

Sicherheitswiderstand und als Vorwiderstand bei hohen Spannungen eingesetzt. Der Widerstandswert und die Toleranzen werden häufig als Farbringe aufgebracht.

- Bei den **nicht-linearen Widerständen** ist der Widerstand von folgenden physikalischen Größen abhängig:

Temperatur: Es gibt Heißeleiter und Kalteleiter. Ein Heißeleiter zeichnet sich durch einen fallenden Widerstand bei steigender Temperatur aus (**Negative Temperature Coefficient**). Sie werden als Temperaturfühler, zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten oder zur Spannungsstabilisierung verwendet und bestehen aus einer halbleitenden Oxidkeramik. Bei Kalteleitern steigt der Widerstand stark bei zunehmender Temperatur (**Positive Temperature Coefficient**). Sie werden als Temperaturfühler, als Thermostat und zur Stromstabilisierung verwendet und bestehen aus Metalldrähten.

Spannung: VDR-Widerstände oder Variatoren (**Voltage Dependent Resistance**) sind stark spannungsabhängig und werden zur Spannungsstabilisierung und zur Stoßspannungsbegrenzung eingesetzt.

Licht: Hierbei handelt es sich um lichtempfindliche Widerstände (**Light Dependent Resistance**), die z.B. in Belichtungsmessern eingesetzt werden.

- Die **einstellbaren Widerstände** ändern den Widerstand entweder linear oder logarithmisch. Linear einteilbare Widerstände werden als Spannungsteiler (Potenziometer oder Trimmer) eingesetzt, logarithmisch verstellbare Widerstände zur Lautstärkeregelung verwendet. Als Werkstoffe werden Draht, Kohleschichten und Keramikträger mit eingebranntem Metalloxid und Glaspulver (Cermet) eingesetzt.

3.6 Stromkreise

3.6.1 Die KIRCHHOFFSchen Gesetze

Bisher haben wir den elektrischen Strom in nur einem Leiter betrachtet. Nun wollen wir uns mit der Stromverteilung in einem Leitersystem befassen, in dem die einzelnen Stromführenden Leiter zu einem beliebig komplizierten Netz verknüpft sind. Dabei helfen uns folgende Regeln:

Erstes Kirchhoffsches Gesetz (Knotenregel)

Knotenregel:

An jedem Knoten (Verzweigungspunkt) mehrerer Leitungen ist die Summe der auf ihn zufließenden Ströme gleich der Summe der von ihm abfließenden Ströme, kurz (s. Abb. 3.7, entnommen aus [3]):

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0.$$

(3.37)

(Hier haben die zufließenden Ströme positives und die abfließenden Ströme negatives Vorzeichen)

Dieses Gesetz folgt aus dem Gesetz der Ladungserhaltung, da in einem Knoten weder Ladung erzeugt noch vernichtet werden kann.

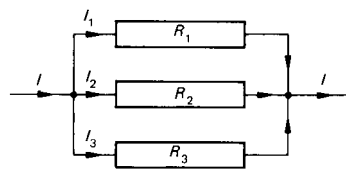


Abbildung 3.7: Knotenregel

Zweites Kirchhoffsches Gesetz (Maschenregel)

Maschenregel:

In jedem geschlossenen Teilkreis (Masche) eines Netzwerkes ist die Summe der Spannungsabfälle $R_i I_i$ an den Widerständen gleich der Summe der Klemmenspannungen U_i der Spannungsquelle (s. Abb. 3.8, aus [3]), kurz:

(3.38)

$$\sum_{\text{Masche}} R_i I_i = \sum_{\text{Masche}} U_i.$$

Hierbei muss eine positive Umlaufrichtung gewählt werden. Ströme und Spannungen, die der Umlaufrichtung entgegengesetzt sind, sind entsprechend negativ zu werten. Dieses Gesetz folgt aus dem Energieerhaltungssatz. Eine andere dazu äquivalente Formulierung ist: Die Summe aller Spannungen U_i in einer Masche ist immer gleich null:

$$\sum_{\text{Masche}} U_i = 0 \quad (3.39)$$

Hier müssen sowohl Klemmenspannungen als auch Spannungsabfälle an Widerständen aufsummiert werden (siehe Abb. 3.8).

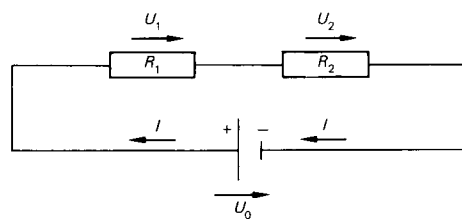


Abbildung 3.8: Maschenregel

Beispiel 3.2

Die **Reihenschaltung** (auch **Serienschaltung** genannt) (s. Abb. 3.9, aus [9]): Durch alle Widerstände fließt der gleiche Strom. Damit fällt an den Wi-

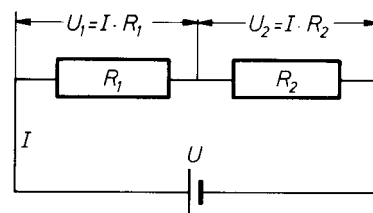


Abbildung 3.9: Reihenschaltung von Widerständen

derständen die gleiche Spannung ab:

$$U_1 = R_1 I \quad \text{bzw.} \quad U_2 = R_2 I \quad (3.40)$$

Anwendung der Maschenregel liefert

$$U = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2)I \quad (3.41)$$

$$\frac{U}{I} = R_1 + R_2 =: R_{\text{ges}} \quad (3.42)$$

Allgemein gilt: Bei einer Serienschaltung addieren sich die Widerstände R_i zum Gesamtwiderstand R_{ges} auf.

Serienschaltung
$$R_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n R_i \quad (3.43)$$

Beispiel 3.3

Parallelschaltung (s. Abb. 3.10, entnommen aus [9]):
An allen Widerständen liegt die gleiche Spannung an. Es gilt also:

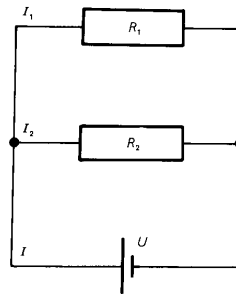


Abbildung 3.10: Parallelschaltung von Widerständen

$$U = R_1 I_1 = R_2 I_2 \quad (3.44)$$

Anwendung der Knotenregel liefert

$$\frac{U}{R_{\text{ges}}} = I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \quad (3.45)$$

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{oder} \quad R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.46)$$

Allgemein gilt: Bei einer Parallelschaltung addieren sich die Kehrwerte der Widerstände R_i zum Gesamtwiderstand R_{ges} .

Parallelschaltung
$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (3.47)$$

Beispiel 3.4

Übung: Zur Übung betrachten wir die vier verschiedenen Möglichkeiten, die es gibt, um drei Widerstände zu schalten (s. Abb. 3.11, aus [5]).

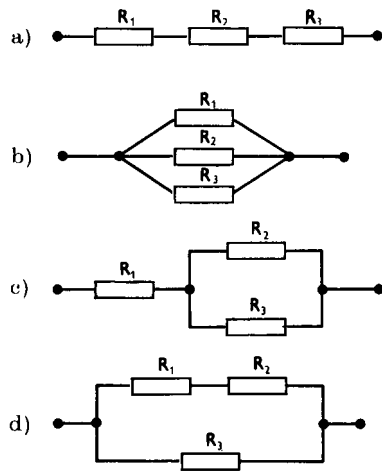


Abbildung 3.11: Vier Möglichkeiten 3 Widerstände zuschalten

1. alle drei in Reihe geschaltet: $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3$
2. alle drei parallel geschaltet: $\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$
3. zwei parallel, dazu den dritten in Serie geschaltet: $R_{\text{ges}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$
4. zwei in Serie, dazu den dritten parallel geschaltet: $R_{\text{ges}} = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$

Nicht immer lassen sich Schaltungen von Widerständen in eine Kombination von Parallel- und Reihenschaltungen reduzieren, wie man in Abb. 3.12 (entnommen aus [5]) sieht. Hier

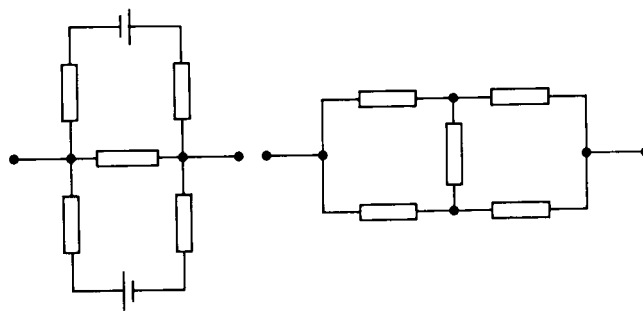


Abbildung 3.12: Irreduzible Netzwerke

muss eine allgemeinere Methode zur Berechnung solcher sogenannter Netzwerke ange-

wandt werden. Solche Netzwerke sind Gegenstand eines selbständigen Gebietes der Elektrotechnik, der sogenannten Netzwerktheorie, und sollen hier nicht weiter diskutiert werden.

3.6.2 Innenwiderstand

Nicht nur Widerstände und Drähte, sondern auch alle übrigen Geräte, haben einen Widerstand, der **Innenwiderstand** genannt wird und mit betrachtet werden muss.

Schließt man eine Spannungsquelle, z.B. eine Batterie, kurz, so fließt ein endlicher Strom I , obwohl der Außenwiderstand $R_a = 0$ ist. Dieses Verhalten kann man mit dem zusätz-

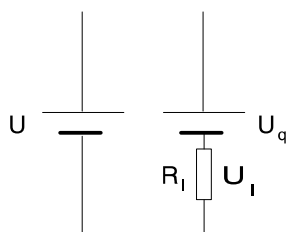


Abbildung 3.13: Ersatzschaltbild

lichen Innenwiderstand R_i erklären. Dazu fertigen wir das folgende **Ersatzschaltbild** (Abb. 3.13) an: Es ist nach der KIRCHHOFFSchen Maschenregel

$$U_q = U_a + U_i = I(R_a + R_i) \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{U_q}{R_a + R_i}. \quad (3.48)$$

Bei Kurzschluss ($R_a = 0$) fließt somit noch ein endlicher Strom $I_k = U_q/R_i$. Man kann also aus dem Kurzschlussstrom den Innenwiderstand bestimmen.

An den Klemmen 1 und 2 der Spannungsquelle misst man je nach Stromentnahme die Spannung

$$U = U_q - U_i = I(R_a + R_i) - R_i I = I R_a = \frac{U_q}{R_a + R_i} R_a = U_q \frac{R_a}{R_a + R_i}. \quad (3.49)$$

U wird **Klemmenspannung** genannt. U_q ist die sog. elektromotorische Kraft (EMK). Man kann die EMK an den Klemmen der unbelasteten Spannungsquelle messen (Stromkreis nicht geschlossen). Man beachte, dass durch den Spannungsmesser auch ein Strom fließt, der die Messung verfälscht.

Versuch 3.6

Wir messen bei einer alten und bei einer neuen Monozelle die Leerlaufspannung (bei offenem Stromkreis) und die Kurzschlussspannung (bei geschlossenem Stromkreis).

3.6.3 Strommessung

Um die Stromstärke in einem Stromkreis messen zu können, muss das Messgerät (AMPÈREmeter genannt) im Stromkreis (Hauptschluss) liegen. Doch anstatt den „wahren“ Strom $I = U/R$ zu messen, misst man

$$I' = \frac{U}{R + R_i} = \frac{U}{R} \frac{R}{R + R_i} = I \frac{R}{R + R_i}. \quad (3.50)$$

wobei R_i der Innenwiderstand des Strommessgerätes ist. Ein idealer Strommesser hat $R_i = 0$, der technisch allerdings nicht zu realisieren ist. Damit der Messvorgang den zu messenden Strom durch den Innenwiderstand R_i des AMPÈREmeters möglichst nicht beeinflusst, und die volle Spannung am äußeren Widerstand abfallen kann, muss R_i möglichst klein (niederohmig) sein ($R_i \ll R$).

Übersteigt der zu messende Strom den Messbereich, so kann mit einem weiteren Widerstand der Messbereich erweitert werden. Dieser Widerstand R_s (Shunt genannt) wird parallel zum AMPÈREmeter (Nebenschluss) geschaltet (s. Abb 3.14, entnommen aus [2]).

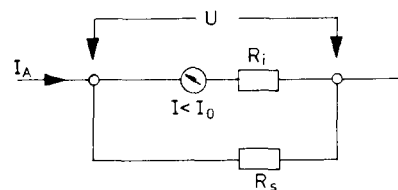


Abbildung 3.14: Strommessung

Sei der Maximalausschlag ohne Messbereichserweiterung bei einem Strom I_0 und der Innenwiderstand sei R_i . Der Messbereich soll n -fach erweitert werden, so dass der maximale Ausschlag bei $I_A = n I_0$ liegt. Bei konstanter Spannung U ist dann

$$I_0 = \frac{U}{R_i}, \quad I_a = U \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_s} \right) = n I_0 = n \frac{U}{R_i} \quad (3.51)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_s} = n \frac{1}{R_i} \Leftrightarrow R_s = \frac{R_i}{(n-1)}. \quad (3.52)$$

Um den Messbereich um das zehnfache zu erhöhen, muss man also einen neunmal kleineren Widerstand parallel schalten!

3.6.4 Spannungsmessung

Die heute gebräuchlichen Spannungsmesser sind mit Hilfe des OHMschen Gesetzes umgeichtete AMPÈREmeter. Einem AMPÈREmeter wird ein Vorwiderstand $R_v \gg R_i$ vorgeschal-

tet. Das so entstandene VOLTmeter wird in stromführenden Kreisen in den Nebenschluss geschaltet. Durch das Instrument fließt ein Strom I_v und es zeigt die Spannung $U = I_v R_v$ an (siehe Abb. 3.15). In dem Stromkreis a hat sich aber jetzt die Stromstärke verändert.

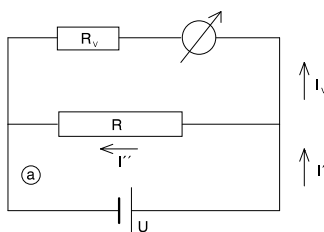


Abbildung 3.15: Spannungsmessung

Ohne das VOLTmeter floss ein Strom $I = U/R$, mit VOLTmeter liefert die Quelle aber den Strom

$$I' = U \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_v} \right) = R I \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_v} \right) = I \left(\frac{R}{R} + \frac{R}{R_v} \right) \quad (3.53)$$

$$= I \left(\frac{R_v}{R_v} + \frac{R}{R_v} \right) = I \frac{R + R_v}{R_v} > I. \quad (3.54)$$

Um die Verfälschung der Messung möglichst gering zu halten, muss man R_v groß (hochohmig) wählen (Typisch $R_v > 10 \text{ k}\Omega$).

Um den Messbereich eines VOLTmeters zu erweitern, lässt man die „überschüssige“ Spannung an einem zusätzlich in Serie geschalteten Widerstand abfallen (s. Abb. 3.16, aus [2]).

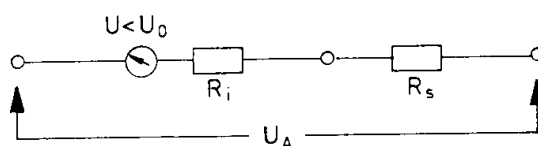


Abbildung 3.16: Messbereichserweiterung

Soll der Messbereich auf $U_a = n U_0$ erweitert werden, dann ist

$$U_0 = R_i I, \quad U_a = (R_i + R_s) I = n U_0 = n R_i I \quad (3.55)$$

$$\Rightarrow R_i + R_s = n R_i \Leftrightarrow R_s = (n - 1) R_i. \quad (3.56)$$

Um den Messbereich eines VOLTmeters um das zehnfache zu erhöhen, muss man einen neunmal größeren Widerstand in Serie schalten!

3.6.5 Vorwiderstand und Potenziometerschaltung

Wenn ein Verbraucher eine niedrigere Spannung verlangt als in Form einer Spannungsquelle vorliegt, kann man diese auf zwei Arten reduzieren (in der Wechselstromtechnik gibt es noch zahlreiche andere, energetisch sinnvollere Möglichkeiten):

1. Man schaltet einen Vorwiderstand R_v vor den Verbraucher R . Dann teilen sich die Spannungen im Verhältnis R/R_v auf beide auf, da durch beide der gleiche Strom fließt. Allerdings teilt sich auch die Gesamtleistung auf. Nur ein Teil wird im Verbraucher genutzt.
2. Als **Potenzimeter** (Spannungsteiler) bezeichnet man einen Widerstand, bei dem man über einen Schleifkontakt eine gewünschte Spannung U_a abgreifen kann. Im unbelasteten Fall gilt (s. Abb. 3.17.a):

$$I = \frac{U_1}{R_1 + R_2} \quad \text{und} \quad U_x = R_2 I \quad (3.57)$$

$$\text{einsetzen liefert :} \quad U_x = U_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.58)$$

d.h., dass sich die Gesamtspannung im Verhältnis des Teilwiderstandes zum Gesamtwiderstand aufteilt.

Beim belasteten Potenziometer muss man beachten, dass sich der Strom I am Mit-

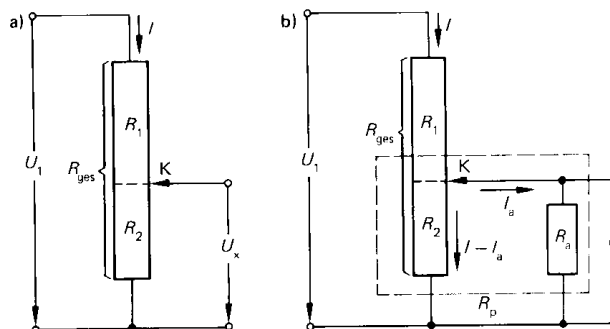


Abbildung 3.17: Unbelasteter und belasteter Spannungsteiler

telabgriff aufteilt (s. Abb. 3.17.b, beide entnommen aus [3]). Durch R_a fließt der Strom I_a und durch R_2 nur noch der Strom $I - I_a$. Da R_2 und R_a parallel geschaltet sind, ist der Gesamtwiderstand

$$R_p = \frac{R_2 R_a}{R_2 + R_a}. \quad (3.59)$$

Setzt man diesen anstelle von R_2 in die obige Gleichung ein, so erhält man

$$U'_x = U_1 \frac{R_p}{R_1 + R_p} \quad (3.60)$$

$$\text{oder } U'_x = U_1 \frac{\frac{R_2 R_a}{R_2 + R_a}}{R_1 + \frac{R_2 R_a}{R_2 + R_a}} = U_1 \frac{\frac{R_2 R_a}{R_2 + R_a}}{R_1 \frac{R_2 + R_a}{R_2 + R_a} + \frac{R_2 R_a}{R_2 + R_a}} \quad (3.61)$$

$$= U_1 \frac{R_2 R_a}{R_1 R_2 + R_1 R_a + R_2 R_a} = U_1 \frac{R_2 R_a}{R_1 R_2 + R_a (R_1 + R_2)}. \quad (3.62)$$

Die Gleichung für das belastete Potenziometer geht in die Gleichung für das unbelastete über, wenn $R_1 R_2 \ll R_a (R_1 + R_2)$ ist. Dann ist der Strom I_a durch den Außenwiderstand R_a vernachlässigbar klein.

3.6.6 Widerstandsmessung

Prinzipiell kann man den Widerstand messen, in dem man die Spannung U an ihm und den Strom I durch ihn bestimmt und beides durcheinander teilt. Da aber beide Messwerte durch die Innenwiderstände der Geräte verfälscht sind, erhält man ein sehr ungenaues Ergebnis. Um dies zu vermeiden misst man **stromlos**. Dies geschieht mit einer WHEAT-

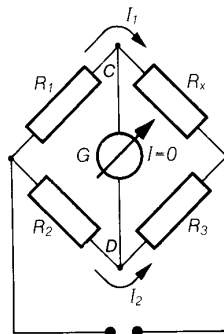


Abbildung 3.18: Wheatstonsche Brücke

STONSchen Brückenschaltung. Hier schaltet man den zu bestimmenden Widerstand mit drei bekannten Widerständen zusammen (s. Abb. 3.18, entnommen aus [9]), von denen mindestens einer, der o.B.d.A der Widerstand R_3 sei, verstellbar ist. Man stellt R_3 so ein, dass durch das Instrument G kein Strom fließt (Abgleichen der Brücke). Dies ist dann der Fall, wenn die Spannung zwischen C und D verschwindet, d.h. die Spannungsabfälle an R_x und R_3 sind gleich (wobei die Spannungsabfälle an R_1 und R_2 auch wieder gleich sein müssen). Dadurch, dass kein Strom durch G fließt, geht der Strom I_1 bei C vollständig

weiter durch R_x . Damit ergibt sich

$$I_2 R_3 = I_1 R_x \quad \text{und} \quad I_1 R_1 = I_2 R_2. \quad (3.63)$$

Durch Division beider Gleichungen folgt

$$R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2}. \quad (3.64)$$

Somit ist R_x auf die bekannten Widerstände zurückgeführt. Die Spannung U der Spannungsquelle ist unwichtig und darf durchaus zeitlich schwanken, so dass sie auch für Wechselstrom geeignet ist.

3.7 Beispiel für einen nicht stationären Vorgang: der RC- Kreis

Die Kombinationen von Widerständen und Kondensatoren sind in der Elektrotechnik besonders wichtig. Wird in einen Stromkreis ein Kondensator eingeschaltet, so stellt dieser eine Unterbrechung des Stromes dar. Wird der Kondensator jedoch an eine Stromquelle angeschlossen, so wird er geladen. Innerhalb einer gewissen Zeit fließen Ladungen auf die Platten, bis dass der Kondensator die gleiche Spannung wie die Quelle hat. Es fließt also eine Zeitlang ein Strom, der sogenannte **Ladestrom**. Wird dann die Stromquelle abgetrennt und die Kondensatorplatten leitend miteinander verbunden, so entlädt sich der Kondensator. Es fließt ein **Entladestrom**. Ein Stromkreis, in dem ein Kondensator C , eine Spannungsquelle U_0 und ein OHMScher Widerstand R in Serie geschaltet sind, wird RC -Glied genannt (siehe Abb. 3.19).

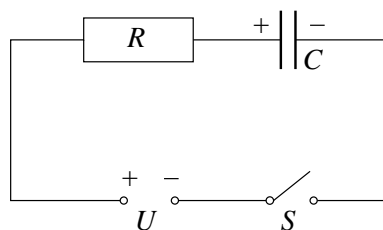


Abbildung 3.19: RC -Glied

3.7.1 Der Ladevorgang

Der Ladevorgang beginne zum Zeitpunkt $t = 0$ bei geschlossenem Schalter (S geöffnet). Zu diesem Zeitpunkt fließt der maximale Strom $I_0 = U_0/R$. Durch das weitere Laden