .

Beim Freien Fall haben wir bereits die Kraft kennengelernt, mit der die fallende Kugel angezogen wurde. Damals haben wir die Richtung des Falls, hier die  $y$ -Koordinate, durch einen Vektor ausgedrückt. Auch bei anderen Kräften muss die Richtung, in die sie wirken, beachtet werden, z.B. beim Tauziehen. Es macht eindeutig einen Unterschied, ob beide Mannschaften in dieselbe Richtung oder entgegengesetzt ziehen. Die Kraft muss als vektorielle Größe eingeführt werden. Aus der Notation III.1 folgt also:

Merke: Bei der Federwaage gilt:  $\vec{F} = \dots$

Der Versuch zeigt, dass verschiedene Körper verschiedene Auslenkungen hervorrufen. Die den Körpern offensichtlich innewohnende Eigenschaft, welche eine unterschiedliche Auslenkung der Feder bewirkt, nennen wir seine schwere Masse  $m_s$ :

Notation III.2: Die Eigenschaft eines Körpers, welche für sein Gewicht verantwortlich ist, nennt man die **schwere Masse  $m_s$** .

Für den nächsten Versuchsteil nehmen wir mehrere identische Körper. Um zu prüfen, ob die Körper wirklich das gleiche Gewicht haben, hängen wir sie nacheinander an die Feder und überprüfen, ob sie dieselbe Auslenkung hervorrufen. Nach dem in Kapitel III.2 Erarbeiteten sind die Kräfte, also die Gewichte, dann gleich. Nachdem auf diese Weise Körper mit dem gleichen Gewicht gefunden wurden, beginnt die eigentliche Messung:

Zunächst wird ein Körper mit dem Gewicht  $G$  an die Feder gehängt. Wir beobachten die Verformung der Feder und erhalten damit ein Maß für das Gewicht und die schwere Masse des Körpers. Danach hängen wir ein weiteres Gewicht an und können die doppelte Kraft  $2G$  messen. Offensichtlich ist also das Gewicht  $G$  proportional zu der schweren Masse  $m_s$ .

Folgerung I: Das Gewicht ist proportional zur schweren Masse

$$G \sim m_s$$

Jetzt kann man die Auslenkung der Feder messen mit einer verschiedenen Anzahl von angehängten Körpern desselben Gewichts. Der Versuch zeigt, dass die Auslenkung sich verdoppelt, hängt man zum ersten einen zweite Körper, und so fort.

Folgerung II: Die Auslenkung  $x$  ist proportional zum Gewicht der angehängten Körper

$$G \sim x$$

Aus Folgerung I und II erkennt man sofort:

Folgerung III: Aus  $G \sim m_s$  und  $G \sim x$  folgt:

$$G \sim x \sim m_s$$

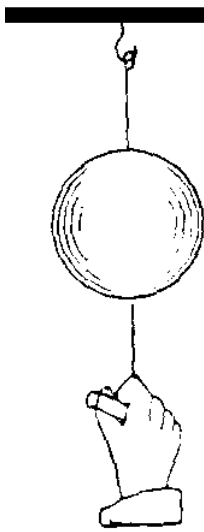
Mit diesen Proportionalitäten lassen sich nun Kräfte quantitativ messen, vergleichen und addieren.

### III.3 Die träge Masse

Die Erfahrung zeigt uns, dass Körper mit einer schweren Masse sich einer Beschleunigung widersetzen. Ein bekanntes Beispiel ist ein Körper, der plötzlich losgelassen wird und einen freien Fall ausführt. In abgemilderter Version erlebt man diese Trägheit z.B. auf schnellen Achterbahnen oder in Fahrstühlen.

Auch bekannt ist die Tatsache, dass Körper mit größerer Masse schwerer zu beschleunigen sind als leichtere, hier sei als Beispiel nur die Erfahrung genannt, mit einem überladenen Auto anzufahren oder zu bremsen.

### Versuch III.2: Kordel reißt



Diese Eigenschaft von Körpern wollen wir im nächsten Experiment zeigen. Hierzu wird eine Kugel mit großer Masse an einen dünnen Faden gehängt. Am unteren Ende der Kugel befestigen wir eine dickere Schnur mit Griff. Zunächst wird langsam am Griff gezogen. Über die Schnur wird die Kugel langsam beschleunigt. Der obere Faden wird gespannt, bis er schließlich reißt. Ein neuer Faden wird eingefügt und nun wird ruckartig, also möglichst schnell, am Griff gezogen. Die große Beschleunigung wird über die Schnur auf die Kugel übertragen. Aufgrund ihrer Trägheit, widersetzt die Kugel sich der Beschleunigung und folgt der Bewegung nicht. Jetzt muss die untere Schnur die Beschleunigung auffangen, sie reißt.

Abbildung III.2: Kordel reißt

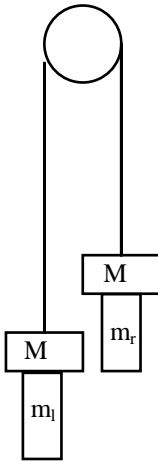
Notation III.3: Wir nennen die Eigenschaft eines Körpers, aufgrund deren er sich der Beschleunigung widersetzt, seine **träge Masse  $m_t$** .

### III.4 Grundgesetz der Mechanik oder „2. Newtonsches Axiom“

Bisher haben wir vier wichtige physikalische Größen der Dynamik kennengelernt:

1. Die **Beschleunigung**: Die Beschleunigung ist invariant gegenüber einem Wechsel des Inertialsystems, jeder Körper mit schwerer Masse widersetzt sich der Beschleunigung.
2. Die Ursache jeder Beschleunigung ist eine **Kraft**
3. Der Körper widersetzt sich einer Beschleunigung aufgrund seiner **trägen Masse**.
4. Eine Form der Kraft ist das Gewicht. Die Eigenschaft eines Körpers, welche für sein Gewicht verantwortlich ist, nennt man die **schwere Masse**.

Im Folgenden soll anhand einiger Versuche der Zusammenhang dieser vier Größen ermittelt werden.



### Versuch III.3: Atwood'sche Fallmaschine

Bei diesem Versuch werden zwei gleiche Massen  $M$  mit einem Seil, welches über eine Umlenkrolle gehängt ist, miteinander verbunden.

Dadurch wird auf jeder Seite eine Kraft realisiert, das Gewicht der Massen. Beide Massen befinden sich im Gleichgewicht, die Resultierende der Kräfte ist null. An beiden Seiten kann eine weitere Masse  $m_l$  und  $m_r$  befestigt werden. Diese Massen werden so gewählt, dass kein Gleichgewicht mehr herrscht. Auf der Seite mit der größeren Masse wirkt nun eine größere Kraft als auf der anderen, und die Masse wird nach unten beschleunigt. In unserem Versuch wählen wir immer

$m_r > m_l$ . Auf der rechten Seite können wir dann mittels einer Lichtschranke die Fallzeit errechnen, die  $M + m_r$  brauchen, um von der Erde beschleunigt einen Meter zurückzulegen.

Über die bekannte Beziehung für den Freien Fall  $x = \frac{1}{2}at^2$

kann bei gleichzeitiger Messung der Fallzeit  $t$  die Beschleunigung errechnet werden.

Betrachten wir die Kräfte, die bei diesem Versuch wirken:

Die beschleunigende Kraft ist  $\vec{G} \sim \text{Masse}$ , die in diese Richtung beschleunigt wird. Auf der linken Seite ist diese Masse  $M + m_l$ , sie wird in positiver  $y$ -Richtung beschleunigt. Die Summe der rechten Massen  $M + m_r$  wird in negativer Richtung beschleunigt. Als resultierende Kraft folgt:

$$G = G_r - G_l \sim (M + m_r) - (M + m_l) = m_r - m_l.$$

Diese Kräfte beschleunigen alle Massen, die an dem Seil befestigt sind, also die Gesamtmasse

$$M' = M + m_r + M + m_l$$

Diese Masse widersetzt sich der Beschleunigung. Eigentlich müßte noch ein Korrekturfaktor angebracht werden wegen des Seils und der Umlenkrolle, um die Proportionalität zu zeigen soll diese Näherung jedoch genügen.

Gemessen wurde die Fallzeit für einen Meter Fallstrecke bei verschiedenen Gewichtskonstellationen.

Die Computerauswertung zeigt graphisch, dass die errechnete Beschleunigung umgekehrt proportional zu der Gesamtmasse  $M'$ , als zur gesamten trägen Masse ist.  $a \sim 1/M'$ .

Folgerung I: Die Beschleunigung ist umgekehrt proportional zu der Gesamtmasse  $M'$

$$a \sim 1/M'.$$

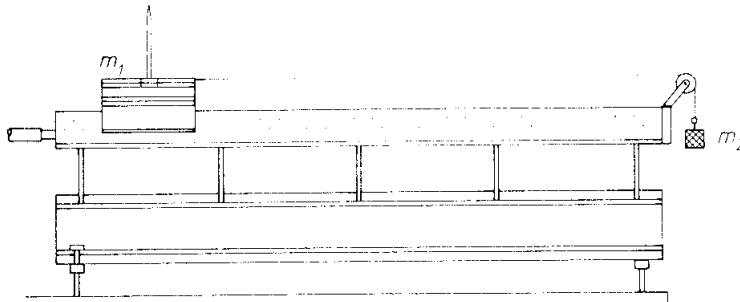


Abbildung III.3: Nachweis des 2.NG

In einem zweiten Versuchsteil mit der Luftkissenbahn konnte die Fallstrecke gemessen werden bei verschiedenen Massen  $m_1$  und  $m_2$ . Die größere Masse  $m_1$  ist bei dieser Versuchsanordnung

als Reiter auf der Schiene befestigt, eine kleinere Masse  $m_2$  erzeugt eine Gewichtskraft. Da die Massen mit einem Faden verbunden sind, ist auch hier die beschleunigte Masse gleich der Gesamtmasse. Gemessen wird die Zeit, die der Reiter braucht, um einen Meter zurückzulegen, nachdem die kleine Masse fallen gelassen wird. Über die Beziehung  $x = \frac{1}{2} at^2$  kann  $a$  rechnerisch bestimmt werden.

Auf die Masse  $m_2$  wirkt die Kraft  $G = m_2g$ , beschleunigt werden die Massen  $(m_1 + m_2)$ .

Umgeformt kann man diese Beziehung zur Bestimmung der Erdbeschleunigung  $g$  nutzen.

Die Messung mit verschiedenen Massen zeigte, dass

$$a \sim \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad \text{ist.}$$

Mit dem Ergebnis der Folgerung I:  $a \sim (1/M')$  lässt sich daraus folgern, dass die Beschleunigung direkt proportional zur beschleunigenden Kraft  $G$  ist.  $a \sim G$

Folgerung II: Die Beschleunigung ist direkt proportional zur beschleunigenden Kraft  $G$   
 $a \sim G.$

Aus beiden Ergebnissen folgert direkt:

Folgerung III: Aus  $a \sim G$  und  $a \sim 1/M'$  folgt:  $G \sim M' a.$

Die Proportionalitätskonstante zwischen der Kraft, wir bezeichnen sie wieder allgemeiner mit  $F$ , und dem Produkt aus träger Masse und Beschleunigung ist frei, da wir bisher nur über die Einheit von Masse und Beschleunigung verfügt haben. Wir können sie daher gleich eins setzen.

Dann gilt:

**2. Newtonsches Gesetz: Kraft ist das Produkt aus Masse und Beschleunigung**  
 $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Einheitenbetrachtung:

Die Beschleunigung hat die Einheit  $[a] = 1 \text{ m s}^{-2}$ , die Masse ist eine Basiseinheit im SI mit  $[m] = \text{kg}$ . Es gilt  $[a \cdot m] = [a] \cdot [m] = 1 \text{ kg m s}^{-2}$ .

Notation III.5: Die Einheit der Kraft wird mit **1 Newton** bezeichnet.

$$[\vec{F}] = 1 \text{ N} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$$

**Definition III.1: 1 Newton ist die Kraft, die 1 Kilogramm auf  $1 \text{ m s}^{-2}$  beschleunigt.**

### III.5 Schwere und träge Masse

Versuche an verschiedenen Orten der Erde zeigen, dass die oben bestimmte Proportionalitätskonstante  $g$  in  $G = mg$  zwar nicht überall denselben Wert hat, an einem festen Ort jedoch gilt strenge Proportionalität.

Letzteren Umstand machen wir uns zunutze, um mit dem Freien Fall das Verhältnis von schwerer und träger Masse zu bestimmen. Hierzu betrachten wir einen Körper, auf dessen schwere Masse die Kraft  $G = m_s g$  wirkt. Nun lassen wir den Körper fallen und betrachten die träge Masse und deren Beschleunigung, die, wie oben gezeigt, durch Messung der Fallzeit bestimmt werden kann,  $F = m_t a$ . Da aber  $G = F$  ist, gilt:

$$m_s g = m_t a \quad \text{und damit} \quad a = \frac{m_s}{m_t} g.$$

Versuche mit verschiedenen Körpern zeigen, dass  $a$  konstant ist. Aus der Tatsache, dass alle Körper dieselbe Fallbeschleunigung erfahren, kann also gefolgert werden, dass träge und schwere Masse einander proportional sind. Da wir bisher nur die Einheit der trägen Masse definiert haben, können wir die Proportionalitätskonstante ebenfalls gleich eins setzen.

Merke: Die schwere Masse eines Körpers ist gleich seiner trägen Masse:

$$m_s = m_t$$

Merke: Die Einheit der trägen und der schweren Masse ist das Kilogramm:

$$[m_s] = [m_t] = \text{kg}.$$



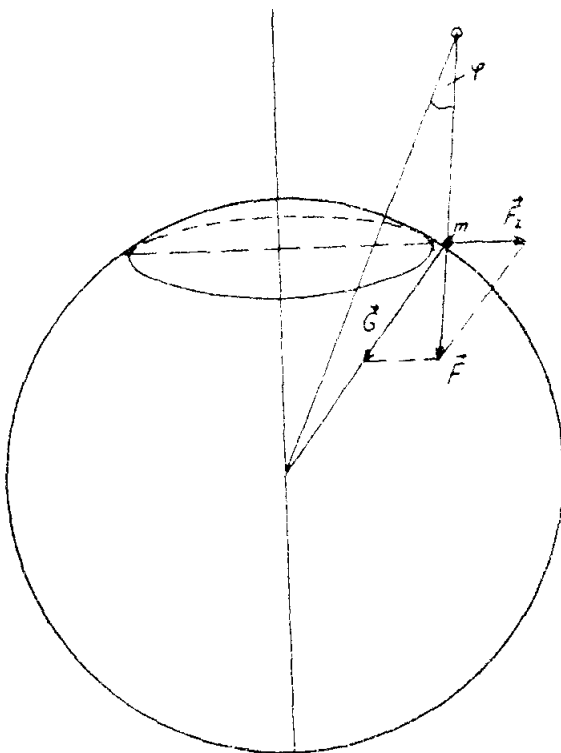


Abbildung III.4: Versuchsprinzip der Eötvös'schen Drehwaage

Um die Jahrhundertwende versuchten Forscher, mit Präzessionsexperimenten nachzuweisen, dass doch eine winzige Abweichung zwischen den beiden Massen eines Körpers besteht.

Eötvös, Pekar und Fekete untersuchten mit einer Drehwaage die Wirkung von Schwerkraft und Fliehkraft auf verschiedene Materialien. Hierzu wird ein Körper an einem Faden aufgehängt. Auf ihn wirkt so die Kraft  $\vec{G} = m_s \vec{g}$  in Richtung des Erdmittelpunkts. Zugleich wirkt aber auch die Fliehkraft  $\vec{F} = m_t \vec{a}_z$ , die durch die Erddrehung

hervorgerufen wird. Da  $\vec{g}$  und  $\vec{a}_z$  nicht in dieselbe Richtung weisen, stellt sich ein Winkel ein. Sind die beiden Massen nicht gleich, müßte dieser Winkel sich ändern, wenn das Experiment mit verschiedenen Körpern ausgeführt wird. Messungen ergaben jedoch eine Abweichung des Winkels von weniger als  $10^{-8}$  m.

Damit war also bewiesen, dass das Verhältnis von träger zu schwerer Masse bis auf einen Faktor von  $10^{-8}$  genau gleich eins ist. Tabelle III.1 zeigt die Messung für verschiedene Materialien:

Material	Änderung des Winkels $m_s - m_t / \langle m \rangle$
Magnalium	$+ 0,004 \cdot 10^{-6} \pm 0,001 \cdot 10^{-6}$
Schlangenholz	$- 0,004 \cdot 10^{-6} \pm 0,002 \cdot 10^{-6}$
Kupfer	$+ 0,004 \cdot 10^{-6} \pm 0,002 \cdot 10^{-6}$
Wasser	$- 0,006 \cdot 10^{-6} \pm 0,003 \cdot 10^{-6}$
Kristall, Kupfersulfat	$- 0,001 \cdot 10^{-6} \pm 0,003 \cdot 10^{-6}$
Kupfersulfatlösung	$- 0,003 \cdot 10^{-6} \pm 0,003 \cdot 10^{-6}$
Asbest	$+ 0,001 \cdot 10^{-6} \pm 0,003 \cdot 10^{-6}$
Talg	$- 0,002 \cdot 10^{-6} \pm 0,003 \cdot 10^{-6}$

Tabelle III.1: Messungen mit der Drehwaage für verschiedene Materialien

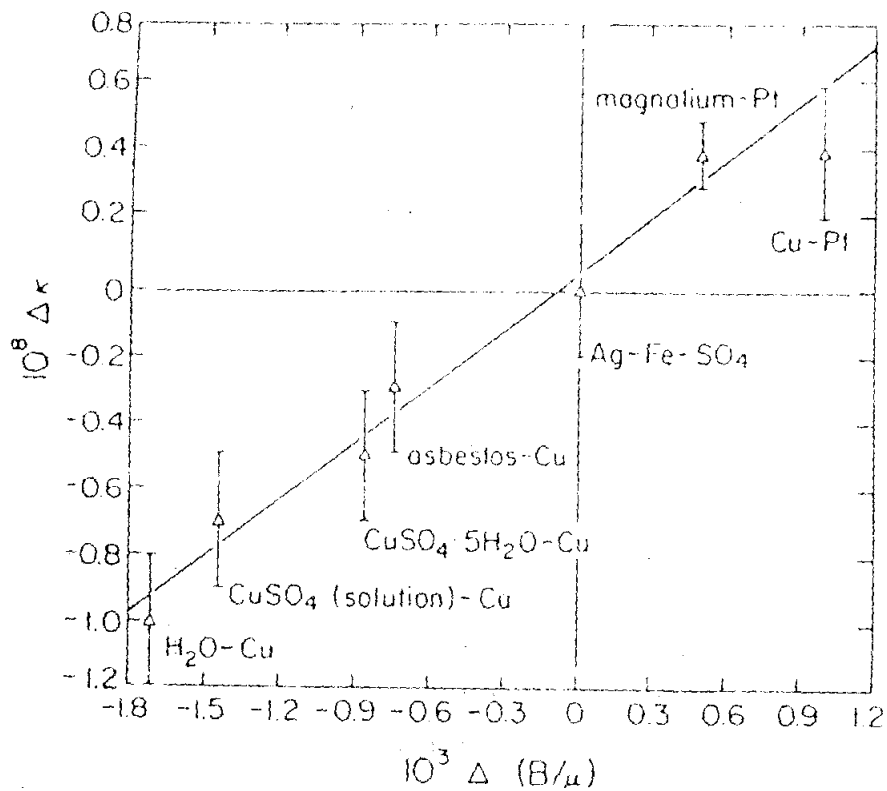


Abbildung III.5: Massenabweichung bei verschiedenen Materialien

Eine Reanalyse der Daten wurde 1985/86 von Fischbach und anderen Wissenschaftlern durchgeführt. Sie behaupteten, nachgewiesen zu haben, dass das Verhältnis von träger zu schwerer Masse von der Zahl der Neutronen und Protonen, den sogenannten Baryonen, zu der Atommasse abhängt. Diese Sensation währte jedoch nur wenige Wochen, bis man Fischbach einen Vorzeichenfehler in seiner Berechnung nachweisen konnte.

Seit dem ersten Experiment mit der Eötvös'schen Drehwaage wurde die Messung immer exakter wiederholt. Mithilfe von Bohrlöchern und Satelliten oder über den Freien Fall mit Präzisionszeitmessungen konnte die Proportionalität der beiden Massen und die Gravitationskonstante inzwischen auf  $\pm 5 \cdot 10^{-10}$  genau bestimmt werden.

### **III.6 Bestimmung der Erdbeschleunigung $g$ mit Hilfe des 2. Newtonschen Axioms.**

Das zweite von Newton formulierte Axiom lässt sich nutzen, um die drei darin enthaltenen Grundgrößen näher zu untersuchen. Die Gleichung  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  lässt sich auf drei Weisen lesen:

1. Als Definitionsgleichung für  $m$ . Diese Interpretation haben wir bei der Bestimmung von träger Masse beim Freien Fall genutzt: Wenn bekannt ist, welche Kraft  $F$  auf einen Körper wirkt, und die daraus resultierende Bewegung gemessen werden kann, kann mit dem 2. Newtonschen Axiom die Masse  $m$  berechnet werden, die der Körper haben muss. In unserem Beispiel kannten wir die Gewichtskraft  $G$  und konnten mit Kenntnis der Fallstrecke und Messen der Fallzeit die Beschleunigung errechnen.

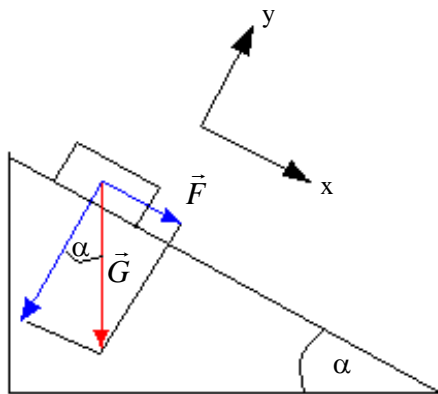
2. Als Definitionsgrundlage für  $F$ . Bei dieser Interpretation muss die Masse  $m$  des Körpers bekannt sein. Beobachtet und misst man dann eine Bewegung, und kann man die Beschleunigung des Körpers ermitteln, so lässt sich über das 2. Newtonsche Axiom die resultierende der äußeren Kräfte berechnen, die auf den Körper gewirkt haben müssen. Mit dieser Methode kann man z.B. die Anziehungskraft auf verschiedenen Planeten, oder die Reibung von Autoreifen bestimmen. Dieses Prinzip heißt *Kinematische Methode*.

3. Als Definitionsgrundlage für  $a$ . Bei dieser dritten Interpretation geht man davon aus, dass man die Masse eines Körpers und die auf ihn wirkenden Kräfte kennt. Dann kann man die Beschleunigung errechnen, die der Körper erfährt. Diese *Dynamische Methode* kann genutzt werden, um nach Messung der Bewegung die Beschleunigung zu bestimmen, in unserem Beispiel die Erdbeschleunigung, oder um eine Bewegung vorauszusagen. Hierfür kann über die Integration der errechneten Beschleunigung mit Kenntnis der Randparameter der Ort zu jeder Zeit berechnet werden.

Wir wollen im Folgenden über das 2. Newtonsche Axiom die Erdbeschleunigung  $g$  bestimmen:

### Versuch III.4: g-Bestimmung

Für diesen Versuch verwenden wir wieder die Luftkissenbahn als schiefe Ebene. Zwei Lichtschranken messen die Zeitabstände, in denen die Reiter bekannte Strecken  $x$  durchlaufen. Wie bereits in Kapitel II.4.3 hergeleitet, gilt für die Beschleunigungskomponente längs der schiefe Ebene  $a_x = g \sin \alpha$ , wenn die schiefe Ebene einen Winkel  $\alpha$  mit der Erdoberfläche bildet. Dies kann jetzt mit Hilfe des 2. Newtonschen Axioms auch über eine Betrachtung der wirkenden Kräfte bestätigt werden:



In Richtung des x-Achse wirkt die Kraft, nach Newton zu schreiben mit  $\vec{F} = m\vec{a}$ .

Für die x-Komponenten gilt dann  $F_x = ma_x$ .

Die Vektorzerlegung gibt den Teil des Vektors  $\vec{G}$  an, der in x-Richtung liegt  $F_x = G \sin \alpha$ .

Also gilt:  $G \sin \alpha = ma_x$ .

Mit  $G = mg$  folgt  $mg \sin \alpha = ma$ ,

und daraus direkt:  $g \sin \alpha = a$ .

Dieses Ergebnis können wir auf zwei Aspekte untersuchen:

#### 1. Beschleunigung $a$ und Erdbeschleunigung $g$ sind unabhängig von der Masse des Körpers.

Um diese Aussage zu verifizieren, werden verschieden schwere Reiter auf die Luftkissenbahn gesetzt und deren Beschleunigung gemessen. Die Zeitabstände, in denen die verschiedenen Reiter die Lichtschranken passieren, sind gleich für alle unterschiedlich schweren Reiter. Die Tatsache, dass alle Körper unabhängig von ihrer Masse gleich schnell fallen, hatten wir schon beim Freien Fall verifiziert.

#### 2. Die Erdbeschleunigung $g$ lässt sich durch Messung der Beschleunigung bestimmen.

Über die Zeit, in der die Körper die Strecke  $x$  zurücklegen lässt sich, wie bekannt, die Beschleunigung  $a$  errechnen. Wenn der Neigungswinkel bekannt ist, kann über  $g \sin \alpha = a$  die Naturkonstante  $g$  errechnet werden.

Merke: Der Standardwert der Erdbeschleunigung beträgt

$$g = 9,80665 \text{ m / s}^2.$$

### III.7 Gegenwirkungsprinzip oder „3. Newtonsches Axiom“

#### Versuch III.5: Zwei Körper auf einem Rollwagen

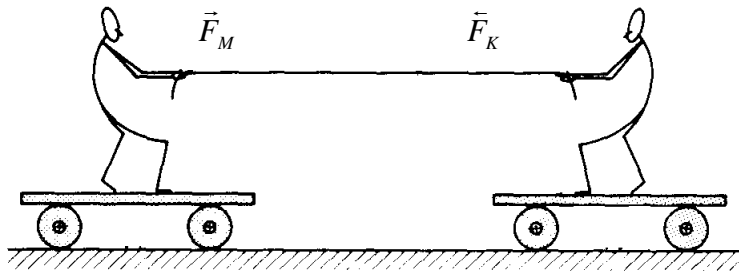


Abbildung III.6: actio und reactio im Versuch

Bei diesem Versuch stellen sich zwei Menschen mit gleichem Gewicht auf je ein Brett mit vier Rollen. Beide

Personen halten das

Ende eines Seils fest und spannen es. Dann hält einer das Seil nur fest, während der andere langsam daran zieht.

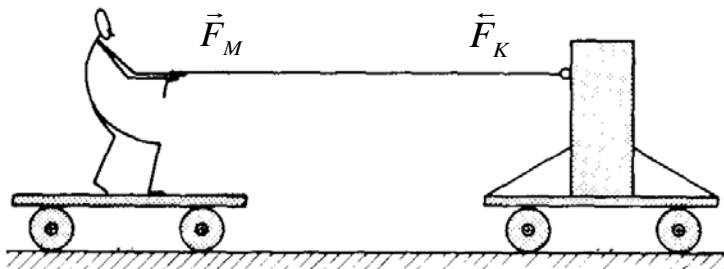


Abbildung III.7: Nachweis für beliebige Körper

Man kann beobachten, dass beide Wagen aufeinander zurollen. Markiert man zuvor die Mitte zwischen den beiden Rollwagen, so treffen die

Wagen sich genau auf dieser

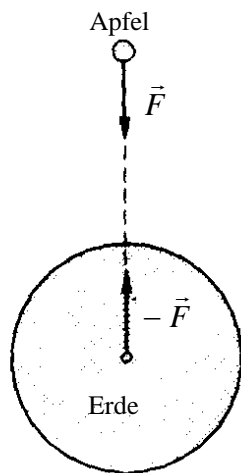
Markierung. Um auszuschließen, dass die zweite Person doch gezogen hat, kann jetzt der Versuch wiederholt werden mit einem unbelebten Körper gleicher Masse. Auch hier zieht die Person am Seil und wieder treffen sich beide Wagen in der Mitte.

#### III.7.1 Theoretische Überlegungen

Als Grundaussage der Dynamik hatten wir festgehalten, dass Grundlage jeder Bewegungsänderung eine Kraft ist, die auf den beschleunigten Körper ausgeübt wird. Mit diesem Versuch ist gezeigt worden, dass auch der Körper sich bewegt, der vom anderen Körper nicht aktiv herangezogen wurde. Es muss also auch auf diesen Körper eine Kraft wirken. Die beiden Massen wurden bewußt gleich groß gewählt, um zu zeigen, dass die hervorgerufene Bewegung bei zwei Körpern mit gleicher Masse entgegengesetzt gleich ist. Da Kraft nur von der Masse und der Beschleunigung abhängt, muss auch die Kraft entgegengesetzt gleich sein.

Newton formulierte in seinem 3. Axiom:

**3. Newtonsches Gesetz: Die von zwei Körpern aufeinander ausgeübten Kräfte sind entgegengesetzt gleich.**



Kurz wird dieses Gesetz auch **actio = reactio** genannt. Die Gleichung  $\vec{F} = m\vec{a}$  lässt sofort erkennen, dass dieselbe Kraft bei einem Körper größerer Masse eine kleinere Beschleunigung hervorruft.

Das vielleicht populärste Beispiel hierfür ist ein Ereignis, welches Newton angeblich auf die Idee brachte, dieses Prinzip zu formulieren: Eines schönen Herbsttages schlief Newton unter einem Apfelbaum, als ein Apfel sich vom Ast löste und auf seinen Kopf fiel. Newton sei damals auf die Idee gekommen, sich zu fragen, warum eigentlich die Erde den Apfel anzieht und nicht auch vielleicht umgekehrt. In der Tat hatte er mit dieser

Vermutung recht, die Bewegung der Erde durch den Apfel hervorgerufen ist nur wegen der Mengenrelation Apfel-Erde nicht registrierbar. Dennoch gilt das 3. NG auch hier: die Erde beschleunigt den Apfel betragsmäßig mit derselben Kraft wie der Apfel die Erde.

Die Gegenkraft greift dabei beim Verursacher der eigentlichen Kraft an. In unserem Beispiel heißt das, dass die erzeugte Gegenkraft im Schwerpunkt der ziehenden Person angreift, und nicht im Schwerpunkt der gezogenen. Das ist schon daraus ersichtlich, dass die resultierende von Kraft und Gegenkraft, falls sie in einem Punkt angreifen, null ist. Nach den ersten Newtonschen Axiom ist nur die resultierende der äußeren Kräfte Ursache einer Bewegung.

Merke: Die Gegenkraft greift im Schwerpunkt des Verursacher der Kraft an und ist der verursachenden Kraft entgegengesetzt.

Kräftegleichgewicht herrscht im Verbindungsseil. Hier herrschen die Kräfte  $\vec{F}$  und  $-\vec{F}$ . Um die Bewegung eines Massepunktes zu berechnen, müssen die daran wirkenden Kräfte vektoriell addiert werden, also wirkt im Seil die Kraft:  $\vec{F}_S = \vec{F} + (-\vec{F}) = 0$ .

Das Seil bewegt sich nicht. Auch diese Berechnung kann mit Hilfe einer farbigen Markierung im Seil experimentell bestätigt werden.

Wie bereits stillschweigend vorausgesetzt, gilt das 3. Newtonsche Axiom sowohl für Fernwirkungskräfte, also für Kräfte, die ohne materielle Verbindung zwischen den Körpern wirken, z. B. Erdanziehung oder elektrische und magnetische Kräfte, als auch für Nahwirkungskräfte, Kräfte also, die durch materielle Verbindungen, z.B. Seile oder Federn, wirken.

Häufig wird aus praktischen Gründen nicht das statische, sondern das dynamische Gleichgewicht betrachtet. Mit dem 2. Newtonschen Axiom,  $\vec{F} = m\vec{a}$  gilt dann:  $\vec{F} - m\vec{a} = 0$ .

Man nennt  $\vec{F} = -m\vec{a}$  beim dynamischen Kräftegleichgewicht die Trägheitskraft und bezeichnet sie mit dem Index  $T$ :  $\vec{F}_T = -m\vec{a}$ .

Merke: Die **Trägheitskraft**  $\vec{F}_T = -m\vec{a}$  ist der beschleunigenden Kraft entgegen gerichtet und hat denselben Betrag  $F$ .

An einen Körper im mitbeschleunigten System wirken im Schwerpunkt sowohl die beschleunigende Kraft, als auch die Trägheitskraft. Die Resultierende der auf ihn wirkenden Kräfte ist also gleich null. Diese Feststellung ist nur eine allgemeinere Formulierung des 3. Newtonschen Axioms. Sie ist bekannt als d'Alembertsches Prinzip:

**d'Alembertsches Prinzip:** Für einen mitbeschleunigten Beobachter ist im mitbewegten System die vektorielle Summe aus äußeren und Trägheitskräften gleich null:

$$\sum \vec{F}_i = 0$$

Diesen Effekt kennen wir aus einer schnellen Bremsung beim Auto oder einer schnellen Kreisbewegung. Hier erfährt der Körper eine Kraft, die entgegen der beschleunigenden Kraft wirkt: Man wird im Auto beim Bremsen nach vorne geschleudert oder im Karussell nach außen gedrückt. Da, wie gezeigt, in Wirklichkeit keine resultierende Kraft auf den Körper wirkt, heißen die Kräfte auch Scheinkräfte.

Notation III.6: Trägheitskräfte werden auch **Scheinkräfte** genannt.

### III.7.2 Beispiel Freier Fall

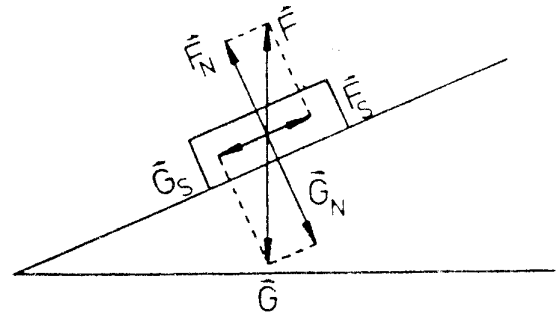
Ein Beispiel, an dem man das d'Alembertsche Prinzip verifizieren kann, ist die Trägheitskraft beim Freien Fall. Wir hatten festgestellt, dass beim Freien Fall auf den Körper nur seine Gewichtskraft, also  $G = mg$  wirkt. Dies gilt nur für die Betrachtung der Kräfte von einem (unbeschleunigten) Inertialsystem aus. Im System, in dem der Körper ruht, wirkt zudem die Kraft  $-G = -mg$ . Entsprechend dem d'Alembertschen Prinzip wirkt also keine Kraft auf den Körper, er ist schwerelos.

Um dies zu verifizieren, kann man eine Waage mit einem Körper der Masse  $m$  betrachten. Hält man die Waage fest, so zeigt sie aufgrund der Gewichtskraft ein Gewicht an. Lässt man die Waage mit Körper fallen, zeigt sie während des Falls kein Gewicht mehr an, es wirken keine Kräfte. Leichter zu realisieren ist ein Versuch mit der Federwaage. In einem Aufzug, der sich

nach unten bewegt, zeigt die Federwaage weniger Gewicht an, als in einem stehenden Aufzug. Die angezeigte Kraft ist natürlich nie null, da der Aufzug sich hoffentlich nicht im Freien Fall befindet.

### III.7.3 Beispiel schiefe Ebene

Ein weiteres, schon diskutiertes Beispiel einer Bewegung, an der man das Kräftegleichgewicht untersuchen kann, ist die schiefe Ebene. Auf einen Körper der Masse  $m$  wirkt die Gewichtskraft  $\vec{G}_N = m\vec{g}$ .



Längs der schiefen Ebene wird er nur mit der Komponente der Kraft beschleunigt, die in Richtung des schiefen Ebene liegt, also mit

Abbildung III.8: Kräftegleichgewicht bei der schiefen Ebene

$$\vec{G}_S = m\vec{g} \sin \alpha .$$

Betrachten wir jetzt einen Wagen der steht, bei dem also die Haftreibung die Erdbeschleunigung kompensiert. Im Schwerpunkt des Körpers muss also eine zusätzliche Reibungskraft  $\vec{F}_N$  angreifen, die genau entgegengesetzt der Gewichtskraft ist:

$$\vec{F}_N = .$$

Im statischen Gleichgewicht kompensiert eine zusätzliche äußere Kraft  $\vec{F}_S$  die Hangabtriebskraft. Es existiert also eine Scheinkraft

$$\vec{F}_S = -\vec{G}_S = -m\vec{g} \sin \alpha ,$$

die im mitbewegten System die Hangabtriebskraft kompensiert. So ist der Körper im mitbewegten System in Ruhe.

Die wie in diesem Fall durch die Ebene in erzwungenen Bewegungen auftretenden Kräfte, die ein Körper auf der Bahn halten, nennt man Zwangskräfte. Andere Beispiele für diese Kräfte sind Schienen, die sich elastisch verformen, wenn ein Zug Kräfte auf sie ausübt, oder eine Person, die sich im Bus festhalten muss, wenn der Fahrer bremst. Anders als im oben diskutierten Fall stehen die Zwangskräfte immer senkrecht auf der Bahn, falls die Reibung vernachlässigt werden kann.

Merke: **Zwangskräfte** stehen bei vernachlässigbarer Reibung immer senkrecht auf der Bahn.