5 Röntgenstrahlung

Die chemischen Eigenschaften der Elemente sowie das Spektrun im sichtbaren, ultravioletten (UV) und infraroten (IR) Licht, d.h. bei Energien bis zu einigen eV, werden durch die Konfiguration der äußeren Elektronen bestimmt. Zum Verständnis des Röntgenlichtes ($h\nu$ einige keV oder höher) muss man die Elektronen in den inneren Schalen der schweren Elemente betrachten.

In einer Röntgenröhre wird Röntgenlicht durch Beschuss von z.B. einer Wolframanode ($Z = 74$) mit beschleunigten Elektronen erzeugt. Die Elektronen werden abgebremst und geben ihre kinetische Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung ab (Bremsstrahlung). Man beobachtet für Wolfram (W) folgendes Spektrum für verschiedene Beschleunigungsspannungen:

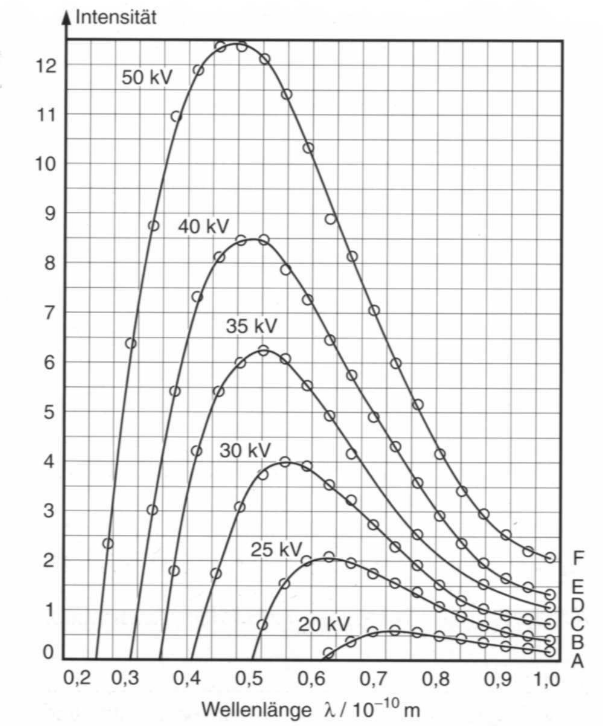
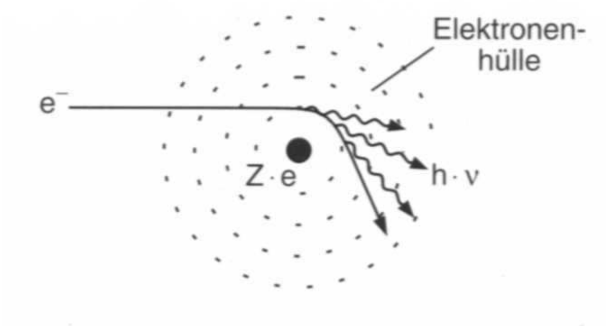


Abb. 7.27. Spektrale Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung einer Wolframanode für verschiedene Spannungen U

Solche kontinuierlichen Spektren erklären sich durch Ablenkung der Elekronen im Coulombfeld des Kerns. Die Ablenkung stellt eine Beschleunigung dar, und eine beschleunigte elektrische Ladung strahlt elektromagnetische Strahlung aus, also ein oder mehrere Photonen:

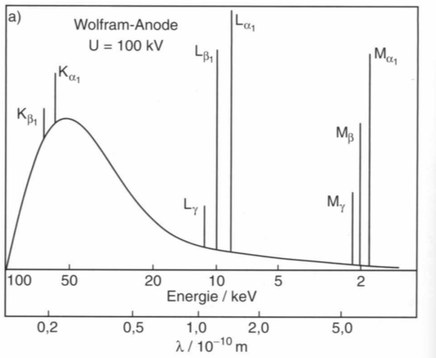


Aus der Energieerhaltung folgt die maximale Frequenz des Röntgenlichtes, d.h. wenn die Abbremsung durch Aussendung eines einzigen Photons erfolgt:

Grenzfrequenz: $\nu_G = \frac{eU}{h}$

bzw. Grenzwellenlänge: $\lambda_G = \frac{hc}{eU}$

Ab einer bestimmten Energie der Elektronen treten Linien auf, die dem kontinuierlichen Bremsspektrum überlagert sind.



Um diese charakteristische Strahlung zu erhalten, muss die Energie groß genug sein, um Elektronen aus den inneren Schalen auf freie Plätze in höheren Schalen zu befördern oder das Atom zu ionisieren. Beim Auffüllen des so frei gewordenen Platzes fallen Elektronen aus höheren Schalen herunter und senden Photonen aus, die das Linienspektrum erzeugen.

z.B.: K_α-Linie von L-Schale auf K-Schale $(n = 2 \rightarrow n = 1)$
K_β-Linie von M-Schale auf K-Schale $(n = 3 \rightarrow n = 1)$
L_α-Linie von M-Schale auf L-Schale $(n = 3 \rightarrow n = 2)$

Zur Berechnung der Energien bzw. Wellenlängen erinnern wir uns an die Energieniveaus von Atomen mit $Z > 1$, die bis auf ein Elektron ionisiert sind.

$$E_n = -\frac{1}{2}\alpha^2 m_e c^2 \frac{Z^2}{n^2} = -13,6\text{eV}\frac{Z^2}{n^2}$$

Wenn aber mehr als ein Elektron vorliegt, oder wie im vorliegenden Fall das Atom neutral ist, wird ein Elektron durch die anderen von der Kernladung abgeschirmt, besonders durch solche auf inneren Bahnen. Pauschal kann man das durch einen Abschirmungsparameter σ berücksichtigen, der von n aber auch Z abhängt $E_n = -13,6\text{eV}\frac{(Z-\sigma)^2}{n^2}$.

H. Moseley fand 1913/14 empirisch einen Zusammenhang für die charakteristischen Linien der Röntgenstrahlung:

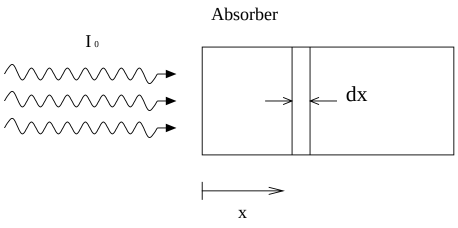
$$\boxed{E = h\nu = 13,6\text{eV}(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)}$$

$m > n$ K-Linien $\sigma \approx 1$,
L-Linien $\sigma \approx 7,4$ usw.

Mit Hilfe des Moseleyschen Gesetzes hat man die Kernladungszahlen vieler Elemente bestimmt.

5.1 Absorption von Röntgenstrahlung

Allgemein beschreiben wir Absorption durch die Abnahme der Intensität $I(x)$.



In der dünnen Schicht dx des Absorbers nimmt die Intensität um den Betrag $I(x+dx) - I(x) = dI(x)$ ab. Diese Abnahme ist proportional zur Intensität $I(x)$ und der Schichtdicke dx.

$$dI(x) = -\mu I(x) dx$$

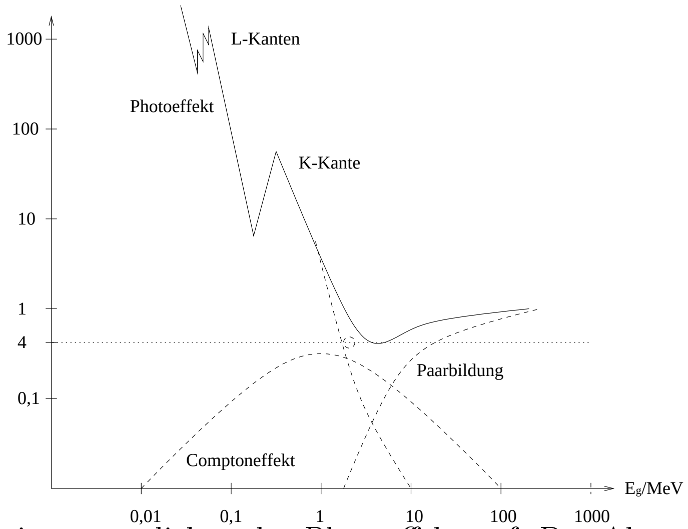
Durch Integration folgt daraus:

$$\boxed{I(x) = I_0 e^{-\mu x}}$$

exponentieller Abfall

Der Absorptionskoeffizient μ hängt von der Energie (Wellenlänge) der Strahlung und dem Material ab. Die Wechselwirkung der Photonen der Röntgenstrahlung mit der Materie geschieht durch 3 Prozesse:

- Photoeffekt in inneren Schalen
- Comptoneffekt
- Paarbildung



Bei niedrigen Energien ($\lesssim$ 100keV) tritt im wesentlichen der Photoeffekt auf. Der Absorptionskoeffizient nimmt sehr schnell mit der Photonenergie ab. Sobald die Energie ausreicht, um Elektronen aus einer weiter innen liegenden Schale zu schlagen, gibt es eine Erhöhung von μ. Dies führt zu der Kantenstruktur (K-Kante, L-Kanten, usw.).
Ab etwa $0,5$MeV überwiegt die Compton-Streuung. Die Photonen geben Energie an Elektronen mit vergleichsweise kleiner Bindungsenergie ab: $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$.
Ab etwa 5MeV überwiegt die Paarbildung. Im Feld eines Kernes wandelt sich das Photon in ein Elektron-Positron-Paar um:
$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ Die Mindestenergie für Paarbildung ist $E_\gamma \geq 2m_ec^2 = 1,022$MeV

Der gesamte Absorptionskoeffizient setzt sich zusammen aus diesen 3 Anteilen

$$\mu = \mu_{Photo} + \mu_{Compton} + \mu_{Paar}$$

Die Matrialabhängigkeit ist im wesentlichen gegeben durch die Kernladungszahl Z, d.h. durch die Zahl der Elektronen:

$$\boxed{\mu \propto Z^4}$$

Diese Tatsache wird in der Medizin für Röntgenaufnahmen genutzt. Organisches Gewebe enthält hauptsächlich ${}_1H$,${}_6C$,${}_7N$,${}_8O$. Knochen enthalten viel Calcium (${}_{20}Ca$). Daher werden die Röntgenstrahlen in den Knochen viel stärker absorbiert.

Massenschwächungskoeffizient $\mu' = \frac{\mu}{\varrho}$ (ϱ = Dichte) als Funktion der Photonenergie für einige Materialien:

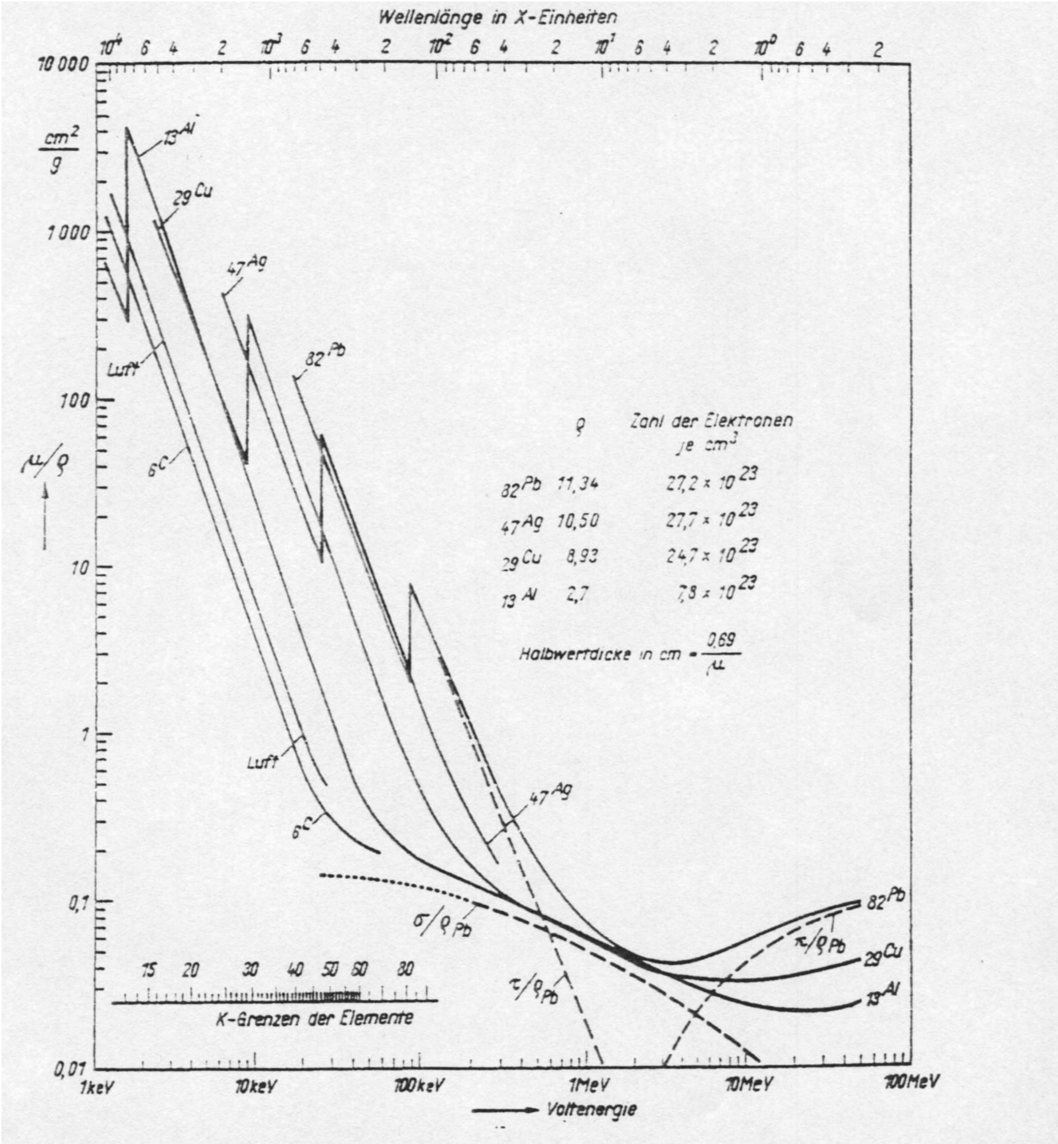


Bild 4.3 Massenschwächungskoeffizienten μ/ϱ für Röntgen- und γ-Strahlen. Außerdem für Pb Photoeffekt τ/ϱ, COMPTON-Effekt σ/ϱ, Paarbildung $\varkappa/\varrho$

Für chemische Verbindungen berechnet sich der Massenabsorptionskoeffizient aus denen der einzelnen Atome, gewichtet mit ihrem Massenanteil.

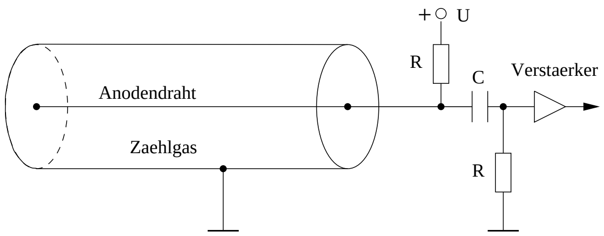
5.2 Energiemessung von Röntgenstrahlung

Wie kann man die Energie von Röntgen-Quanten oder von Photonen mit noch höherer Energie messen?

1. Messung der Wellenlänge durch Bragg-Reflexion (Kap. 1.3)
   Diese Methode funktioniert natürlich nur solange die Wellenlänge der Photonen nicht sehr viel kleiner ist als die Gitterkonstante, d.h. Atomabstände.

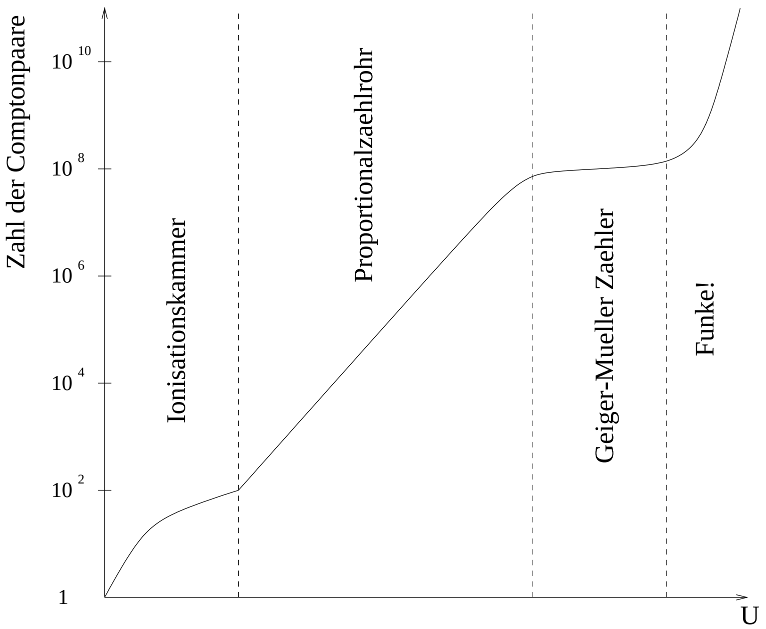
2. Messung der Energie durch Proportionalzählrohr, Szintillationszähler, Halbleiterzähler

Proportionalzählrohr: ($U \approx 1 - 10kV$)



Das elektrische Feld im Inneren des Rohres ist $E = \frac{U}{ln\frac{r_a}{r_i}}\frac{1}{r}$. r ist der Abstand vom Anodendraht, der im Zentrum des Rohres ist. r_a ist der Radius des Rohres, r_i ist der Radius des Drahtes, typisch $10\mu m - 50\mu m$.
Durchfliegt ein geladenes Teilchen das Zählgas, so ionisiert es die Atome und wird dabei abgebremst. Es verliert die Energie pro Wegstrecke $\frac{dE}{dx} < 0$. Durch das angelegte elektrische Feld driften die Elektronen und die Gasionen zum Draht bzw. zum Rohr. In der Nähe des Anodendrahts wird die Feldstärke sehr groß. Die Elektronen werden beschleunigt bis sie ihrerseits wieder Elektronen aus Atomen schlagen, die wiederum beschleunigt werden usw. Die so entstehende Lawine kann man elektrisch auf dem Draht nachweisen (Ladungsmessung).

Schematische Abhängigkeit der Zahl der erzeugten Ionenpaare von der angelegten Spannung.

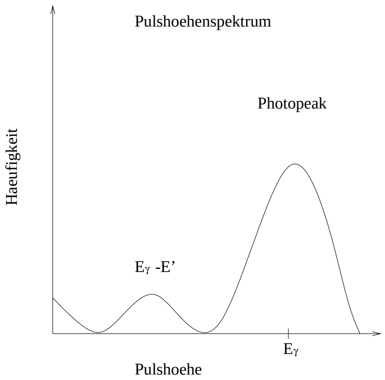


Die Spannung U hängt von der Gasart, dem Druck und dem Drahtdurchmesser ab.
Typische Werte: $U \approx 1 - 10kV$

Im Proportionalbereich ist die gemessene Ladung in etwa proportional zum Energieverlust $\frac{dE}{dx}$ des geladenen Teilchens, daher kann dessen Energie gemessen werden. Zur korrekten Energiemessung muss das geladene Teilchen im Proportionalrohr gestoppt werden. Bei höheren angelegten Spannungen wird das elektrische Feld durch die Präsenz der positiven Gasionen so reduziert, dass eine Sättigung eintritt (Geiger-Müller-Bereich). Bei weiterer Erhöhung der Spannung wird das Gas leitend und es bildet sich ein Funke aus.

Durch Wechselwirkungen mit der Materie geben <u>Photonen</u> Energie an geladene Teilchen (Elektronen) ab, so dass man auch Photonenenergien messen kann:

- <u>Photoeffekt:</u>



Die Energie des Photons wird vollständig an ein Elektron abgegeben, dessen kinetische Energie dann von dem Proportionalrohr gemessen wird. Beim Auffüllen der Lücke in der Elektronenhülle entstehen Photonen (Fluoressenzquanten). Wenn diese ebenfalls im Gas wechselwirken, wird die volle Energie des einfallenden Photons gemessen (Photopeak). Wenn Fluoressenzquanten entweichen, entstehen weitere Maxima im Spektrum.

- <u>Comptoneffekt:</u>

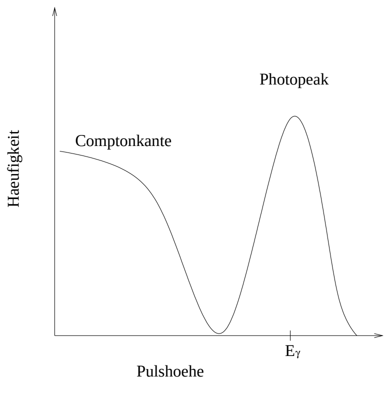
Das Photon gibt Energie an ein Elektron ab. Die Wellenlänge des Photons ändert sich dabei um
$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1-\cos\Theta) \qquad \lambda_c = \frac{h}{m_e c}$ Comptonwellenlänge
Die kinetische Energie der gestoßenen Elektronen hängt vom Streuwinkel Θ des Photons ab, d.h. die Elektronen werden ein kontinuierliches Spektrum besitzen. Man findet für die <u>kinetische Energie</u> des Elektrons:

$$\boxed{E_k = E_\gamma \frac{\eta(1-\cos\Theta)}{1+\eta(1-\cos\Theta)}} \qquad \eta = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$$

(Beweis siehe Übung)
Das Elektron kann <u>nicht</u> die gesamte Energie des Photons E_γ übernehmen. Die maximale kinetische Energie (max. Änderung der Wellenlänge des Photons) wird für $\Theta = 180°$ erreicht:

$$E_k^{max} = E_j \frac{2\eta}{1+2\eta} < E_\gamma$$

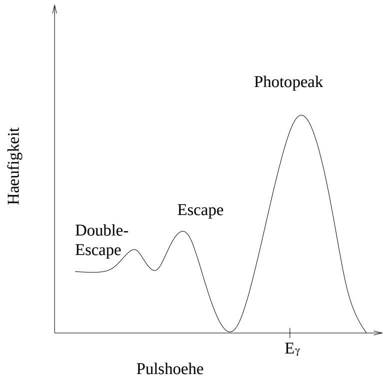
Wenn das gestreute Photon nicht mehr wechselwirkt, wird also maximal E_k^{max} nachgewiesen (Comptonkante).



- <u>Paarbildung</u> ($\gamma \to e^+ + e^-$):

Die Energie des Photons wird in Ruheenergie ($2m_ec^2$) und kinetische Energie von Elektron und Positron umgewandelt. Nach dem das Positron abgebremst wurde, zerstrahlt es mit einem Elektron der umgebundenen Materie

$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$

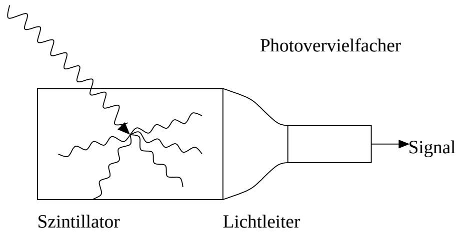


Wenn diese Photonen nicht mehr mit dem Detektormaterial wechselwirken reduziert sich die gemessene Energie um m_ec^2 bzw. $2m_ec^2$ (Escape-Peak, Double-Escape-Peak).

Normalerweise finden alle drei Prozesse im Detektormaterial statt und das beobachtet Pulshöhenspektrum enthält alle hier beschriebenen Charakteristika. Die Ausprägung von Photopeak, Compton-Kante und Escape-Peak hängt natürlich von der Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors für Photonen ab, d.h. wegen $I(x) = I_0e^{-\mu x}$ vom verwendeten Material und der Geometrie.

Für Proportionalrohre benutzt man Gase mit hohem Z, z.B. Argon.

Bei hohen Energien verwendet man meistens Szintillatoren. Das sind Festkörperkristalle wie NaJ oder BGO ($Bi_4Ge_3O_{12}$). Es gibt auch organische Verbindungen (Plastik).



Das einfallende Photon regt die Elektronen im Kristall an, d.h. sie werden auf Zustände höherer Energie gehoben. Durch Aussendung von Licht, d.h. Photonen im Bereich von eV, fallen die Elektronen wieder in den Grundzustand zurück. Diese Photonen werden in einem Photovielfacher nachgewiesen. Der Trick beim Szintillator ist, dass das Material für das eigene Licht durchlässig sein muss!

Die zugrundeliegenden Wechselwirkungen des einfallenden, hochenergetischen Photons mit dem Szintillator sind die gleichen wie im Proportionalrohr. Daher gelten hier auch die oben beschriebenen Strukturen in dem Pulshöhenspektrum. Der Vorteil des Szintillators gegenüber der Proportionalkammer ist die hohe Dichte des Detektormaterials und damit die große Nachweiswahrscheinlichkeit für Photonen.