- Im elektrostatischen Fall ist Abschirmung durch entgegengesetzte Ladungen möglich, die Gravitations-Wechselwirkung kann nicht abgeschirmt werden.
  $\Rightarrow$ Die Gravitationskraft tritt überall auf, wo Materie ist, die COULOMB-Kraft tritt i.d.R. im Makrokosmos nicht in Erscheinung, da sich die Ladungen „neutralisieren" (d.h. abschirmen).

Eine Gegenüberstellung von COULOMB- und Gravitationskraft zeigt folgende Tabelle:

Unterscheidungsmerkmale	COULOMB-Kraft	Gravitationskraft
Formel	$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ mit $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}\frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{C^2}}$	$F = \gamma\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ mit $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg\,s^2}}$
Ursache	zwei Ladungen	zwei Massen
Kraftrichtung	Anziehung und Abstoßung	Anziehung
Stärke	groß	sehr klein
Abschirmbarkeit	ja	nein
Bedeutung	Zusammenhalt der Atome	Zusammenhalt des Makrokosmos

Beispiel 1.3

Vergleicht man die Kraftwirkung des elektrischen und des Gravitationsfeldes im H-Atom, so erkennt man

$$\frac{F_G}{F_{el}} \simeq 4 \cdot 10^{-40}, \tag{1.31}$$

d.h. die elektrische Kraft ist ungefähr $0,25 \cdot 10^{40}$ mal größer als die Gravitationskraft!

1.3 Das elektrische Feld

1.3.1 Das elektrische Feld

Durch die Anwesenheit einer Ladung wird der Raum verändert: Auf jede weitere elektrische Ladung wirkt eine Kraft, deren Größe und Richtung mit Hilfe des COULOMBschen Gesetzes angegeben werden kann. In Analogie zu den früher betrachteten Veränderungen des Raumes bei Anwesenheit einer Masse (Gravitationsfeld), sagen wir, es herrscht ein Feld, und da es von elektrischen Ladungen erzeugt wird, ein **elektrisches Feld**. Bei ruhenden Ladungen spricht man auch vom **elektrostatischen Feld**. Bei der Beschreibung des elektrischen Feldes erfolgt die Vorgehensweise analog zu der bei dem Gravitationsfeld.

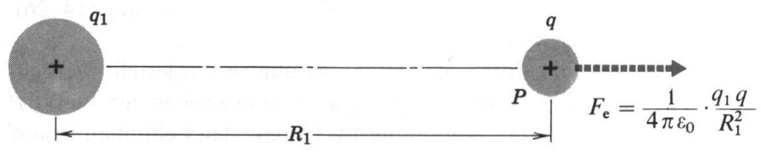


Abbildung 1.16: Kraft auf eine Ladung

Dazu betrachten wir eine **Probeladung** q in der Umgebung von Q. Eine Probeladung ist ein geladener Körper mit verschwindend kleiner räumlicher Ausdehnung und Ladung, dessen Lage im Raum hinreichend durch die Koordinaten eines mathematischen Punktes angegeben werden kann. Nach dem COULOMBschen Gesetz wirkt nun eine Kraft von (s. Abb. 1.16, entnommen aus [7]):

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\,q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \tag{1.32}$$

Diese elektrische Kraft wirkt nicht nur am Ort der Ladung selbst, sondern auch in deren Umgebung. Es ist deshalb ein **elektrisches Feld** vorhanden. Es wird mathematisch durch ein Vektorfeld beschrieben. Analog zum Gravitationsfeld ist nun eine von der Probeladung q unabhängige Größe gesucht. Das elektrische Feld ist also durch eine Vektorgröße charakterisiert, die man **elektrische Feldstärke** $\vec{E}$ nennt. Sie ist definiert als:

$$\vec{E} := \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\,q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \Big/ q \tag{1.33}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}} \qquad \text{elektrische FeldstärkeeinerPunktladung.} \tag{1.34}$$

Diese Definition der elektrischen Feldstärke setzt eine Punktladung voraus und gilt für beide Arten von Ladungen, wenn Q als vorzeichenbehaftete Größe betrachtet wird. Es

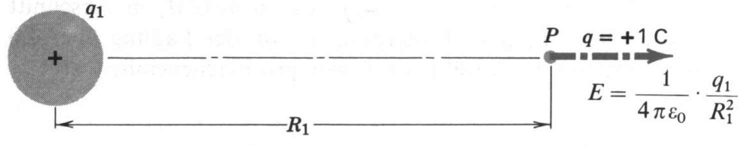


Abbildung 1.17: Zur elektrischen Feldstärke

muss beachtet werden, dass die Probeladung q gegenüber der Ladung Q hinreichend klein angenommen wird, damit deren Feld nicht gestört wird. Es muss also ein Grenzübergang bezüglich der Ausdehnung und der Ladung von q gemacht werden, d.h.

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}}{q}. \tag{1.35}$$

Die **Dimension der elektrischen Feldstärke** ist somit:

$$[E] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{As}}. \tag{1.36}$$

1.3.2 Beschreibung des elektrischen Feldes

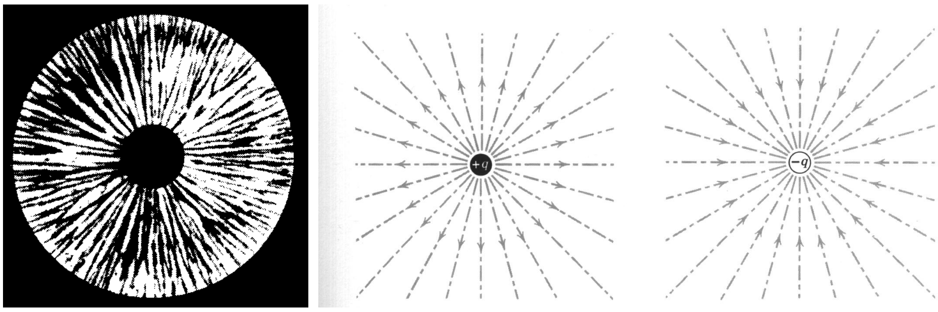
Aus dem vorherigen Abschnitt geht hervor, dass die elektrischen Kräfte nicht nur am Ort der Ladung wirken, sondern auch in der Umgebung. Sie bauen ein elektrisches Feld auf, das mathematisch durch ein Vektorfeld beschrieben wird. Das elektrische Feld ist also erst bestimmt, wenn an jeder Stelle des Raumes die Feldstärke nach Größe und Richtung bekannt ist. Konstruiert man im elektrischen Feld Kurven, deren Tangenten in jedem Punkt mit der Richtung der dort herrschenden Feldstärke übereinstimmten, so geben diese **elektrischen Feldlinien** ein anschauliches Bild von der Struktur des Feldes, das die Ladungen umgibt.
Der Verlauf der elektrischen Feldlinien wird im folgenden Versuch sichtbar gemacht.

Versuch 1.11

> In eine mit einem dickflüssigen, gut isolierenden Öl, hier Rizinusöl, gefüllte Glasschale (Kristallisationsschale) wird feinkörniger Grieß gestreut. Auf den Boden der Glasschale werden metallische Leiter gelegt, und es wird ein elektrisches Feld angelegt. Bei eingeschaltetem Feld werden die Körner polarisiert (Influenz), richten sich aus und ordnen sich längs der Feldlinien an.
> Bemerkung: Die Ergebnisse zeigen einen qualitativen Überblick über den Feldverlauf in der Ebene (Die Abbildungen sind entnommen aus [1] und [7]).

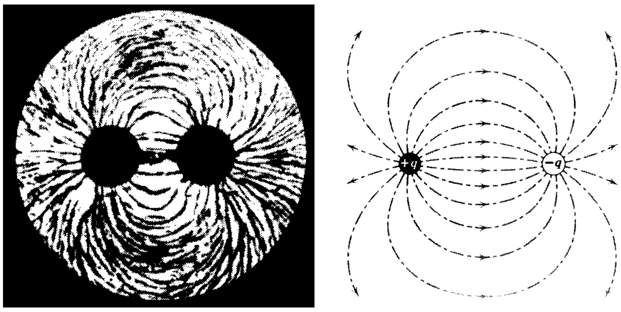
Versuchsergebnisse

1. Feldlinienbild einer Punktladung

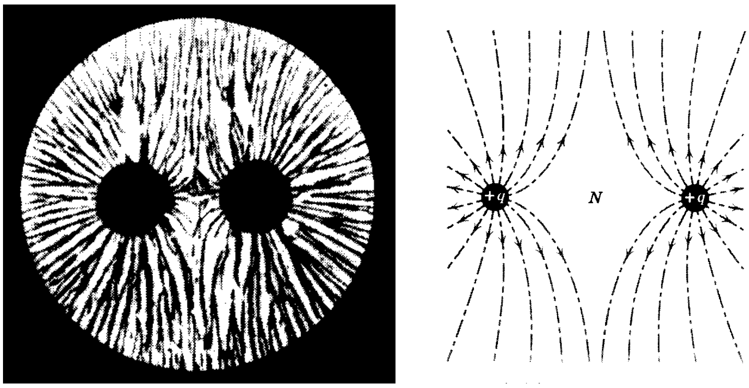


Die Feldlinien gehen radial nach außen.

2. Feldlinienbild zweier entgegengesetzt geladener Punktladungen



3. Feldlinienbild zweier gleich geladener Punktladungen



Aus den Feldlinienbildern lassen sich folgende **Eigenschaften der elektrischen Feldlinien** ablesen:

- die Richtung der Tangente an die Feldlinien gibt die Kraftrichtung, bzw. die Richtung der elektrischen Feldstärke an,
- die Pfeilrichtung ist (per Definition) gleich der Richtung der Kraft auf die **positive** Ladung,

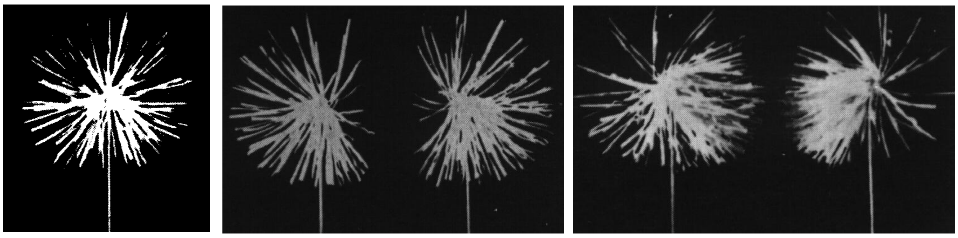
- die Kraftwirkung ist in jegem Punkt eindeutig, d.h. die Feldlinien schneiden sich nicht,
- die Feldliniendichte ist ein Maß für die Größe der elektrischen Feldstärke bzw. deren Betrag,
- die Feldlinien stehen stets senkrecht auf den Leiteroberflächen (da die Elektronen in einem metallischen Leiter frei beweglich sind, werden sie solange verschoben, bis keine tangentiale Kraftkomponente mehr vorhanden ist),
  Befinden sich metallische Leiter im elektrischen Feld, so sitzen die Ladungen immer an der Oberfläche. Dies bedeutet, dass das Innere eines metallischen Körpers immer feldfrei ist. Mit metallischen Umhüllungen können deshalb elektrische Felder abgeschirmt werden. (FARADAYscher Käfig),
- Feldlinien enden nie frei im Raum, sie beginnen bei positiven Ladungen und enden bei negativen (willkürliche Festlegung).

Die letztgenannte Feststellung bedeutet, dass es keine geschlossenen Feldlinien gibt. Gäbe es eine geschlossene Feldlinie, so würde eine Ladung längs dieser Feldlinie einen Antrieb erfahren, der sie entlang derselben, d.h. auf der geschlossenen Bahn, bewegen würde. Das elektrische Feld würde also durch Herumbewegen der Ladung bis zu ihrem Ausgangspunkt zurück positive Arbeit leisten. Durch Wiederholung dieses Vorgangs ließe sich aus dem Feld dauernd Arbeit gewinnen. Dies ist erfahrungsgemäß nicht der Fall, folglich kann es keine geschlossenen Feldlinien geben. Ein solches Feld nennt man **wirbelfrei**. Das **elektrostatische Feld** im Vakuum ist ein **wirbelfreies Quellenfeld**.
Im Kapitel 5 „magnetische Induktion“ werden wir auf elektrische Felder stoßen, die nicht wirbelfrei sind, also auch geschlossene Feldlinien haben können. Sie können aber nur durch zeitlich veränderliche Magnetfelder erzeugt (man sagt „induziert“) werden. Im Rahmen der Elektrostatik gelten die obigen Aussagen uneingeschränkt.
Die bisher gezeigten Versuche geben nur einen Überblick über den Feldverlauf in der Ebene. Die zwei folgenden Versuche sollen den räumlichen Feldlinienverlauf einer Punktladung demonstrieren.

Versuch 1.12

> Für den ersten Versuch befestigen wir ein Papierbüschel an einer Metallstange, die wiederum in den Dom eines Bandgenerators gesteckt wird. Wird nun die erforderliche Hochspannung erzeugt, so beobachtet man, dass die Papierstreifen radial in alle Richtungen abstehen, wie in Abb. 1.18.a, entnommen aus [1], zu sehen ist.

Würde man ein weiteres Papierbüschel hinzu nehmen und es mit der gleichen Ladung aufladen, so ergäbe sich ein Feldlinienverlauf wie in Abb. 1.18.b. Lädt man die Papierbüschel entgegengesetzt auf, so wäre der Feldlinienverlauf wie in Abb. 1.18.c dargestellt.



(a) (b) (c)

Abbildung 1.18: Papierbüschel veranschaulichen die Feldlinien im Raum

Versuch 1.13

Beim zweiten Versuch stellt sich eine Versuchsperson auf eine isolierte Platte und berührt mit einer Hand den Dom des Bandgenerators. Beim Hochfahren des Generators wird die Person aufgeladen und die Haare richten sich im elektrischen Feld aus (s. Abb. 1.19, entnommen aus [12]). Obwohl mit dem Generator Hochspannungen von ca. 60 kV erreicht werden, ist der Versuch ungefährlich, da nur kleine Ströme von ca. 30 μA erzeugt werden können.

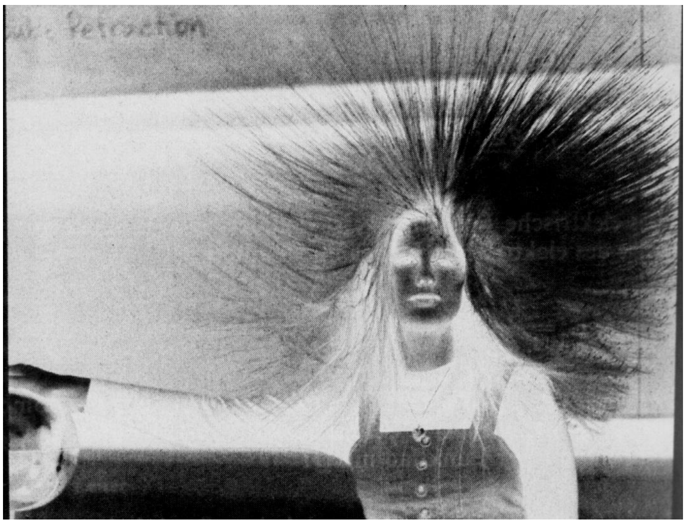


Abbildung 1.19: Versuchsperson wird mit Bandgenerator aufgeladen

Zusammenfassung

Man kann also mittels einer Probeladung den ganzen Raum abtasten um festzustellen, welche Kraft dort wirkt. An jedem Ort kann man dementsprechend einen Vektor $\vec{E}$ abtragen. Diese $\vec{E}-$ Vektoren schließen sich zu Feldlinien zusammen, deren Tangentialvektoren sie bilden. Alle Versuche, sich darüber hinaus eine "anschauliche" Vorstellung vom elektrischen Feld zu machen, es z.B. als Spannungszustand eines elastischen Mediums, des „Äthers“, darzustellen, sind gescheitert. Man sollte daher auch hinter dem Feldbegriff nichts anderes suchen als was er ist, nämlich ein bequemes Darstellungsmittel für die Kräfte, die auf Ladungen wirken.

1.3.3 Das homogene Feld

Von besonderer Bedeutung für spätere Anwendungen ist das elektrische Feld zwischen zwei parallelen Platten.
Zunächst wollen wir uns das Feldlinienbild dieses Feldes anschauen.

Versuch 1.14

In die Schale mit dem Grieß und dem Rizinusöl legen wir zwei parallele Metallplättchen und erzeugen zwischen ihnen ein elektrisches Feld, indem wir Ladungen von der einen auf die andere Platte verschieben. Die Grießkörner richten sich, wie in Abb. 1.20 (entnommen aus [1] und [7]) dargestellt, aus. Man nennt solche zwei planparallelen Metallplatten auch **Plattenkondensator** (siehe Abschnitt 2.6.1, Seite 72).

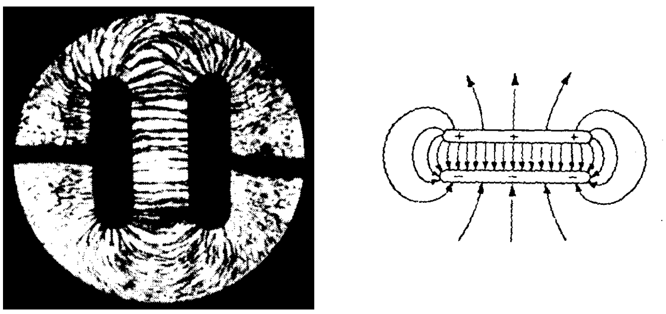


Abbildung 1.20: Versuchergebnis und theoretischer Verlauf

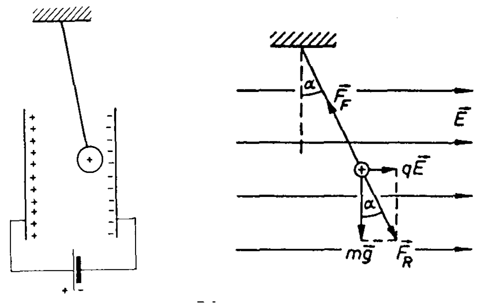
Das Feld zwischen zwei entgegengesetzt geladenen, unendlich ausgedehnten Platten ist ein **homogenes Feld**.

> Ein **homogenes Vektorfeld** ist in dem betrachteten räumlichen Bereich überall konstant, d.h. überall sind sowohl Betrag als auch Richtung gleich. (1.37)

Die Kraft hat in allen Punkten zwischen den Platten die gleiche Richtung und die gleiche Stärke.

Versuch 1.15

Wir hängen einen mit Graphit behandelten Tischtennisball an einem isolierten Faden in die Mitte eines homogenen Feldes, das mit Hilfe eines Plattenkondensators erzeugt wird. Mit einem elektrischen Löffel, der seine Ladung von einem geriebenen Kunststoffstab erhält, wird der Tischtennisball langsam aufgeladen. Durch die Ladung wird der Ball immer weiter ausgelenkt, bis er eine Platte berührt. In diesem Moment nimmt er die Ladung der Platte auf und wird dadurch zur anderen Platte abgestoßen. Dieser Vorgang wiederholt sich



(a) (b)

Abbildung 1.21: Graphitierter Tischtennisball im Plattenkondensator

nun laufend, da er immer die erforderliche Ladung erhält, die er benötigt, um die jeweils andere Platte zu erreichen. Die Abb. 1.21 zeigt im linken Teil den schematischen Versuchsaufbau und im rechten Teil die auf den Ball wirkenden Kräfte und das elektrische Feld (entnommen aus [2]und [15]).

Die Auslenkung des Pendels erfolgt durch die Kraftwirkung des elektrischen Feldes. Das Gleichgewicht liegt vor, wenn die resultierende Kraft $\vec{F}_R$ aus der Feldkraft $q\,\vec{E}$ und der

Gewichtskraft $m\,\vec{g}$ in Richtung des Fadens wirkt und durch dessen Spannkraft $\vec{F}_F$ kompensiert wird (siehe Abb. 1.21.b).

1.3.4 Beliebiges elektrisches Feld

Wir können allgemein schließen, dass **jede** elektrische Ladungsverteilung durch ein Vektorfeld $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(x, y, z)$ beschrieben wird. Jedem Raumpunkt $P(x, y, z)$ mit dem Ortsvektor

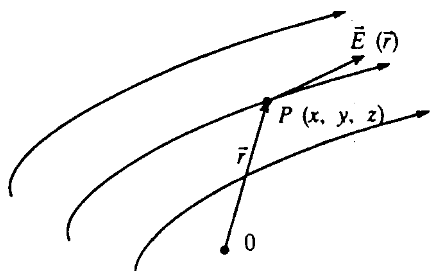


Abbildung 1.22: Jedem Raumpunkt ist ein Vektor zugeordnet

$\vec{r}(x, y, z)$ ist ein Vektor $\vec{E}(\vec{r})$ zugeordnet, wie in Abbildung 1.22 (entnommen aus [15]) dargestellt ist. Um ein beliebiges Vektorfeld zu berechnen, ist es sinnvoll, ein geeignetes Koordinatensystem zu wählen. So legt man beispielsweise

- bei Punktladungen den Ursprung des Koordinatensystems auf die Ladung;
- bei homogenen Feldern eine Achse in die Richtung des Feldes.

Bei der Berechung komplizierter Felder, z.B. bei der überlagerung mehrerer Punktladungen, gilt, ebenso wie für Kräfte, das Superpositionsprinzip, denn:

$$\text{Wegen} \qquad \vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \qquad \text{gilt:} \qquad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{q} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i. \tag{1.38}$$

Für die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r}_0)$ in 1.38 ergibt sich somit:

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|^2} \cdot \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|}. \tag{1.39}$$

Bei einer **kontinuierlichen Ladungsverteilung** im Raum muss man von der Summe zum Integral ($\sum \to \int$) übergehen. Um diese Ladungsverteilung zu charakterisieren, wird eine neue Größe eingeführt, die (Raum-) Ladungsdichte ϱ :

$$\varrho(\vec{r}) = \frac{\text{Ladung}}{\text{Volumen}} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V} \tag{1.40}$$

In der obigen Formel wird nun die Ladung Q_i durch die infinitisimale Ladung $\mathrm{d}q = \varrho \mathrm{d}V$ am Punkt $\vec{r}$ ersetzt. Man erhält dann das Feld einer **kontinuierlichen Ladungsverteilung**:

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint\limits_{\text{Volumen}} \frac{\varrho(\vec{r})\,(\vec{r}_0 - \vec{r})}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} \mathrm{d}V} \tag{1.41}$$

Um dieses Integral lösen zu können, sind einige mathematische Klimmzüge erforderlich.

1.4 Potenzielle Energie, elektrostatisches Potenzial und Spannung

1.4.1 Potenzial und Spannung

Erinnern wir uns noch einmal an die Gravitation. Dort haben wir folgende Begriffe eingeführt und miteinander verknüpft:

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\textbf{Kraft } \vec{F}} & \longleftarrow \vec{F} = -\mathrm{grad}\, W_p \longrightarrow & \boxed{\textbf{potenzielle Energie } W_p} \\ \uparrow & & \uparrow \\ \vec{F} = m\,\vec{G} & & W_p = m\,V \\ \downarrow & & \downarrow \\ \boxed{\textbf{Feldstärke } \vec{G}} & \longleftarrow \tilde{\mathrm{G}} = -\mathrm{grad}\,\mathrm{V} \longrightarrow & \boxed{\textbf{Potenzial } \mathrm{V}} \end{array}$$

Diese Verknüpfungen gelten aber nur für konservative Kräfte $\vec{F}$ (siehe Mechanik).

Zur Wiederholung:

Eine Kraft $\vec{F}$ ist konservativ, wenn eine der folgenden, zueinander äquivalenten Bedingungen erfüllt ist:

- Die gesamte entlang eines beliebigen geschlossenen Weges geleistete Arbeit ist gleich null.

$$\oint \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r} = 0 \tag{1.42}$$

- Die Arbeit W, die man verrichten muss, um von einem Ort A zu einem anderen Ort B zu gelangen, ist wegunabhängig (siehe Abb. 1.24).