

# Kapitel 4

## Magnetostatik

### 4.1 Einleitung

#### 4.1.1 Geschichte des Magnetismus

Das Phänomen des Magnetismus ist bei weitem länger bekannt als die Elektrizität. Bereits die Griechen kannten den natürlich vorkommenden Magnetstein oder Magnetit, der auf Eisen eine anziehende Wirkung hat.

Erste qualitative Untersuchungen über den Magnetismus gehen auf PIERRE DE MARICOURT (13. Jh.) zurück. Er hatte entdeckt, dass eine Nadel, die man in die Nähe eines kugelförmigen Magneten legt, sich entlang von Linien ausrichtet, die an sich gegenüberliegenden Punkten des Magneten zusammenlaufen. Diese Endpunkte nannte er Pole. Schon bald entdeckte man, dass jeder Magnet zwei Pole, einen Nord- und einen Südpol, hat, an denen die magnetische Kraft am größten ist, und dass sich gleichnamige Pole abstoßen und ungleichnamige anziehen. Im Mittelalter wurden bereits Magnetnadeln als Kompass in der Navigation eingesetzt.

Die erste umfassende schriftliche Abhandlung über den Magnetismus verfasste WILLIAM GILBERT im Jahre 1600 in seinem Werk „De Magnete“.

Im Jahre 1750 wurden erste quantitative Untersuchungen von JOHN MITCHELL mit einer Torsionswaage durchgeführt. Er fand heraus, dass die Kraft zwischen zwei Magneten umgekehrt proportional zu ihrem Abstand ist, ähnlich, wie wir es bei der elektrischen Kraftwirkung festgestellt haben (vgl. Kapitel 2, Das COULOMBSche Gesetz, S.15 ff.). Bis in das 19. Jh. hinein waren Elektrizität und Magnetismus zwei als voneinander unabhängig geltende Wissenschaften, bis HANS CHRISTIAN OERSTED 1820 in einer Vorlesung auf den Vorschlag eines Studenten hin Versuche mit elektrischem Strom und Magneten durchführte: Die Beobachtung war, dass ein Strom durchflossener Draht in der Nähe einer Kompassnadel bewirkt, dass die Nadel aus ihrer ursprünglichen Richtung ablenkt wird. Kurze Zeit darauf entdeckte ANDRÉ-MARIE AMPÈRE, dass elektrische Ströme nicht nur Kräfte auf Magnetnadeln ausüben, sondern dass elektrische Ströme auch Kräfte auf an-

dere Strom durchflossene Leiter ausüben.

Es zeigt sich, dass auch die magnetische Kraftwirkung, ähnlich wie die elektrische, durch ein Feld, das **Magnetfeld**, vermittelt wird. Schon bald wurde die Wissenschaft des Magnetismus auf den heute noch gültigen Stand gebracht: Schon im Jahre 1832 entdeckte MICHAEL FARADAY, dass nicht nur elektrische Ströme Magnetfelder erzeugen, sondern dass auch umgekehrt elektrische Felder über Magnetfelder „induziert“ werden können (Siehe Kapitel „Magnetische Induktion“). Ungefähr zeitgleich entdeckten er und JOSEPH HENRY unabhängig voneinander, dass auch sich zeitlich ändernde Magnetfelder elektrische Felder erzeugen (Siehe „Verschiebungsstrom“).

Dem Schotten JAMES CLERK MAXWELL gelang es 1860, die von AMPÈRE, FARADAY, HENRY etc. experimentell gefundenen Gesetzmäßigkeiten in eine knappe mathematische Formulierung von vier Gleichungen zu bringen. Diese **MAXWELL-Gleichungen** sind die Grundlage der gesamten **klassischen Elektrodynamik**. Das erstaunliche an den MAXWELL-Gleichungen ist, dass sie ohne zusätzliche Modifikationen die erste Revolution der modernen Physik, das Aufstellen der EINSTEINSchen **Relativitätstheorie** (1905-1916), überstehen konnten. Die MAXWELLSchen Gleichungen sind somit bereits relativistisch, ohne dass MAXWELL von der Relativitätstheorie wusste.

Die relativistische Elektrodynamik berechtigt uns später, die elektrische und die magnetische Wechselwirkung als ein und dasselbe aufzufassen. Wir sprechen dann von dem **elektromagnetischen Feld**.

Durch die Quantenphysik (Anfang 20. Jh) verloren die MAXWELL-Gleichungen ihre globale Gültigkeit. Die Wissenschaft, die sich damit beschäftigt ist die **Quantenelektrodynamik**.

Es gibt jedoch einen entscheidenden Unterschied zwischen elektrischen und magnetischen Kräften: Ein Magnet hat immer zwei unterschiedliche Pole, elektrische Ladungen hingegen können aber auch nur einen Pol enthalten. Mit anderen Worten: Es gibt keine **magnetischen Monopole**. Es ist bisher in einer Vielzahl von Experimenten niemandem gelungen, magnetische Monopole nachzuweisen. Trotz allem wird noch heute nach ihnen gesucht und über ihre mögliche Existenz diskutiert.

Trotz der Kenntnis der knappen, vollständigen Beschreibung der klassischen Elektrodynamik durch die MAXWELL-Gleichungen, wollen wir in dieser Vorlesung den traditionellen, historischen Weg gehen und die Gesetze des Magnetismus experimentell erschließen. Der Teilbereich des Magnetismus, mit dem wir uns zuerst beschäftigen werden, ist die **Magnetostatik**. Die Magnetostatik beschäftigt sich mit stationären (d.h. mit zeitlich konstanten) Strömen und Feldern.

## 4.1.2 Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen Magnetismus und Elektrizität

In Abschnitt 4.1.1 haben wir bereits folgende Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen Magnetismus und Elektrizität herausgefunden:

- So wie es positive und negative elektrische Ladungen gibt, hat ein Magnet zwei verschiedene Pole: den **Nord-** und den **Südpol**. Diese Benennung kommt daher, dass sich im Erdmagnetfeld (siehe Abb. 4.2, entnommen aus [20]) der magnetische Nordpol eines frei beweglichen Stabmagneten nach Norden ausrichtet. Ähnlich wie in der Elektrizität gilt: Gleichnamige Pole stoßen sich ab und ungleichnamige Pole ziehen sich an.
- Im Gegensatz zu elektrischen Ladungen lassen sich magnetische Pole nicht trennen. Magnetische Feldlinien sind immer geschlossene Kurven.  
⇒ Es gibt kein Analogon zum COULOMBSchen Gesetz.
- Es lassen sich wie bei elektrischen Ladungen sehr ähnliche Felder darstellen (Dipolfelder, Multipolfelder, etc.).

Wir können zunächst die Vermutung aufstellen:

Magnete sind von einem Feld umgeben, das ähnlich dem elektrischen Feld ein Vektorfeld ist: das <b>magnetische Feld <math>\vec{B}</math></b> (auch <b>Magnetfeld</b> , <b>magnetische Kraftflussdichte</b> oder <b>magnetische Induktion</b> genannt)	(4.1)
--	-------

Analog zum elektrischen Feld hat das magnetische Feld (kurz:  $B$ -Feld) folgende Eigenschaften:

- Die Stärke des magnetischen Feldes ist proportional zur Zahl der Feldlinien pro Querschnittsfläche.
- Für die Richtung der Magnetfeld-Vektoren gilt: Sie verlaufen tangential zu den Feldlinien.
- Vorzeichenkonvention: Magnetfeldlinien (kurz:  $B$ -Feldlinien) laufen vom Nordpol zum Südpol (z.B. eines Stabmagneten). Achtung: Der magnetische Nordpol der Erde ist in diesem Sinne ein magnetischer Südpol.

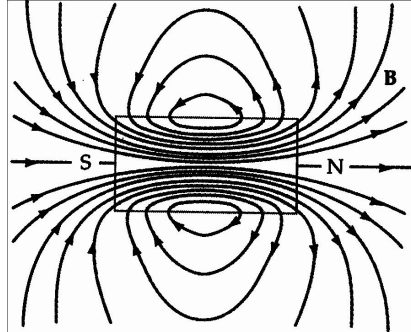


Abbildung 4.1: Das magnetische Feld eines Stabmagneten (entnommen aus [21])

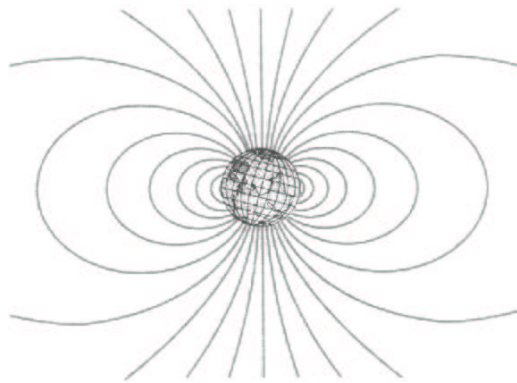


Abbildung 4.2: Das Magnetfeld der Erde

Zu der Tatsache, dass es keine magnetischen Monopole gibt, sind folgende Aussagen äquivalent:

- Es gibt keine magnetischen Monopole.
- Magnetische Feldlinien sind immer geschlossene Kurven.
- Magnetfelder haben weder Quellen noch Senken, d.h. durch die Oberfläche  $\partial V$  eines Volumens  $V$  führen genauso viele Magnetfeldlinien hinein wie hinaus.
- Auf mathematischer Ebene lassen sich diese Sachverhalte durch die **3. MAXWELL-Gleichung** darstellen, die als **Abwesenheit magnetischer Monopole** bezeichnet

wird.

$$\oint_{\partial V} \vec{B} \, d\vec{A} = 0 \quad (\text{makroskopische oder integrale Form}) \quad (4.2)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{mikroskopische oder differenzielle Form}) \quad (4.3)$$

Beim elektrischen Feld konnten wir die Feldstärke über die auf eine Probeladung  $q$  wirkende Kraft definieren mit

$$\vec{F} = q\vec{E} \iff \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (4.4)$$

Dieser Ansatz schlägt allerdings für das Magnetfeld  $\vec{B}$  fehl, da es keine magnetischen Ladungen gibt. Stattdessen zeigen die Versuche von OERSTED und AMPÈRE, dass ein Magnetfeld eine Kraft auf elektrische Ströme ausübt. Ein elektrischer Strom ist aber nichts anderes als ein Strom von Ladungen. Es zeigt sich, dass auf bewegte Ladungen in einem Magnetfeld eine Kraft, die LORENTZ-Kraft, wirkt.

## 4.2 LORENTZ-Kraft

### Versuch 4.1

Es wird ein Permanentmagnet an eine BRAUNSCHE Elektronenstrahlröhre (siehe Abschnitt 1.21) gehalten. Es zeigt sich, dass der Elektronenstrahl senkrecht zu den vom Permanentmagneten erzeugten Feldlinien abgelenkt wird (Siehe Abb. 4.3).

Aus dem Versuch können wir schließen, dass die Ablenkung des Elektronenstrahls durch eine Kraft bewirkt wird. Diese Kraft ist offensichtlich sowohl senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen, als auch senkrecht zu den Magnetfeldlinien ( $\vec{F} \perp \vec{B}, \vec{v}$ ). Diese Kraft heißt **LORENTZ-KRAFT** die sich durch folgenden Ausdruck darstellen lässt:

$$\boxed{\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}} \quad (4.5)$$

Sie ist nach dem Physiker HENDRIK A. LORENTZ (1853-1928) benannt. Über die LORENTZ-Kraft lässt sich die **magnetische Feldstärke**  $\vec{B}$  definieren:

$$\boxed{B = \frac{F}{qv}} \quad \text{mit} \quad \vec{e}_B = \vec{e}_F \times \vec{e}_v \quad (4.6)$$