Spannung U herrscht.
Die Geometrie und der Abstand der Leiteroberflächen bestimmen die Ladungstrennungsarbeit und damit die Spannung U, die je getrennter Ladungsmenge Q entsteht.

$$U \sim Q \qquad \text{bzw.} \qquad Q = U \cdot C. \tag{2.30}$$

Diese Proportionalitätskonstante C, die nach obiger Vorstellung von der "Gesamtgeometrie" des Kondensators abhängt, wird **Kapazität** genannt.

$$\text{Kapazität} \quad \boxed{C = \frac{Q}{U}.} \tag{2.31}$$

Anschaulich kann man sich die Kapazität als ein Maß dafür vorstellen, wieviel Ladung Q je Spannungseinheit 1V gespeichert werden kann.
Die Einheit der Kapazität ist das **Farad F**

$$[C] = \frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V}} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} = \mathrm{F} = \mathrm{Farad}. \tag{2.32}$$

Ein Farad ist eine sehr große Einheit. In der Praxis sind kleinere Einheiten üblich wie z.B.

1 Millifarad = 1 mF = 10^{-3}F	1 Nanofarad = 1 nF = 10^{-9}F
1 Mikrofarad = 1 μF = 10^{-6}F	1 Pikofarad = 1 pF = 10^{-12}F

Im cgs-System ist $[C] = \mathrm{cm}$ und $1\mathrm{F} \mathrel{\hat{=}} 9 \cdot 10^{11}\ \mathrm{cm}$.

2.6 Kondensatoren

Kondensatoren sind wichtige elektronische Bauelemente und dienen u.a. zur Speicherung elektrischer Ladung und elektrischer Energie.

2.6.1 Der Plattenkondensator

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei gleich großen, parallelen Metallplatten der Fläche A, die sich im Abstand d voneinander befinden (s. Abb. 2.5). Liegt zwischen ihnen eine Spannung U an, dann herrscht an jeder Stelle im Innern des Kondensators (näherungsweise) dasselbe homogene elektrische Feld (wenn gilt: $d^2 \ll A$). Die Platten haben eine Flächenladungsdichte $\sigma = Q/A$, und das Feld hat eine Feldstärke von

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}\,\sigma = \frac{1}{\varepsilon_0}\,\frac{Q}{A}. \tag{2.33}$$

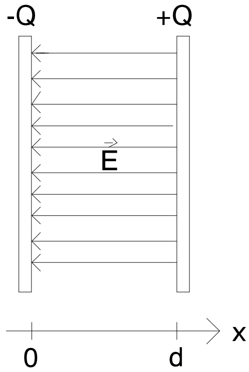

Abbildung 2.5: Kapazität eines Plattenkondensators

Die Spannung zwischen den Platten ist

$$U = -\int_{x=0}^{x=d} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r} = -\int_{0}^{d} -E\,\mathrm{d}x = E\,d. \tag{2.34}$$

(U ist hier von $-$ nach $+$ definiert.)

$$U = E\,d = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{A}\cdot d. \tag{2.35}$$

Damit ist die

$$\text{Kapazität des Plattenkondensators} \quad \boxed{C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0\,\frac{A}{d}.} \tag{2.36}$$

Mit dem folgenden Versuch soll nun die $1/d$- Proportionalität der elektrischen Feldstärke beim Plattenkondensator überprüft werden.

Versuch 2.1

Wir bringen auf eine Seite eines Plattenkondensators mit Hilfe einer Spannungsquelle Ladung auf, während wir die andere Platte erden. Wir entfernen nun die Spannungsquelle und messen die Spannung, die zwischen den Platten herrscht. Da die Spannung proportional zur Ladung ist, können wir den maximalen Ausschlag des Voltmeters auch als Ladungsmenge interpretieren. Wir führen den Versuch für die Plattenabstände d=0.5, 1, 2 und 4cm durch. Der Vollausschlag von 3 V entspricht 10^{-8}C.

Die Messungen liefern:

d in cm	U in V	Q in 10^{-8}C
0,5	2,9	9,66
1	1,45	4,83
2	0,8	2,67
4	0,5	1,67

Um Kondensatoren mit großen Kapazitäten zu erhalten, wählt man d klein und A groß. In der Technik vergrößert man die Fläche durch Aufwickeln von Metallfolie, Aufrauhen der Oberfläche durch Ätzen bei Elektrolytkondensatoren oder beidseitiges Bedampfen dünner isolierender Schichten mit Metall, und man verkleinert die Abstände, indem man dünne Kunststofffolien (oder Oxidschichten) als Zwischenlagen verwendet.

2.6.2 Der Kugelkondensator

Der Kugelkondensator besteht aus zwei konzentrischen Kugeln der Radien r_1 und r_2 mit $r_2 > r_1$, die die Ladungen $+Q$ und $-Q$ tragen. Im Bereich $r_1 \leq r \leq r_2$ liegt ein kugelsymmetrisches Feld $E(r) = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$ vor (s. Abb. 2.6, entnommen aus [3]). Die Spannung zwischen den Kugeln ist

$$U = -\int_{r_2}^{r_1} E(r)\,\mathrm{d}r = \frac{Q}{4\,\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r^2}\,\mathrm{d}r = \frac{Q}{4\,\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right). \qquad (2.37)$$

Damit ist die

$$\text{Kapazität des Kugelkondensators} \quad \boxed{C = \frac{Q}{U} = 4\,\pi\,\varepsilon_0\left(\frac{r_1\cdot r_2}{r_2-r_1}\right).} \qquad (2.38)$$

Diskussion:

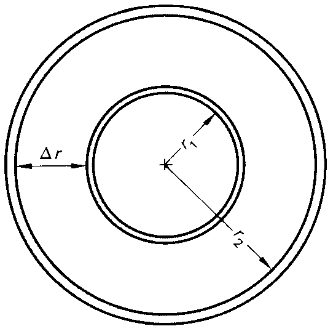

Abbildung 2.6: Kapazität eines Kugelkondensators

1. $\underline{r_2 \to \infty}$: $C = 4\,\pi\,\varepsilon_0\,r_1$.
   Bemerkung: Im cgs-System ist $4\,\pi\varepsilon_0 = 1$ und damit C = r, d.h., eine Kugel vom Radius $r = 1$ cm hat ein Kapazität von $C = 1$ cm $\hat{=}\ 1,1$ pF.

2. $\underline{r_2 \approx r_1}$: $\Rightarrow\ r_2 - r_1 = d$ damit wird $C = 4\,\pi\,\varepsilon_0\,r^2/d$ vgl. Plattenkondensator.

2.6.3 Der Zylinderkondensator

Der Zylinderkondensator besteht aus zwei koaxialen Zylindern der Länge l (s. Abb. 2.7, entnommen aus [3]). Zwischen diesen herrscht ein radialsymmetrisches Feld. Die Berech-

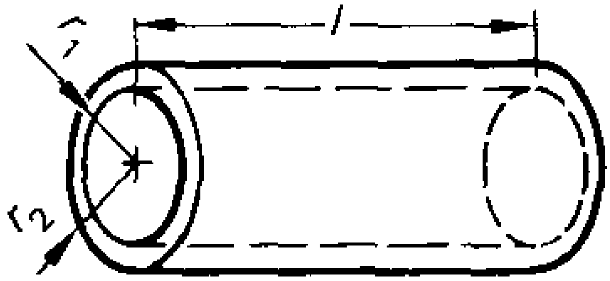

Abbildung 2.7: Kapazität eines Zylinderkondensators

nung der Kapazität erfolgt analog zu den vorherigen Beispielen und liefert:

$$\text{Kapazität des Zylinderkondensators} \quad \boxed{C = \frac{Q}{U} = 2\,\pi\,\varepsilon \frac{l}{\ln\frac{r_2}{r_1}}.} \qquad (2.39)$$

2.6.4 Schaltung von Kondensatoren

Schaltsymbol

In Abbildung 2.8 (entnommen aus [3]) ist das Schaltsymbol für eine Kondensator dargestellt.

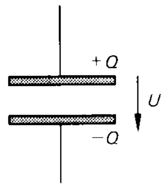

Abbildung 2.8: Schaltsymbol eines Kondensators

Parallelschaltung

Die einzelnen Kondensatoren mögen die Kapazitäten $C_1, C_2, ..., C_n$ haben. Bei Parallelschaltung besitzen sie alle die gleiche Spannung U (s. Abb. 2.9, entnommen aus [9]). Auf den einzelnen Kondensatoren befinden sich also die Ladungsmengen $Q_1 = C_1\,U$, $Q_2 = C_2\,U$, ..., $Q_n = C_n\,U$. Auf dem Gesamtkondensator, dessen Kapazität C gesucht wird, befindet sich also die Gesamtladung

$$\begin{aligned} Q &= \sum_{i=1}^{n} Q_i && (2.40)\\ &= Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n && (2.41)\\ &= C_1\,U + C_2\,U + \ldots + C_n\,U && (2.42)\\ &= (C_1 + C_2 + \ldots + C_n)U && (2.43)\\ &= \sum_{i=1}^{n} C_i \cdot U && (2.44) \end{aligned}$$

Bei Parallelschaltung von Kondensatoren addieren sich die Kapazitäten.

$$\text{Parallelschaltung} \quad \boxed{C = \sum_{i=1}^{n} C_i} \qquad (2.45)$$

Will man also bei gegebenen Kondensatoren die Kapazität vergrößern, so muss man sie parallel schalten.

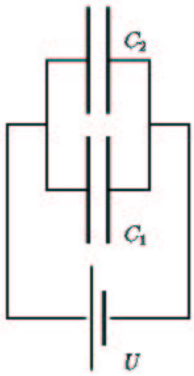

Abbildung 2.9: Parallelschaltung von Kondensatoren

Versuch 2.2

Wir nehmen zwei baugleiche Plattenkondensatoren und bestimmen ihre Einzelkapazitäten. Nun schalten wir sie parallel und messen die Gesamtkapazität. Wir sehen, die Kapazität hat sich verdoppelt.

Reihenschaltung

Aufgrund der Influenz sind die Ladungsmengen Q auf allen in Reihe geschalteten Kondensatoren gleich groß: $Q = C_i \cdot U_i$. Die am System anliegende Spannung U setzt sich aus

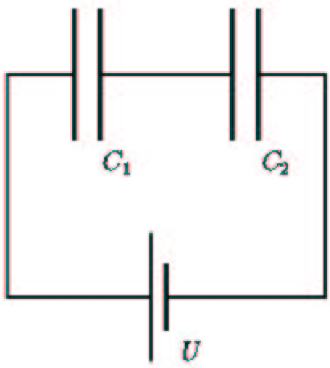

Abbildung 2.10: Reihenschaltung von Kondensatoren

den einzelnen, an den Kondensatoren liegenden Spannungen zusammen.

$$U_1 = \frac{Q}{C_1},\ U_2 = \frac{Q}{C_2}, \ldots, U_n = \frac{Q}{C_n} \tag{2.46}$$

Damit folgt für die Gesamtspannung

$$
\begin{aligned}
U &= \sum_{i=1}^{n} U_i && (2.47)\\
&= U_1 + U_2 + \ldots + U_n && (2.48)\\
&= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \ldots + \frac{Q}{C_n} && (2.49)\\
&= Q \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} && (2.50)
\end{aligned}
$$

Für die Gesamtkapazität folgt dann bei der

$$\text{Reihenschaltung} \quad \boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}} \qquad (2.51)$$

Bei der Reihenschaltung von Kapazitäten (s. Abb. 2.10, entnommen aus [9]) ist der reziproke Wert der resultierenden Kapazität gleich der Summe der Kehrwerte der Einzelkapazitäten. Damit ist die Gesamtkapazität stets kleiner als die kleinste Einzelkapazität, womit sich diese Anordnung zur Herstellung kleiner Kapazitäten eignet, wenn nur große vorhanden sind. Aus $U_i = Q/C_i$ folgt weiterhin, dass an dem Kondensator mit der größten Kapazität die kleinste Spannung anliegt. Die Reihenschaltung von Kondensatoren kann damit also zur Spannungsteilung verwendet werden.

Versuch 2.3

> Nun schalten wir die beiden Plattenkondensatoren in Reihe und messen wieder die Gesamtkapazität. Wir beobachten, dass die Gesamtkapazität der Kehrwert der Summe der Einzelkapazitäten ist.

2.7 Energie des elektrischen Feldes

Wir gehen von zwei parallelen neutralen Metallplatten aus und bringen von einer der Platten z.B. negative Ladung auf die andere, so dass positive Ladung zurückbleibt. Bei diesem Vorgang baut sich eine Spannung (Potenzial) auf, die bei jedem weiteren Ladungstransport überwunden werden muss. Die dabei aufzubringende Energie ist

$$\mathrm{d}W_{12} = U\,\mathrm{d}Q = U\,C\,\mathrm{d}U = \varphi\,C\,\mathrm{d}\varphi. \qquad (2.52)$$

Die gesamte, zum Laden des Kondensators benötigte Energie beträgt dann

$$W_{12} = \int\limits_{\varphi_1=0}^{\varphi_2=U} \mathrm{d}W_{12} = \int\limits_{0}^{U} \varphi\,C\,\mathrm{d}\varphi = \frac{1}{2}\,C\,U^2. \qquad (2.53)$$