

2.8 Isolatoren im elektrischen Feld

Versuch 2.4

Schiebt man einen Isolator zwischen zwei gleichnamig geladene, frei aufgehängte Luftballons, dann beobachtet man eine Verringerung des Ausschlages (s. Abb. 2.11).

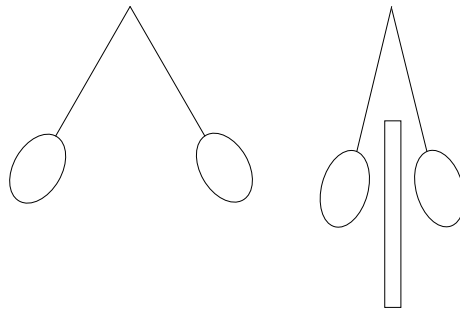


Abbildung 2.11: Der Isolator verringert das elektrische Feld

Im Isolator werden die Ladungsträger auf Grund ihrer geringen Beweglichkeit nur etwas verschoben. Das Innere des Isolators ist also nicht feldfrei. Das Feld “greift” sozusagen durch den Isolator “hindurch”, d.h. $F = q E$ wird kleiner. Solche Stoffe werden nach dem griechischen Wort “dia” (= durch) auch **Dielektrika** genannt.

Das Verhalten von Dielektrika soll genauer im homogenen Feld eines Plattenkondensators studiert werden.

Versuch 2.5

Analog zu dem Versuch mit der Metallplatte im Kondensator, führen wir nun eine Isolatorplatte in den Kondensator ein. Die Beobachtungen sind ähnlich dem vorhergehenden Versuch. Die Unterschiede werden aus der Abb. 2.12 deutlich (entnommen aus [2]).

Vor dem Einbringen der Platte sei die Feldstärke $E_o = U_o/d$. Durch das Einbringen des Dielektrikums zwischen die Kondensatorplatten verschieben sich die Ladungen auf dem Isolator, wodurch ein geringeres Feld E_m und damit eine geringere Spannung U_m zwischen den Platten herrscht. Es ist $E_m < E_o$ und damit auch $U_m < U_o$. Es gilt:

$$\frac{E_o}{E_m} = \frac{U_o}{U_m} = \epsilon_r. \quad (2.58)$$

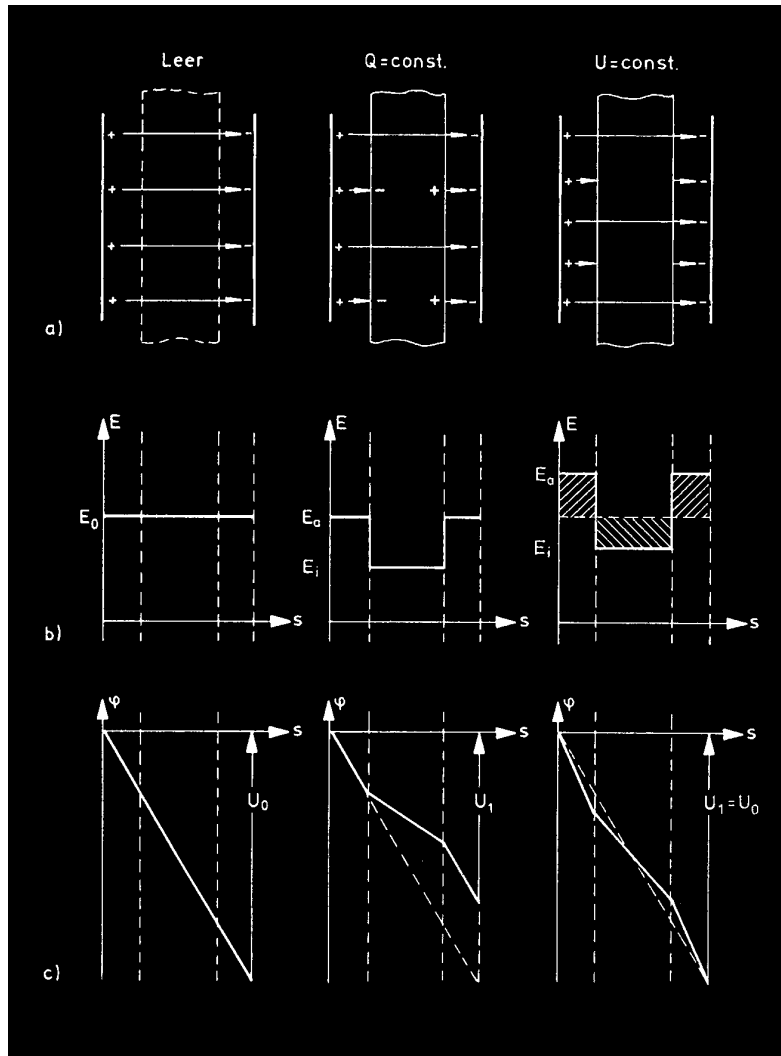


Abbildung 2.12: Isolator im elektrischen Feld

Wegen $C = Q/U$ führt dies zu

$$\frac{C_m}{C_o} = \varepsilon_r, \quad \text{bzw.} \quad C_m = \varepsilon_r C_o. \quad (2.59)$$

Wird ein Dielektrikum in ein elektrisches Feld gebracht, so nimmt die elektrische Feldstärke gegenüber der des Vakuums um das ε_r -fache ab, während die Kapazität durch das Einbringen des Dielektrikums auf das ε_r -fache steigt. Die Größe ε_r wird **Permittivitätszahl** oder **relative Dielektrizitätszahl** genannt. Sie ist eine, das Dielektrikum charakterisierende, Materialkonstante. Sie ist dimensionslos und ihr Wert ist stets ≥ 1 .

Versuch 2.6

Um die Permittivitätszahl ε_r unterschiedlicher nichtleitender Materialien zu bestimmen, führen wir diese in einen Plattenkondensator ein und bestimmen jeweils die Spannung.

Einige Werte von ε_r sind folgender Tabelle zu entnehmen:

Material	ε_r
Vakuum	1
Luft	1,000576
Papier	1,6 – 2,6
Paraffin	2 – 2,3
Glas	2 – 16
Glimmer	4 – 8
Glycerin	41
Wasser	81
Keramik (z.B. TiO_2)	$10^4 - 10^5$

Eine Anwendung der Dielektrika findet man in den **Papierfolienkondensatoren**, die zwischen Stanniol- oder Aluminiumstreifen als Dielektrikum paraffiniertes Papier enthalten. Sie sind nur für geringe Spannungen bis 700 V brauchbar, da die Isolierfähigkeit des Papiers für höhere Spannungen nicht genügt. Wenn man Kondensatoren für höhere Spannungen bauen will, so verwendet man als Dielektrikum Glas oder Glimmer. Heute kann man auch keramische Stoffe mit Dielektrizitätszahlen von 100 oder mehr herstellen, die sich besonders für den Bau von Kondensatoren mit großen Kapazitäten eignen. Wie Abb. 2.13 (aus [3]) zeigt, wird die ursprüngliche Feldstärke \vec{E}_o durch das eingebrachte Dielektrikum um das Gegenfeld \vec{E}_p geschwächt.

$$\vec{E}_m = \vec{E}_o - \vec{E}_p \quad (2.60)$$

Schreiben wir nun das ursprüngliche Feld als

$$E_o = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q}{A} \quad (2.61)$$

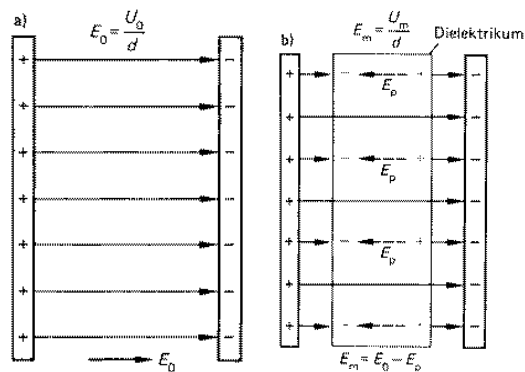


Abbildung 2.13: Das elektrische Feld wird durch das Dielektrikum geschwächt

und das Gegenfeld als

$$E_p = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q'}{A}, \quad (2.62)$$

wobei wir die Ladungsmenge Q als freie Ladung bezeichnen wollen und die Ladungsmenge Q' als gebundene. Damit können wir schreiben

$$E_m = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q - Q'}{A}, \quad (2.63)$$

Führen wir nun noch neben der

$$\text{dielektrischen Verschiebung} \quad D = \frac{Q}{A} = \frac{\text{freie Ladungen}}{\text{Fläche}} \quad (2.64)$$

die

$$\text{Polarisation} \quad P = \frac{Q'}{A} = \frac{\text{gebundene Ladungen}}{\text{Fläche}} \quad (2.65)$$

ein, so können wir die Formel umschreiben:

$$E_m = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q - Q'}{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} (D - P), \quad (2.66)$$

$$D - P = \varepsilon_0 E_m \quad \text{oder} \quad D = \varepsilon_0 E_m + P. \quad (2.67)$$

Allgemein gilt diese Gleichung auch vektoriell.

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_m + \vec{P}.} \quad (2.68)$$

2.8.1 Zusammenhang von \vec{E} und \vec{D}

Für die weitere Rechnung benötigen wir die Größe der gebundenen Ladung Q' . Sie folgt ebenfalls aus der Gleichung 2.63 von Seite 83. Es ist

$$E_m = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q - Q'}{A} = \frac{1}{\varepsilon_r} E_o = \frac{1}{\varepsilon_r} \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q}{A} \quad (2.69)$$

$$\Rightarrow Q - Q' = \frac{1}{\varepsilon_r} Q \quad \Leftrightarrow \quad Q' = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) Q, \quad (2.70)$$

$Q - Q'$ ist also die wahre Ladungsmenge. Damit können wir die Polarisation P umschreiben.

$$P = \frac{Q'}{A} = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \frac{Q}{A} = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) D = (\varepsilon_r - 1) \frac{1}{\varepsilon_r} D. \quad (2.71)$$

Der Faktor $(\varepsilon_r - 1)$ wird auch **dielektrische Suszeptibilität** χ_e genannt. Setzen wir dies in Gleichung 2.68 ein, so erhalten wir (vektoriell)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_m + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E}_m + \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \vec{D} \quad (2.72)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\varepsilon_r} \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_m \quad (2.73)$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}_m = \varepsilon_0 \vec{E}_m + \vec{P}.} \quad (2.74)$$

Zusammenfassung

Bei konstanter Ladung Q gilt:

	ohne Dielektrikum	mit Dielektrikum
\vec{E} - Feld	\vec{E}_o	$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_r} \vec{E}_o$
\vec{D} - Feld	$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$	$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$

Während sich das \vec{E} - Feld im Dielektrikum erniedrigt, ändert sich das \vec{D} - Feld nicht, solange die freien Ladungen unverändert bleiben. Das \vec{D} - Feld wird also nur durch die freien Ladungen bestimmt, das \vec{E} - Feld hingegen durch alle Ladungen (s. Abb. 2.14).

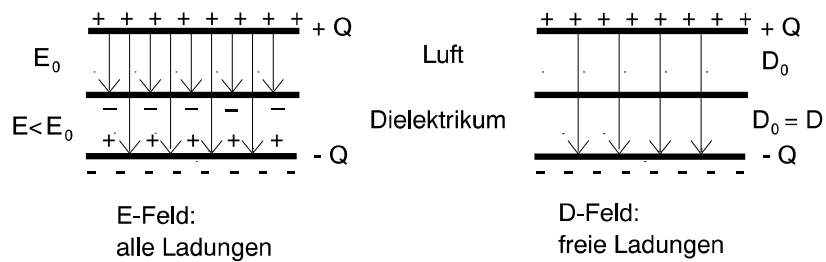


Abbildung 2.14: Vergleich \vec{E} - und \vec{D} -Feld

Gaußscher Satz für \vec{E} - und \vec{D} -Felder	
\vec{E} -Feld	\vec{D} -Feld
alle Ladungen sind Quellen von \vec{E} , d.h. $\oiint \vec{E} \, d\vec{A} = \frac{Q - Q'}{\epsilon_0}$	nur die freien Ladungen sind Quellen von \vec{D} , d.h. $\oiint \vec{D} \, d\vec{A} = Q$
mit ρ = freie Ladungsdichte und ρ' = gebundene Ladungsdichte	
$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho - \rho'}{\epsilon_0}$	$\text{div } \vec{D} = \rho$ 1. MAXWELLSche Gleichung (COULOMB-Gesetz)

2.8.2 Polarisierungseffekte

Wird nicht leitendes Material in ein elektrisches Feld gebracht, so verschieben sich die Ladungsschwerpunkte der Moleküle. Es entsteht ein Dipol $p = Q \cdot d$, wobei d der Abstand zwischen den Ladungen $+Q$ und $-Q$ ist. Es sind grundsätzlich zwei Arten der Polarisierung möglich.

1. Die ursprünglich zusammenfallenden positiven und negativen Ladungen werden beim Einbringen in das elektrische Feld gegeneinander verschoben. Es wird ein Dipolmoment induziert, wie man auch auf Abb. 2.15 (aus [2]) an dem NaCl-Kristall erkennen kann (**dielektrische Polarisierung**). Die dielektrische Polarisierung ist im elektrischen Feld immer wirksam. Beim Abschalten des Feldes fallen die Ladungsschwerpunkte wieder zusammen, und das Dipolmoment und damit auch die dielektrische Polarisierung verschwinden.
2. Moleküle, wie z.B. H_2O , besitzen von vornherein ein permanentes Dipolmoment. Solche Moleküle werden beim Anlegen eines elektrischen Feldes (in Konkurrenz zu den Stößen der Wärmebewegung) ausgerichtet (s. Abb. 2.16, aus [2]) - sogen. Orientierungs- bzw. Paraelektrische Polarisierung.

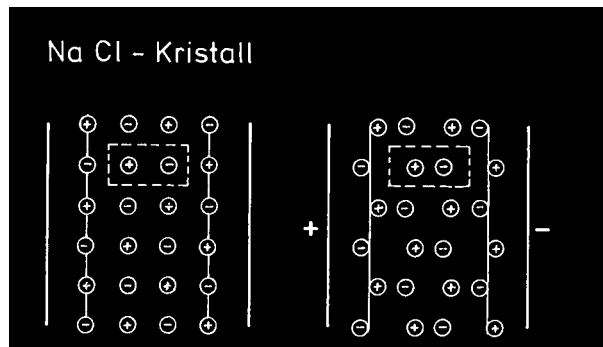


Abbildung 2.15: Dielektrische Polarisierung

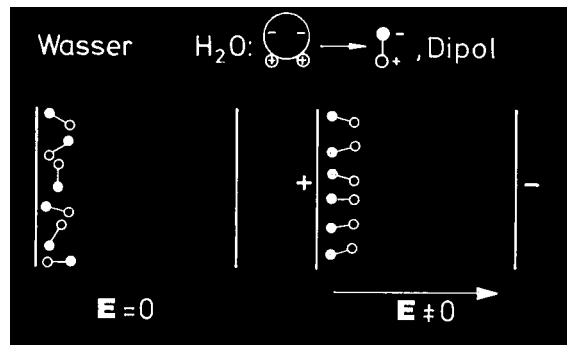


Abbildung 2.16: Orientierungs- oder paraelektrische Polarisierung

Piezoelektrizität

Von besonderem technischen Interesse ist die **Piezoelektrizität**.

Von Piezoelektrizität spricht man, wenn die Deformation eines Kristalles und damit aller Elementarzellen zu einer Polarisierung führen. Dazu betrachten wir einen Kristall, der aus einer regelmäßigen Anordnung der in Abb. 2.17 dargestellten Modellmoleküle besteht. Durch Deformation unter uniaxialem Druck (elastischer Spannung) wird ein resultierendes Dipolmoment p_{result} erzeugt. Die Erzeugung von elektrischer Polarisierung durch Druck lässt sich sehr einfach am SEIGNETTESALZ (K-Na-Tartrat) demonstrieren:

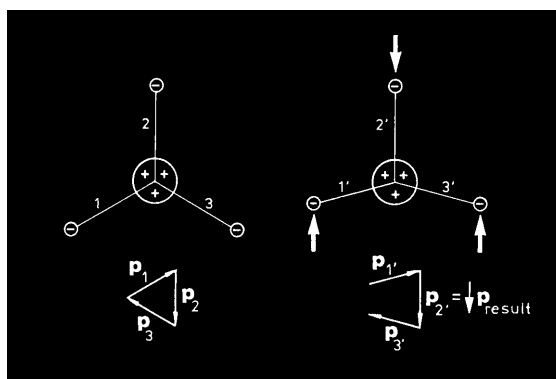


Abbildung 2.17: Piezoelektrizität

Versuch 2.7

Beim Zusammendrücken des Kristalls können wir eine Spannung messen.

Derartige Umsetzen von Druck in elektrische Spannung wird in einer Reihe von Messwandlern technisch ausgenutzt. Weiterhin dienen piezoelektrische Kristalle als Oszillatoren für elektronische Quarzuhren. Eine allseits bekannte Anwendung findet man in den Feuerzeugen.

Versuch 2.8

Durch plötzlichen Druck (Schlag) haben wir einen Spannungstoß erzeugt, der ausreichte, um einen Funken zu erzeugen, mit dem man einen Bunsenbrenner entzünden kann.

Elektrostriktion

Einige Stoffe ziehen sich unter dem Einfluss des elektrischen Feldes, aufgrund der gegenseitigen Anziehung der mikroskopischen Dipole, zusammen. Diesen umgekehrten Effekt nennt man **Elektrostriktion**. Man nutzt sie beispielsweise in Ultraschallgeneratoren aus, insbesondere im höheren Frequenzbereich bei hohen Intensitäten.

Versuch 2.9

Wir befestigen auf dem Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes einen Schwingquarz Q (s. Abb. 2.18, aus [2]), der durch ein angelegtes elektrisches Feld periodisch seine Dicke ändert. Die Schwingungen erregen im Wasser akustische Wellen, die durch Reflexion an dem Metallspiegel M ein stehendes Wellenbild ausbilden. Legt man anstatt des Spiegels eine plankonkave Linse L in das Wasser, so werden die Wellen auf einen Punkt auf der Oberfläche fokussiert und führen dort zu einem "Springbrunneneffekt".

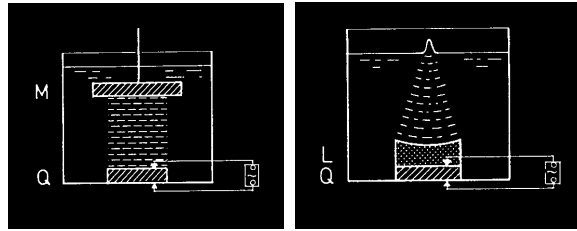


Abbildung 2.18: Versuch zur Elektrostriktion

Ferroelektrika

Eine weitere wichtige Klasse von Materialien, bei denen die dielektrische Polarisation eine wichtige Rolle spielt, bilden die **Ferroelektrika**. Dieser Name ist etwas unglücklich gewählt, denn er hat nichts mit Eisen (Ferrum) zu tun, aber er ist schon seit langer Zeit eingeführt. Die Ferroelektrika haben eine ungewöhnlich hohe Permittivitätszahl (ϵ_r bis 10000), die aber nicht konstant ist und außerdem sehr von der Vergangenheit des Stoffes abhängt. Sie zeigen ein ähnliches Verhalten wie magnetische Größen im Magnetfeld. Dies ist der Grund für die Übernahme des ähnlichen Namens. Der älteste und bekannteste Stoff der Ferroelektrika wurde von dem französischen Apotheker P. SEIGNETTE (um 1672) entdeckt. Es ist das weinsaure Salz $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ (SEIGNETTESALZ), das uns schon als Piezoelektrikum begegnet ist. Noch ein bekannter Vertreter dieser Gruppe ist Bariumtitanat (BaTiO_3). An ihm soll das charakteristische Verhalten der Ferroelektrika demonstriert werden.

Versuch 2.10

Wir geben das Bariumtitanat in einen Probenkondensator C_p , der in Reihe zu einem Vergleichskondensator C_1 geschaltet ist, so dass zu jedem Zeitpunkt t auf beiden Kondensatoren die gleiche Ladungsmenge vorhanden ist. Somit sind die Messungen von U_1 und U_p synchronisiert. Gibt man diese beiden Spannungen auf ein Oszilloskop, so kann man D als Funktion von E_m darstellen. Dies ist möglich, denn es ist

$$U_1 = d_1 \cdot E_o = d_1 \frac{1}{\epsilon_0} D = \text{const.} \cdot D \quad \Rightarrow \quad D \sim U_1 \quad (2.75)$$

$$U_p = d_p \cdot E_m = \text{const.} \cdot E_m \quad \Rightarrow \quad E_m \sim U_p \quad (2.76)$$

$$\text{Damit ist} \quad D = f(E_m) \sim U_p = f(U_1). \quad (2.77)$$

Die ferroelektrischen Stoffe zeigen ebenso wie die ferromagnetischen eine **Hysterese** (s. Abb. 2.19, entnommen aus [1]). Unter Hysterese versteht man das Zurückbleiben einer

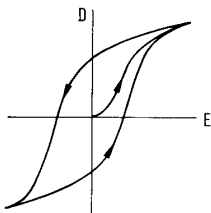


Abbildung 2.19: Hysterese eines Ferroelektrikums

Restpolarisation im Ferroelektrikum, wenn kein äußeres Feld mehr anliegt. Die Polarisati-
on in Ferroelektrika ist also von ihrer Vergangenheit abhängig. Die Fläche in der Hystere-
seschleife (siehe Abb. 2.19, entnommen aus [1]) entspricht der Arbeit, die man aufwenden
muss, um die Hystereseschleife einmal zu durchlaufen. In Bariumtitanat findet man einen

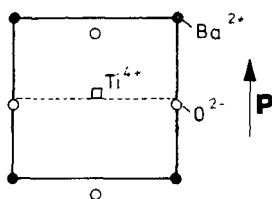


Abbildung 2.20: Bariumtitanat

bistabilen Dipol in der Elementarzelle. Die Orientierung des Dipols hängt von der Rich-
tung der Verschiebung der Ti- und O- Ionen gegenüber dem Ba- Gitter ab (Abb. 2.20,
aus [2]). Diese Dipole führen zur Ausbildung von Domänen mit fester Dipolrichtung. Bei
 $E = 0$ kommen Domänen beider Polarisationsrichtungen in gleichem Maße vor, während
bei einem angelegten äußeren Feld $E \neq 0$ einige Domänen auf Kosten anderer anwachsen.
Bei großen Feldern sind schließlich alle Domänen gleich orientiert, es tritt Sättigung ein.
Bei einer Temperaturerhöhung über den kritischen Wert hinaus wird die Domänenbil-
dung infolge des anliegenden E-Feldes auf Grund der anwachsenden Temperaturerhöhung
zerstört (s. Abb. 2.21, aus [2]).

2.8.3 Energiedichte im Dielektrikum

Ohne Dielektrikum gilt im Kondensator $W_0 = 1/2 C_0 U^2 = 1/2 \epsilon_0 E^2 V$. Führt man nun
ein Dielektrikum ein, so gilt $C = \epsilon_r C_0$ und damit ist die Energie im Kondensator mit



Abbildung 2.21: Domänenbildung

Dielektrikum

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_r C_0 U^2 = \varepsilon_r W_0 = \varepsilon_r \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 V. \quad (2.78)$$

Damit ist die

Energiedichte mit Dielektrikum

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 = \frac{1}{2} E D \quad (2.79)$$