9 Elementarteilchenphysik

9.1 Die Bausteine der Materie

Die Elementarteilchenphysik beschäftigt sich mit den fundamentalen Bausteinen der Materie und deren Wechselwirkungen. Diese elementearen Bausteine sind punktförmige Gebilde, d.h. ohne räumliche Ausdehnung, denen Eigenschaften wie Masse, Spin, Ladung etc. zugeordnet sind. Um die Physik der kleinsten Dimensionen zu untersuchen, z.B. die Punktförmigkeit der Teilchen, benötigen wir möglichst hohe Energien: $\lambda = \frac{h}{p}$. Daher bezeichnet man dieses Gebiet auch als Hochenergiephysik. Die benutzten Apparaturen sind Teilchenbeschleuniger (Elektronen, Protonen) und Detektoren, die die Kollisionsprodukte untersuchen. Beispiele für Teilchenbeschleuniger sind:

Beschleuniger	Typ	Energie	
LEP	Elektron-Positron Ringbeschleuniger	bis 200GeV	1989 - 2000
SLD	Elektron-Positron Linearbeschleuniger	91GeV	1989 - 1998
Tesla	Elektron-Positron Linearbeschleuniger	bis 800GeV	in Planung
HERA	Elektron-Proton	E_e =30GeV, E_p = 820GeV	seit 1992
Tevatron	Proton-Antiproton	E_p =1000GeV	seit 1987
LHC	Proton-Proton	E_p =7000GeV	ab 2005

Kandidaten für Elementarteilchen, die wir bisher kennengelernt haben:

- Das Elektron (e^-) und sein Antiteilchen, das Positron (e^+)
- Das Neutrino (ν) und sein Antiteilchen, das Antineutrino ($\overline{\nu}$)

Das Elektron und das Neutrino bezeichnet man auch als Leptonen, weil sie leicht sind: $m_e = 511\frac{\text{keV}}{c^2}$, $m_\nu < 3\frac{\text{eV}}{c^2}$. Für das Neutrino kann man zur Zeit nur eine obere Massengrenze angeben. Es gibt aber ganz neue Hinweise, dass das Neutrino eine sehr kleine Masse besitzt, der Größenordnung $\approx 10^{-3}\frac{\text{eV}}{c^2}$.

Die Leptonen spüren die Kernkraft nicht, d.h. sie nehmen nicht an der starken Wechselwirkung teil. Bis heute hat man in Streuexperimenten an den Beschleunigern keine Abweichung von der Punktförmigkeit der Leptonen gefunden. Das bedeutet, dass $R_{e,\nu} < 10^{-18}m$ ist.

Nukleonen (Neutron und Proton):
Diese Teilchen gehören zur Gruppe der Hadronen, was schwer bedeutet. Die Nukleonen, wie alle Hadronen, sind nicht elementar!
In Streuexperimenten mit hochenergetischen Elektronen hat man herausgefunden, dass die Ladung in einem Proton auf drei punktförmige Teilchen verteilt ist. Auch im Neutron, das ja insgesamt neutral ist, finden sich drei dieser punktförmigen, geladenen Teilchen. Man nennt sie Quarks. In den Nukleonen gibt es zwei verschiedene Quarks, das up-Quark (u) und das down-Quark (d):

u: Ladung $+\frac{2}{3}e$ Proton $p = uud$ $Q_p = +1e$
d: Ladung $-\frac{1}{3}e$ Neutron $d = udd$ $Q_n = 0$

Auch von den Quarks nehmen wir heute noch an, dass sie elementar sind. Ihre Größe kann ebenfalls auf $R_q < 10^{-18}m$ beschränkt werden.
Quarks haben ebenfalls einen Spin $s = \frac{1}{2}$. Neben ihrer drittelzahligen elektrischen Ladung tragen Quarks, im Gegensatz zu Leptonen, noch eine Farbladung (rot, grün oder blau). Diese Farbladung ist dafür verantwortlich, dass Quarks an der starken Wechselwirkung teilnehmen. Eine weitere Konsequenz ist, dass freie Quarks nicht existieren, sondern immer in Hadronen gebunden sind. Neben den Nukleonen kennt man heute sehr viele andere, instabile Hadronen, die aus Quarks bestehen: entweder drei Quarks wie bei Nukleonen oder Quark und Antiquark. Ein Beispiel ist das Pion π^-: $u\overline{d}$ $m_\pi = 140$MeV.
Weil freie Quarks nicht existieren, kann ihre Masse nicht genau bestimmt werden. Die Massen der Hadronen sind durch die Bindungsenergie bestimmt:

$$m_u \approx m_d \approx \text{einige MeV}$$

Alle bekannte Materie des Universums besteht aus diesen vier fundamentalen Bausteinen:

$$Leptonen : \begin{pmatrix} Neutrino \\ Elektron \end{pmatrix} \quad Quarks : \begin{pmatrix} up - Quark \\ down - Quark \end{pmatrix}$$

Da alle diese Teilchen einen Spin $s = \frac{1}{2}$ haben, wird Materie also aus Fermionen aufgebaut.

An Beschleunigerexperimenten hat man inzwischen zu jedem dieser vier Fermionen zwei weitere Kopien gefunden. Diese Kopien unterscheiden sich durch nichts voneinander, außer der Masse. Z.B. ist das Myon (μ) nichts anderes, als ein schweres Elektron: $m_\mu = 106\frac{\text{MeV}}{c^2} \approx 200m_e$. Die fundamentalen Fermionen werden entsprechend ihrer Masse in drei Generationen (oder Familien) eingeteilt. Man weiß heute durch Experimente am LEP Beschleuniger, dass es nicht mehr als die drei bekannten Generationen gibt. Warum es diese drei Generationen gibt, ist allerdings noch nicht geklärt. Es könnte etwas damit zu tun haben, dass es im Universum Materie, aber keine Antimaterie gibt.

Jedem geladenen Lepton (e, μ, τ) ist ein Neutrino zugeordnet ν_e, ν_μ, ν_τ, die unterschieliche Teilchen sind! Deshalb geben wir jetzt auch dem Elektron-Neutrino, das wir im Neutronzerfall kennengelernt haben, einen Index:
$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$.

Jeder Leptonfamilie ist eine Leptonzahl zugeordnet, die getrennt nach Familie erhalten ist (ladungsartige Quantenzahl). Antiteilchen haben einen negativen Wert. Die Fermionen der II. und III. Generation sind instabil und zerfallen in die leichten Fermionen der I. Generation.
Beispiel: das Myon hat eine Lebensdauer von $\tau = 2,2\mu s$

	μ^-	$\to$	e^-	$+\bar{\nu}_e$	ν_μ	μ^+	$\to$	e^+	ν_e	$\bar{\nu}_\mu$
Elektronzahl:	0	=	+1	−1	0	0	=	−1	+1	0
Myonzahl:	+1	=	0	0	+1	+1	=	0	0	+1

Ähnliches gilt für die Quarks, doch ist hier die entsprechende Quantenzahl nicht streng erhalten, weil Übergänge zwischen den Generationen möglich sind.

Liste der fundamentalen Fermionen:

		Ladungen elektrisch	schwach*	Farbe	Masse	$[m_\mathrm{p}]^*$
		Leptonen				
I	Neutrino ν_e	0	+1/2	–	< 2 eV$/c^2$	$< 2 \cdot 10^{-9}$
	Elektron e	$-e$	$-1/2$	–	511 keV$/c^2$	$0.5 \cdot 10^{-3}$
II	Neutrino ν_μ	0	+1/2	–	< 170 keV$/c^2$	$< 1.8 \cdot 10^{-4}$
	Myon μ	$-e$	$-1/2$	–	106 MeV$/c^2$	0.1
III	Neutrino ν_τ	0	+1/2	–	< 18 MeV$/c^2$	$< 2 \cdot 10^{-2}$
	Tau τ	$-e$	$-1/2$	–	1.8 GeV$/c^2$	1.9
		Quarks				
I	Up u	$+2/3\,e$	+1/2	rgb	≈ 3 MeV$/c^2$	$3 \cdot 10^{-3}$
	Down d	$-1/3\,e$	$-1/2$	rgb	≈ 6 MeV$/c^2$	$6 \cdot 10^{-3}$
II	Charm c	$+2/3\,e$	+1/2	rgb	≈ 1.2 GeV$/c^2$	1.3
	Strange s	$-1/3\,e$	$-1/2$	rgb	≈ 100 MeV$/c^2$	0.1
III	Top t	$+2/3\,e$	+1/2	rgb	175 GeV$/c^2$	187
	Bottom b	$-1/3\,e$	$-1/2$	rgb	≈ 4.5 GeV$/c^2$	4.8

* T_3 des schwachen Isospins * Protonmasse $m_\mathrm{p} = 938.3$ MeV$/c^2 \approx 1$ GeV$/c^2$

Jedes dieser Ferionen besitzt natürlich noch ein Antiteilchen, z.B. e^+, μ^+, τ^+ oder $\bar{\nu_e}, \bar{\nu_\mu}, \bar{\nu}_\tau$. Die Antiteilchen der Quarks haben auch Antifarbe $\bar{r}, \bar{g}, \bar{b}$!

9.2 Die fundamentalen Wechselwirkungen

Nachdem wir die fundamentalen Bausteine identifiziert haben, befassen wir uns nun mit ihren Wechselwirkungen (WW). Wir haben bisher vier verschiedene WW zwischen Materie kennengelernt, die wir hier der Reihe nach diskutieren wollen:

A) Gravitation

Sie spielt keine Rolle bei Prozessen der Atom-, Kern- oder Elementarteilchenphysik, weil sie viel zu schwach ist im Vergleich zu den anderen WW. Beispiel des Wasserstoffatoms:

$$F_G = \gamma \frac{m_e m_p}{a_0^2} \qquad \gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kgs} \qquad \text{Gravitationskraft}$$

a_0: Bohrscher Radius

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_e \cdot Q_p}{a_0^2} = \alpha \hbar c \frac{1}{a_0^2} \qquad \text{Coulombkraft}$$

Das Verhältnis ist

$$\frac{F_G}{F_C} = \frac{1}{\alpha} \frac{\gamma}{\hbar c} m_p m_e$$

Die Größe $m_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{\gamma}}$ hat offenbar die Dimension einer Masse. Man nennt sie die Planck-Masse:

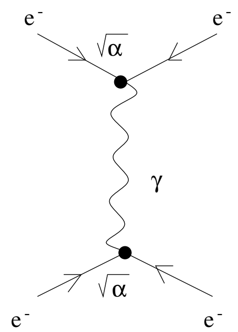
$$\boxed{m_{Pl} = 2,18 \cdot 10^{-8} kg = 1,22 \cdot 10^{19} \frac{\text{GeV}}{c^2}}$$

Eingesetzt folgt also für das Verhältnis von Gravitations zu Coulombkraft im Wasserstoffatom:

$$\frac{F_G}{F_C} = \frac{1}{\alpha}\frac{m_p m_e}{m_{Pl}^2} = 137\frac{0,934\text{GeV} \cdot 0,511 \cdot 10^{-3}\text{GeV}}{1,22^2 \cdot 10^{38}\text{GeV}} \underline{= 3,2 \cdot 10^{-40}}$$

So wie die Feinstrukturkonstante $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$ die Stärke der elektromagnetischen WW charakterisiert, gibt der Term $\frac{m_p m_e}{m_{Pl}^2}$ offenbar die Stärke der Gravitation an. Es ist evident, dass wir die Effekte der Gravitation nicht mehr vernachlässigen können, wenn wir Massen der Größenordnung m_{Pl} bzw. Energien der Größenordnung $m_{Pl}c^2$ betrachten.
Allerdings existiert noch keine überzeugende Quantentheorie der Gravitation. Deshalb ist die Gravitation auch nicht Teil des Modells, mit dem die WW der Teilchen quantenmechanisch beschrieben werden. Auf makroskopischer Ebene ist die Gravitation die dominierende WW, weil sie immer anziehend ist. Deshalb gibt es keine Abschirmung und alle Einzelbeiträge summieren sich auf.

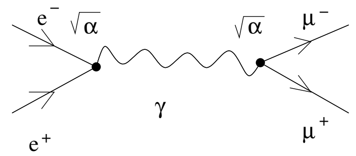
<u>B) Elektromagnetische WW</u>
In der Maxwellschen Theorie werden elektrische und magnetische Kräfte auf eine gemeinsame theoretische Grundlage gestellt, die elektromagnetische WW.
In der Quantentheorie werden WW von Teilchen durch den Austausch von Quanten, d.h. Teilchen, beschrieben. Im Falle der elektromagnetischen WW heißt die Theorie <u>Quantenelektrodynamik (QED)</u>.
Veranschaulicht werden WW in Feynman-Diagrammen dargestellt, z.B. die Streuung zweier Elektronen:



Im Fall der QED ist das Austauschquant das uns bekannte Photon (γ). Das Photon koppelt an die elektrische Ladung der Teilchen ($\propto \sqrt{\alpha}$). Die Kraftwirkung wird vermittelt durch Emission und Absorption von Photonen.

Diese Photonen sind virtuell, d.h. sie werden unter kurzfristiger Verletzung von Energie- und Impulserhaltung (Unschärferelation!) erzeugt und wieder vernichtet.

Feynman-Diagramme dienen nicht nur zur Veranschaulichung, sondern auch als Hilfsmittel zur Berechnung von z.B. Wirkungsquerschnitten. Ein anderes, einfaches Beispiel für einen Prozess der QED ist die Reaktion $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$:



Man berechnet den Wirkungsquerschnitt zu

$$\sigma_{(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}; \text{ mit } \sqrt{s} = E_{cms} \text{ Schwerpunktsenergie}$$

Die deBroglie Wellenlänge der Teilchen verkleinert sich mit Zunahme der Energie $\lambda = \frac{h}{p} \approx \frac{hc}{E}$ für $E \gg m_0c^2$. Der Wirkungsquerschnitt (Fläche!) einer solchen Reaktion ist daher proportionel zu $\frac{1}{E_{cms}^2} = \frac{1}{s}$.

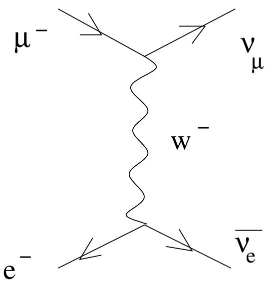
schwache WW

Diese WW ist verantwortlich für z.B. den Neutron-Zerfall $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$. Alle Fermionen tragen eine schwache Ladung.

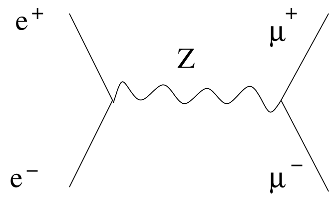
Die Austauschteilchen der schwachen WW sind die geladenen W^+, W^- und das ungeladene Z-Boson. Sie haben wie das Photon den Spin $s = 1$. Sie wurden 1983 am CERN entdeckt (C. Rubbia). Im Gegensatz zum Photon besitzen sie eine sehr große Masse

$$m_{W^\pm} = 80,5 \frac{\mathrm{GeV}}{c^2} \qquad m_Z = 91,2 \frac{\mathrm{GeV}}{c^2}$$

Beispiele für Feynman-Graphen der schwachen WW:

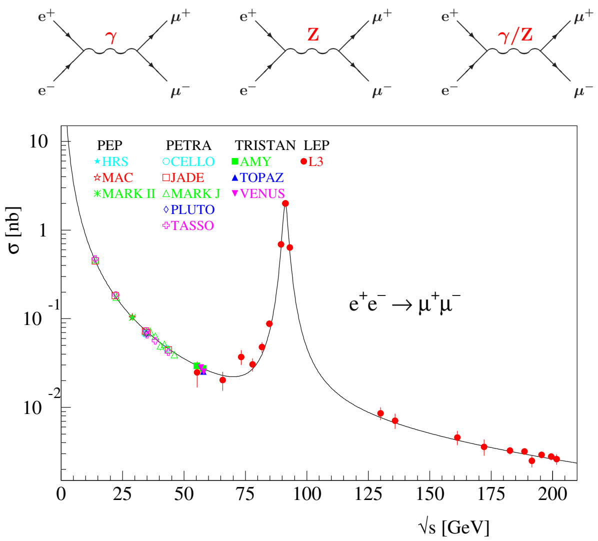


Zerfall eines Myons



Myonpaarproduktion

Auf Grund der sehr hohen Massen der Austauschteilchen ist diese WW sehr schwach, jedenfalls für Energien $E \ll m_W c^2$, und von kleiner Reichweite. Die Unschärferelation erlaubt es nur für kurze Zeit $\Delta t = \frac{\hbar}{m_W c^2}$, dass man sich die Ruheenergie für das W-Boson aus dem Vakuum borgt.



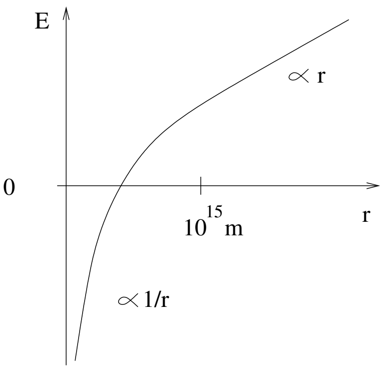
Bei großen Energien $E \gtrsim m_W c^2$ ist die schwache WW nicht mehr schwach. Als Beispiel betrachtet man wieder die Reaktion $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$. Der Wirkungsquerschnitt ist berechnet und mit vielen Experimenten der Elektron-Positron-Vernichtung verglichen. Bei kleinen Energien trägt nur der Photon-Austausch bei, während für $E \gtrsim m_Z c^2$ der Z-Austausch wesentlich zum Wirkungsquerschnitt beiträgt. Die Masse des Z spielt keine große Rolle mehr. Für $\sqrt{s} = m_Z c^2$ kommt es sogar zu einer resonanzartigen Erhöhung des Wirkungsquerschnittes. Im übrigen Bereich fällt er mit $\frac{1}{s}$ ab.

D) Starke WW

Die Quarks tragen zusätzlich zur elektrischen und schwachen Ladung auch noch eine sogenannte Farbladung. Der Name stammt aus der Analogie mit der Farbenlehre. Es gibt drei verschiedene Farbladungen rot, grün und blau (kurz: rgb), die zusammen addiert weiß, d.h. keine Farbladung ergeben. In einem Proton oder einem Neutron sind immer drei Quarks, die drei unterschiedliche Farben tragen, so dass das Nukleon insgesamt farblos ist. Zum Beispiel könnte ein Proton zu einem bestimmten Zeitpunkt aus einem roten und blauen u-Quark und einem grünen d-Quark bestehen: $p = (u_r u_b d_g)$. Antiquarks tragen Antifarben, z.B. besteht ein Pion π^- aus einem roten u^- und einem antiroten Antiquark $\pi^- = (u_r \bar{d}_{\bar{r}})$ oder auch $(u_g \bar{d}_{\bar{g}})$ oder $(u_b \bar{d}_{\bar{b}})$.

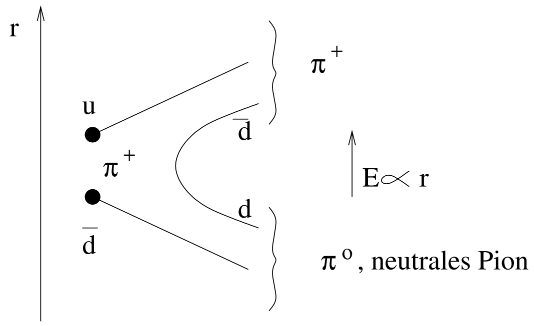
Man kann nur farbneutrale Objekte beobachten!
Alle Hadronen bestehen entweder aus drei verschiedenen Farben, drei verschiedenen Antifarben oder Farbe-Antifarbe. Freie Quarks, also freie Farbladungen, sind bisher nicht beobachtet worden.

Dieses Phänomen liegt an einer besonderen Eigenschaft der starken WW. Das Potential wächst z.B. zwischen zwei Quarks linear mit dem Abstand, d.h. die Kraft ist konstant.



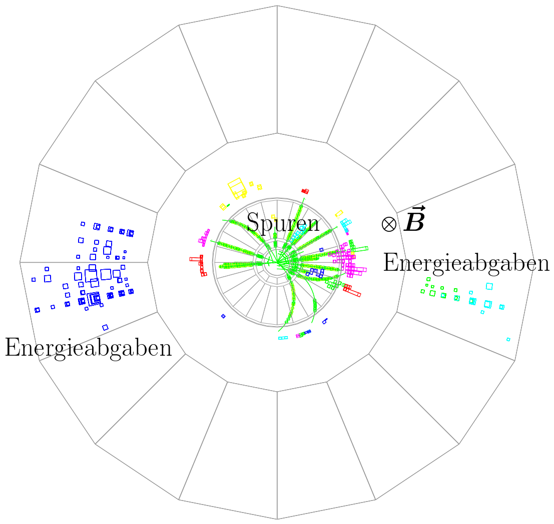
Wenn man versucht zwei Quarks auseinander zuziehen, dann steigt die benötigte Energie immer weiter an. Irgendwann hat man genügend Energie aufgebracht um ein Quark-Antiquark-Paar zu erzeugen. Diese verbinden sich sofort mit den anderen Quarks zu gebundenen Systemen (Hadronen). Man nennt dieses Phänomen <u>Confinement</u>.

Beispiel:



Wenn man an Hochenergiebeschleunigern Quarkpaare erzeugt, z.B. $e^+e^- \to q\bar{q}$, beobachtet man deshalb nicht die Quarks in dem Detektor sondern Bündel von Hadronen, sogenannte Jets.

Beispiel $e^+e^- \to q\bar{q}$ bei $\sqrt{s} = m_Z c^2$:

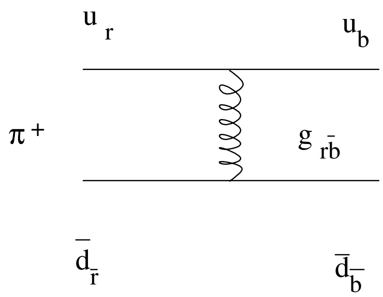


Die Richtung des Elektrons und des Positrons ist senkrecht zur Zeichenebene. Es entstehen ca. 20 geladene und mehrere ungeladene Hadronen. Die geladenen Hadronen hinterlassen Spuren in der zentralen Driftkammer, die durch ein Magnetfeld, das parallel zur e^+e^--Achse ist, gekrümmt werden. Hinter der Driftkammer wird die Energie der neutralen und geladenen Hadronen in Kaloriemetern gemessen, die z.B. aus Szintillatoren bestehen.

Die <u>Kernkraft</u> verstehen wir nun als eine Art van-der-Waals Kraft durch die starke WW. Die Nukleonen sind zwar farbneutral, tragen aber im Inneren räumlich getrennte Farbladungen. Außerhalb der Nukleonen gibt es deshalb noch ein Restfeld, ähnlich dem elektrischen Dipolfeldes des H_2O-Moleküls, das allerdings rasch mit dem Abstand abfällt. Die Kernkraft ist die Konsequenz dieses Restfeldes durch die Farbladungen im Inneren der Nukleonen.

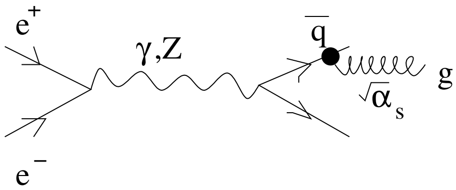
Die starke WW wird durch Austausch von Gluonen (glue = Leim) vermittelt. Gluonen (g) tragen eine Farbe und eine Antifarbe, z.B. kann ein Gluon rot und antiblau sein. Da es acht linear unabhängige Kombinationen der drei Farben und drei Antifarben gibt, gibt es acht verschiedene Gluonen.

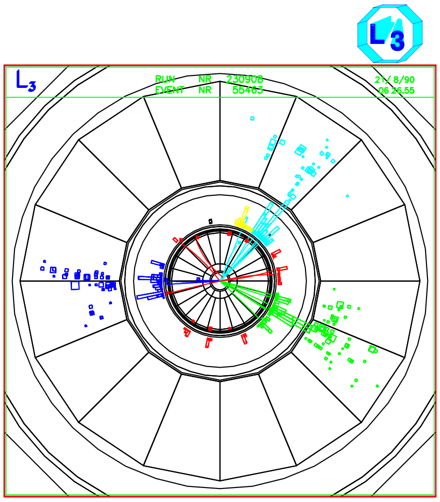
Beispiel für ein Feynman-Diagramm der starken WW:



Bindung des Pions

Weil das Gluon nicht farblos ist, kann es ebenfalls nicht frei existieren. Oft wird in der Produktion eines Quarkpaares auch ein Gluon abgestrahlt. Dann kommt es zu 3-Jet Ereignissen z.B. $e^+e^- \to q\bar{q}g$





Die Rate dieser Ereignisse kann man benutzen, um die Kopplungsstärke der starken WW zu messen: α_s. Sie hängt stark von der Energie ab. Man findet für $E = m_Z c^2$

$$\alpha_s(m_Z) = 0,12$$

also wesentlich größer als die QED Kopplungskonstante!

Gluonen sind masselos und haben den Spin $s = 1$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{\begin{array}{l}\text{Materie besteht aus Fermionen } s = \frac{1}{2} \\ \text{WW werden durch Bosonen } s = 1 \text{ vermittelt}\end{array}}$$

Zusammenfassung der Austauschbosonen:

Wechselwirkung	Teilchen	Spin $[\hbar]$	Ladungen elektrisch	schwach	Farbe	Masse
Gravitation	?					
Elektromagnetismus	Photon γ	1	0	0	–	0
Schwache Wechselwirkung	Z Boson	1	0	1	–	91.2 GeV/c^2
	$W^\pm$Bosonen	1	$\pm e$	1	–	80.4 GeV/c^2
Starke Wechselwirkung	Gluon g	1	0	0	8 Komb.	0

Es sei hier noch angemerkt, dass bis auf das Photon alle anderen Bosonen selbst eine Ladung tragen und daher an sich selbst koppeln.
Inzwischen ist es gelungen, die elektromagnetische und die schwache WW auf eine gemeinsame theoretische Grundlage zu stellen, das Glashow-Salam-Weinberg Modell (GSW). Es bestehen Relationen zwischen den Kopplungskonstanten (Analogie zur Maxwell'schen Theorie). Das Ziel bleibt, alle WW inklusive der Gravitation auf eine gemeinsame Grundlage zu stellen, d.h. sie von dieser einzigen fundamentalen WW abzuleiten, die nur noch eine Kopplungskonstante des freien Parameters enthält (Grand Unified Theory GUT).

9.3 Symmetrien

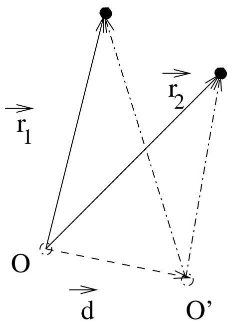
Nach unserem heutigen Verständnis der Physik basieren diese fundamentalen WW auf Symmetrien, genauer lokalen Eichsymmetrien. Diese Symmetrien bilden die mathematische Grundlage für ihre Beschreibung. Im Folgenden wollen wir versuchen, das Grundkonzept zu verstehen.

Erhaltungssätze in der Physik können auf Symmetrien zurückgeführt werden. Dies ist die Aussage des Noether-Theorems:

$$\boxed{\text{Einer kontinuierlichen Symmetrie eines physikalischen Systems entspricht ein Erhaltungssatz (E. Noether).}}$$

Symmetrie bedeutet, das es eine Größe gibt, die nicht messbar ist. Beispiel ist die Symmetrie einer Kugel. Die Observablen in einem Experiment mit einer Kugel hängen nicht von ihrer Orientierung ab. Das heißt, die Orientierung der Kugel ist nicht messbar!

In der theoretischen Mechanik wird gezeigt, dass die Erhaltungssätze für Energie, Impuls und Drehimpuls auf kontinuierliche Symmetrien der Raum-Zeit zurück zuführen sind. Als Beispiel wollen wir hier den Impulssatz ableiten:



Wir betrachten ein beliebiges Potential zwischen zwei Punkten $\vec{r_1}$ und $\vec{r_2}$: $V(\vec{r_1}, \vec{r_2})$. Dieses Potential ist unabhängig von der Wahl des Koordinatensystems, d.h. es ändert sich nicht, wenn der Ursprung von O nach O' gelegt wird:

$$V(\vec{r_1}, \vec{r_2}) = V(\vec{r_1} - \vec{d}, \vec{r_2} - \vec{d})$$

für beliebiges $\vec{d}$.

Das ist die Translationssymmetrie, die zur Konsequenz hat, dass man keine absolute Position im Raum festlegen (messen) kann. Die Tatsache, dass $V(\vec{r_1}, \vec{r_2}) = V(\vec{r_1} - \vec{d}, \vec{r_2} - \vec{d})$ für alle $\vec{d}$ ist, bedeutet, dass V nur von der relativen Koordinate $\vec{r_1} - \vec{r_2}$ abhängen kann:

$$V = V(\vec{r_1} - \vec{r_2}) \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial \vec{r_1}} = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r_2}}$$

Mit dem Newtonschen Gesetz $\vec{F} = -gradV = \frac{d\vec{p}}{dt}$ folgt

$$\frac{d\vec{p_1}}{dt} = -\frac{d\vec{p_2}}{dt} \rightarrow \boxed{\frac{d}{dt}(\vec{p_1} + \vec{p_2}) = 0} \qquad \text{Impulserhaltung}$$

Auf ähnliche Art und Weise kann man die anderen Enrhaltungssätze der Mechanik ableiten:

Symmetrie	nicht messbare Größe	Erhaltungsgröße
Translation im Raum	absolute Position	Impuls
Rotation im Raum	absolute Richtung	Drehimpuls
Translation in der Zeit	absolute Zeit	Energie

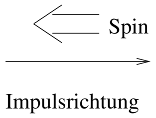
In der Quantenmechanik können wir nur das Absolutquadrat der Wellenfunktion $|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*$ beobachten. Man kann zeigen, dass man deshalb die Wellenfunktion eines Teilchens der Ladung q mit einem Phasenfaktor multiplizieren darf $\Psi' = \Psi \cdot e^{-i\alpha q}$. Die Phase α ist nicht messbar und dieser Symmetrie entspricht die Erhaltung der elektrischen Ladung!

Bisher haben wir nur globale Symmetrien betrachtet. Beispielsweise war die Phase α eine Konstante, die wir überall und zur gleichen Zeit um den gleichen Betrag geändert haben. Eine viel schärfere Forderung ist die lokale Symmetrie oder lokale Eichinvarianz, d.h., dass die Phase von Ort und Zeit abhängen darf $\alpha = \alpha(\vec{r}, t)$, ohne die Form der physikalischen Gleichungen zu ändern. Eine solche lokale Symmetrie erfordert die Existenz eines Feldes, in unserem Beispiel des geladenen Teilchens, die Existenz des elektromagnetischen Feldes. Die Quanten dieses Feldes, in unserem Fall also das Photon, sind die Austauschteilchen der WW. Bildlich gesprochen transportiert dieses Feld bzw. Teilchen die Information über die Phasen $\alpha(\vec{r}, t)$ an verschiedenen Raum-Zeit Punkten.

Zusammenfassend basiert also die Quantentheorie der elektromagnetischen WW auf der Invarianz der physikalischen Gleichungen gegenüber lokalen Rotationen im Phasenraum

$$\Psi' = \Psi e^{-i\alpha(\vec{r},t)q}$$

Ganz ähnlich verhält es sich mit den anderen WW. Die schwache WW basiert auf der Tatsache, dass man die Fermionen in Dubletts anordnen kann. Genauer: die Komponenten der Fermionfelder, bei denen der Spin entgegengesetzt zur Impulsrichtung ist, die linkshändig genannt werden, z.B.:



$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$$

Die Symmetrieoperationen sind Rotationen in diesen Dubletts

$$\Psi'_L = \Psi_L e^{-i\alpha_i(\vec{r},t)\tau_i} \qquad i = 1,2,3 \qquad \tau_i\text{: Pauli-Matrizen}$$

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ drei Bosonen: Z, W^+, W^-

Schließlich die starke WW: Hier können wir die Quarks entsprechend ihrer Farbladung in Tripletts anordnen und die Invarianz ist die Rotation in dem dreidimensionalen Raum

$$\begin{pmatrix} u_r \\ u_g \\ u_b \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} d_r \\ d_g \\ d_b \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c_r \\ c_g \\ c_b \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} s_r \\ s_g \\ s_b \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t_r \\ t_g \\ t_b \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} b_r \\ b_g \\ b_b \end{pmatrix}$$

$$\Psi' = \Psi e^{-i\alpha(\vec{r},t)\frac{\lambda_i}{2}} \qquad i = 1, \ldots, 8 \qquad \lambda_i \text{ sind } 3\times3\text{-Matrizen}$$

$\Rightarrow$ 8 Bosonen, die Gluonen

Diese drei Operationen bilden Gruppen, die durch Matrizen repräsentiert werden:

Operation	Gruppe	Matrizen
$e^{i\alpha(\vec{r},t)q}$	U(1)	unitär, eindimensional
$e^{i\alpha_i(\vec{r},t)\tau_i}$	SU(2)	unitär, 2-dimensional, Spur Null
$e^{i\alpha_i(\vec{r},t)\lambda_i}$	SU(3)	unitär, 3-dimensional, Spur Null

Natürlich kann man sich viele andere Symmetrieoperationen überlegen. Offenbar sind aber genau die drei oben skizzierten Symmetrien und die entsprechenden Wechselwirkungen in der Natur realisiert, jedenfalls soweit wir es heute experimentell verifizieren können. Man nennt das hier beschriebenen Standardmodell der Elementarteilchenphysik auch kurz

$$U(1) \times SU(2) \times SU(3)$$

Ziel ist es, eine Symmetrie zu finden, die bei sehr hohen Energien die WW der Teilchen beschreibt und aus der die drei Symmetrien hervorgehen, die wir heute beobachten.

Das Higgs-Boson

Ein Problem haben wir bis jetzt umgangen, nämlich die Massen der W- und Z-Bosonen. Diese Massen sind nicht kompatibel mit dem Konzept der lokalen Eichinvarianz. Wir haben gefordert, dass wir die Phasen $\alpha(\vec{r}, t)$ überall frei wählen dürfen, auch an weit entfernten Orten. Das Feld, das diese Phasen verknüpft, muss also eine unendliche Reichweite haben, d.h. die WW muss eine unbegrenzte Reichweite haben wie z.B. die elektromagnetische. Auf Grund der Unschärferelation $\Delta E \cdot \Delta t = \hbar$ kann man sich eine endliche Masse (Ruheenergie) nicht beliebig lange aus dem Vakuum borgen. Anders ausgedrückt: eine unendliche Reichweite der WW erfordert masselose Quanten!

In unserem Standardmodell ist die mathematische Lösung die Einführung eines neuen Feldes, das Higgs-Feld. Damit gelingt die Wiederherstellung der Symmetrie bei hohen Energien, während sie bei niedriger Energie spontan gebrochen ist.

Dem Higgs-Feld entspricht ein Teilchen des Standardmodells, das bisher noch nicht beobachtet werden konnte. Nach ihm wird intensiv gesucht und wir vermuten, dass seine Masse im Bereich $100\frac{\text{GeV}}{c^2} < m_H < 200\frac{\text{GeV}}{c^2}$ liegt.