Wegen

$$F_L = l\,I_i\,B \qquad \text{und} \qquad U_i = B\,l\,v \Leftrightarrow v = \frac{U_i}{B\,l} \tag{5.31}$$

gilt

$$P_{\text{mech}} = F_L\,v = l\,I_i\,B\,\frac{U_i}{B\,l} = I_i\,U_i \tag{5.32}$$

Wie wir in (3.18) auf Seite 95 gesehen haben, ist $P_{\text{el}} = I\,U$ gleich der elektrischen Leistung in einem Verbraucher, an dem eine Spannung U anliegt und durch den ein Strom I fließt. Damit gilt:

$$P_{\text{mech}} = I_i\,U_i = P_{\text{el}} \tag{5.33}$$

Offensichtlich wird die mechanische Leistung vollständig in elektrische Leistung umgewandelt.

5.2 Allgemeine Formulierung des Induktionsgesetzes

In Abschnitt 5.1.1 konnten wir über die LORENTZ-Kraft erklären, dass eine Spannung U_i induziert werden muss, wenn wir eine Leiterschleife durch ein Magnetfeld bewegen. In diesem Fall konnten wir auch den Zusammenhang $U_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_M}{\mathrm{d}t}$ mit dem magnetischen Fluss aus der LORENTZ-Kraft herleiten. Wie wir in Abschnitt 5.1 (Seite 183) schon erwähnt hatten, kann man den magnetischen Fluss Φ_M aber auch auf andere Weise zeitlich ändern. Lässt man die Leiterschleife ruhen und verändert stattdessen das Magnetfeld $\vec{B}$, so wird auch hier der magnetische Fluss Φ_M zeitlich verändert. Sogar hier wird eine Spannung induziert, obwohl wir das Phänomen nicht mit schon Bekanntem (wie der LORENTZ-Kraft) erklären können.

Leiter wird bewegt:

$$U_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_M}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(B\,A) = -B\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} \rightarrow \text{ bewegter Leiter } \rightarrow \text{ LORENTZ}$$

Magnetfeld wird verändert:

$$U_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_M}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(B\,A) = -A\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \rightarrow \text{ nicht auf Bekanntes zurückzuführen}$$

Betrachten wir jetzt den zweiten Fall, dass die Leiterschleife ruht, und der magnetische Fluss Φ_M durch eine zeitliche Änderung des Magnetfeldes $\vec{B}(x, y, z, t)$ verändert wird. Das Magnetfeld müssen wir mit Hilfe eines Elektromagneten erzeugen, denn so können wir die Stärke des B-Feldes über den Strom I durch den Elektromagneten zeitlich verändern.

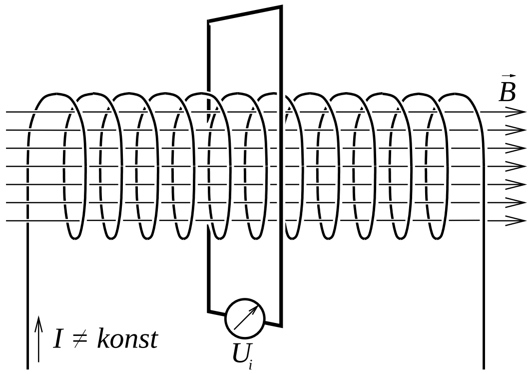

Abbildung 5.4: Der magnetische Fluss Φ_M durch die Leiterschleife wird zeitlich verändert, indem man das Magnetfeld $\vec{B}$ mit Hilfe eines Elektromagneten verändert. Es kann eine Spannung U_I an den Enden der Leiterschleife abgegriffen werden.

In diesem Fall erfährt nur $\vec{B}$ eine Änderung, und $\vec{A}$ bleibt zeitlich konstant. Die zeitliche Änderung des Magnetfeldes ist

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\vec{B}(x, y, z, t). \tag{5.34}$$

Damit lässt sich die Induktionsspannung U_i berechnen durch:

$$U_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_M}{\mathrm{d}t} = -\iint\limits_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\mathrm{d}\vec{A} \tag{5.35}$$

A ist hier die Fläche, die von der Leiterschleife umrandet wird. Man kann allgemein aus einer Spannung, die über einem Leiter anliegt, auf die Existenz eines elektrischen Feldes $\vec{E}$ schließen. Es gilt

$$\int\limits_{\text{Leiter}} \vec{E}\mathrm{d}\vec{r} = U \tag{5.36}$$

In unserem Fall haben wir eine geschlossene Leiterschleife, die die Fläche A umrandet. Der Integrationsweg ist also der Rand ∂A der Fläche A, und die Spannung ist die Induktionsspannung U_i. Damit geht 5.36 in unserem Fall über in

die integrale Form des
FARADAYschen Induktionsgesetzes:

$$\oint\limits_{\partial A} \vec{E}\mathrm{d}\vec{r} = -\iint\limits_{A} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\mathrm{d}\vec{A}. \tag{5.37}$$

Dies ist eine der vier MAXWELL-Gleichungen (vgl. Kapitel 7).

Wichtig!

Bisher waren wir davon ausgegangen, dass elektrische Felder konservative Kraftfelder sind, d.h. dass Wegintegrale des E-Feldes entlang geschlossener Wege stets verschwinden. Dann dürfte aber nach (5.37) nie eine Spannung induziert werden. Elektrische Felder sind nur konservative Kraftfelder, solange sie von elektrischen Ladungen erzeugt werden. Elektrische Felder die durch magnetische Induktion induziert werden, sind keine konservativen Kraftfelder.

5.3 Differenzielle Schreibweise

Zu jeder der vier MAXWELL-Gleichungen (siehe Kapitel 7) gibt es eine „integrale" oder „makroskopische" Form sowie eine „differenzielle" oder „mikroskopische" Form (z.B. 4.3 auf Seite 149). Im letzten Abschnitt hatten wir bereits die integrale Form des FARADAYschen Induktionsgesetzes hergeleitet. Um die differenzielle Schreibweise aufschreiben zu können, müssen wir zunächst einige mathematische Voraussetzungen schaffen.