

weiter durch R_x . Damit ergibt sich

$$I_2 R_3 = I_1 R_x \quad \text{und} \quad I_1 R_1 = I_2 R_2. \quad (3.63)$$

Durch Division beider Gleichungen folgt

$$R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2}. \quad (3.64)$$

Somit ist R_x auf die bekannten Widerstände zurückgeführt. Die Spannung U der Spannungsquelle ist unwichtig und darf durchaus zeitlich schwanken, so dass sie auch für Wechselstrom geeignet ist.

3.7 Beispiel für einen nicht stationären Vorgang: der RC- Kreis

Die Kombinationen von Widerständen und Kondensatoren sind in der Elektrotechnik besonders wichtig. Wird in einen Stromkreis ein Kondensator eingeschaltet, so stellt dieser eine Unterbrechung des Stromes dar. Wird der Kondensator jedoch an eine Stromquelle angeschlossen, so wird er geladen. Innerhalb einer gewissen Zeit fließen Ladungen auf die Platten, bis dass der Kondensator die gleiche Spannung wie die Quelle hat. Es fließt also eine Zeitlang ein Strom, der sogenannte **Ladestrom**. Wird dann die Stromquelle abgetrennt und die Kondensatorplatten leitend miteinander verbunden, so entlädt sich der Kondensator. Es fließt ein **Entladestrom**. Ein Stromkreis, in dem ein Kondensator C , eine Spannungsquelle U_0 und ein OHmscher Widerstand R in Serie geschaltet sind, wird RC -Glied genannt (siehe Abb. 3.19).

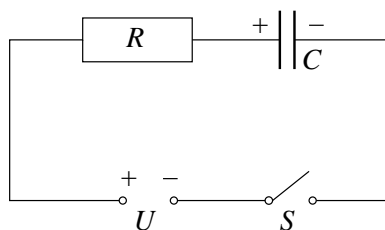


Abbildung 3.19: RC -Glied

3.7.1 Der Ladevorgang

Der Ladevorgang beginne zum Zeitpunkt $t = 0$ bei geschlossenem Schalter (S geöffnet). Zu diesem Zeitpunkt fließt der maximale Strom $I_0 = U_0/R$. Durch das weitere Laden

des Kondensators wirkt sich dessen Spannung $U_C = Q/C$ als Gegenspannung zu U_0 aus, so dass der Ladestrom immer kleiner wird, bis er bei $U_0 = U_C$ vollständig zum Erliegen kommt. Zu jedem Zeitpunkt gilt nach der KIRCHHOFFSchen Maschenregel

$$U_0 = U_R + U_C \quad \text{mit} \quad U_R = R I \quad \text{und} \quad U_C = \frac{Q}{C} \quad (3.65)$$

$$\text{folgt} \quad U_0 = R I + \frac{Q}{C}. \quad (3.66)$$

Aufgrund der konstanten Spannungsquelle ist

$$\frac{dU_0}{dt} = 0 \Rightarrow 0 \stackrel{(3.66)}{=} R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt}, \quad \text{mit} \quad I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{folgt} \quad (3.67)$$

$$\boxed{\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC} I = 0.} \quad (3.68)$$

Um diese Differenzialgleichung mit der Randbedingung $I = I_0 = U_0/R$ für $t = 0$ zu lösen, formen wir sie weiter um, integrieren beide Seiten über die Zeit und nutzen die Randwerte, um die Integrationsgrenzen der linken Seiten zu transformieren:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC} I = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{I} \frac{dI}{dt} dt = -\frac{1}{RC} dt \quad (3.69)$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t \frac{1}{I} \frac{dI}{dt} dt = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Leftrightarrow \int_{I_0}^{I(t)} \frac{1}{I'} dI' = -\frac{1}{RC} t \Leftrightarrow \ln \frac{I(t)}{I_0} = -\frac{t}{RC} \quad (3.70)$$

$$\Rightarrow \boxed{I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}} \quad (3.71)$$

Man setzt $RC = \tau$ und nennt dies die **Zeitkonstante** des RC- Kreises.

3.7.2 Der Entladevorgang

Der Kondensator sei vollständig aufgeladen und besitze die Ladungsmenge $Q = C U_0$. Zur Zeit $t = 0$ werde er über den Widerstand R kurzgeschlossen (S geschlossen). Zu jedem Zeitpunkt gilt $U_C = R I$.

$$\text{wegen} \quad I = -\frac{dQ}{dt} = -C \frac{dU_C}{dt} \quad \text{ist} \quad U_C = R I = -RC \frac{dU_C}{dt}. \quad (3.72)$$

Das Minuszeichen kommt daher, weil ein positiver Strom die Ladung am Kondensator verkleinert.

$$\boxed{\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC} U_C = 0.} \quad (3.73)$$

Mit der Randwertbedingung $U_C = U_0$ liefern analoge Rechnungen:

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC} U_C = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{U_C} \frac{dU_C}{dt} dt = -\frac{1}{RC} dt \quad (3.74)$$

$$\Leftrightarrow \int_0^t \frac{1}{U_C} \frac{dU_C}{dt} dt = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \quad (3.75)$$

$$\Leftrightarrow \int_{U_0}^{U_C(t)} \frac{1}{U'_C} dU'_C = -\frac{1}{RC} t \Leftrightarrow \ln \frac{U_C(t)}{U_0} = -\frac{t}{RC} \quad (3.76)$$

$$\Rightarrow \boxed{U_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}} \quad (3.77)$$

3.8 Leitung in Flüssigkeiten

3.8.1 Elektrolytische Leitfähigkeit

An der elektrolytischen Leitfähigkeit in Flüssigkeiten sind in der Regel Salze, Säuren oder Basen beteiligt. Diese Lösungen werden **Elektrolyte** genannt.

Versuch 3.7

Wir tauchen zwei, an eine Spannungsquelle angeschlossene, Leiter in eine Bleiazetatlösung ($\text{Pb}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot 3 \text{H}_2\text{O}$). Nach Anlegen des Stromes beobachten wir an einem Draht eine Bleiabscheidung. In der Projektion erscheint die Abscheidung als Baum (Bleibaum) (s. Abb. 3.20, aus [11]). Wenn wir die Stromrichtung umdrehen, so wird der Baum wieder abgebaut und entsteht am anderen Draht.

Im folgenden Versuch wollen wir prüfen, ob an der Stromleitung in einer Flüssigkeit ein Salz, eine Säure oder eine Base beteiligt sein muss.

Versuch 3.8

In ein mit destilliertem Wasser gefülltes Becken tauchen wir zwei Bleche (Elektroden) aus Platin oder Nickel, die an ein AMPÈREmeter angeschlossen sind. Wir beobachten, dass reines Wasser ein schlechter Leiter ist, denn das AMPÈREmeter zeigt keinen Strom an. Erst wenn wir ein paar Körner Kochsalz (NaCl) dazu geben, fließt ein Strom (s. Abb. 3.21, entnommen aus [9]).

Die Leitfähigkeit einer Kochsalzlösung findet folgende einfache Erklärung:

Beim Einbringen der Kochsalzmoleküle werden diese in positive Natriumionen (Na^+) und